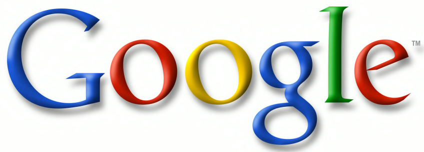



DUPLICATE NYPL RL
3 3433 07188974 9

IL NUOVO CIMENTO
ANNO XXXII.





IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

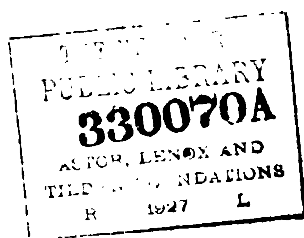
da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XIX.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1886


PUBLIC LIBRARY
330070A
ASTOR, LENOX AND
NDATIONS
R 1927 L

SULLA DILATAZIONE TERMICA DEI LIQUIDI A DIVERSE PRESSIONI ; STUDIO SPERIMENTALE DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI [1]).

(Riassunto dell' Autore).

Metodo sperimentale. — Scopo del lavoro è quello di determinare i coefficienti di dilatazione dei liquidi a varie pressioni, e di verificare alcune formule teoretiche. Le ricerche in questa prima parte furono eseguite con l' ossido di etile a pressioni varianti da 1^m a 25^m di mercurio ed a temperature comprese fra $0°$ e $105°$.

Nell' apparecchio (*Tav. I, fig.* 1) costruito tutto in vetro e completamente chiuso (eccetto l' orificio *h*) la pressione veniva prodotta dall' elettrolisi dell' acqua acidulata contenuta nel manogeno A per mezzo dei due reofori *ll*, e per il tubo *cc*, si trasmetteva al *piezodilatometro* B*dv* ed al manometro CD*n*. Il liquido da cimentare era contenuto per $^4/_5$ nel recipiente B (disegnato di profilo nella figura 2.); il rimanente di esso era stato riempito con una quantità pesata di mercurio: le dilatazioni si misuravano nei tre tubi *ddd* lunghi complessivamente $1^m,50$ graduati e calibrati con ogni cura.

Il manometro, ad aria compressa, aveva un rigonfiamento in D destinato ad aumentarne la sensibilità senza aumentarne la

1) *Atti dell' Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania*, serie III, vol. XVIII, 1885.

lunghezza: con questa modificazione riusciva sensibile quanto uno di sette ad otto metri; esso era stato graduato e calibrato con la maggiore attenzione.

Riempito il recipiente B, mentre era capovolto, prima col mercurio pesato (per mezzo di una disposizione speciale che impediva la dispersione della benchè menoma quantità di esso) e poscia con l'etere, e raddrizzatolo, veniva saldato in *v* al rimanente dell'apparecchio. L'orificio *h* veniva chiuso con ceralacca fusa che resisteva perfettamente fino alle pressioni volute; per aprirlo, quando bisognava togliere la pressione, vi si dirigeva una corrente di vapor d'acqua calda.

Le variazioni di volume dell'etere con la temperatura e pressione venivano indicate dalla estremità libera del mercurio che scorreva nei tubi *d*.

Il recipiente B era circondato da un bagno con agitatore ove erano immersi un termometro a peso le cui costanti erano state determinate con cura ed un termometro campione del Müller, preventivamente calibrato.

Le esperienze venivano condotte nel seguente modo: si cominciava col riempire di acqua acidulata il manogeno A e si chiudeva il tubicino *h*, quindi decomponendola si otteneva la pressione voluta che si conservava a un dipresso costante, per tutta la serie delle esperienze. Le piccole variazioni prodotte nella pressione, sia dalla variazione della temperatura ambiente sia di quella dei liquidi contenuti nell'apparecchio venivano notate per tenerne conto nei calcoli.

Circondato in seguito il piezodilatometro, con la neve fondente, si leggeva la posizione del mercurio, e si sostituiva alla neve il bagno che veniva portato successivamente a temperature sempre crescenti, notando ogni volta la posizione del mercurio. Si teneva pure conto della temperatura dei cilindri M ed N che circondavano i tubi *ddd* ed il manometro.

La lettura della posizione del mercurio nei tubi *ddd* alle varie temperature e del termometro campione si facevano mediante cannocchiale: le pesate occorrenti per il termometro a peso e per la determinazione del volume delle varie parti dell'apparecchio vennero fatte mediante una bilancia Sartorius sensibile al $^1/_5$ di milligramma.

Nei calcoli, piuttosto lunghi e penosi occorrenti a determinare le dilatazioni si tenne conto di tutte le opportune correzioni.

Oltre il coefficiente di dilatazione anche il coefficiente di compressibilità del vetro del piezo-dilatometro venne espressamente determinato e se ne tenne conto nel calcolo; le variazioni del coefficiente di compressibilità del vetro con la pressione, essendo piccolissime, vennero trascurate.

Risultati. — Nella seguente tavola sono registrati i resultamenti delle esperienze in parola.

Temperatura	Δ alla pressione di				δ alla pressione di			μ	$\frac{dp}{dt}$ alla press. di		
	1m	9m	17m	25m	9m	17m	25m		9m	17	25m
0°	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,001520	0,001475	0,001449	0,000207	7,34	7,13	7,00
10	0,01575	0,01538	0,01500	0,01475	0,001556	0,001533	0,001502	232			
20	0,03160	0,03113	0,03056	0,03010	0,001613	0,001600	0,001567	258	6,25	6,20	6,07
30	0,04850	0,04775	0,04698	0,04610	0,001690	0,001676	0,001644	286			
40		0,06505	0,06405	0,06302	0,001805	0,001780	0,001753	316	5,71	5,66	5,54
50		0,08413	0,08287	0,08150	0,001990	0,001959	0,001916	356			
60		0,10475	0,10310	0,10125	0,002141	0,002087	0,002032	407	5,26	5,13	4,99
70		0,12687	0,12450	0,12207	0,002278	0,002195	0,002140	462			
80		0,15035	0,14733	0,14483	0,002431	0,002369	0,002319	517	4,70	4,58	4,48
90		0,17562	0,17200	0,16865	0,002603	0,002546	0,002493	574			
100		0,20250	0,19833	0,19425	0,002794	0,002748	0,002679	632	4,42	4,34	4,24

Le prime quattro colonne della precedente tabella contengono le dilatazioni Δ dell'etere di 10° in 10° alle varie pressioni: esse sono state riferite all'unità di volume per ogni pressione: ogni valore è medio fra le diverse serie di esperienze fatte e venne ricavato dalle curve descritte coi valori numerici, con la massima accuratezza.

Si tentarono diverse formole empiriche ma nessuna di esse riuscendo a rappresentare con sufficiente esattezza alcuna delle curve descritte, per tutta la estensione di queste, se ne adoperarono parecchie per ogni curva, calcolando le costanti col metodo di Deyen. In tal modo si poterono determinare i coefficienti veri di dilatazione δ che sono riportati, nella 6ª, 7ª ed 8ª colonna della tavola.

Dalle dilatazioni alle varie pressioni si poterono calcolare i volumi dell'etere alle diverse temperature e pressioni riferiti al volume del detto liquido a 0° ed 1m di pressione, preso come unità e dalla tabella di tali volumi si dedussero i coefficienti di

compressibilità μ alle diverse temperature e pressioni. Tali coefficienti risultarono indipendenti dalla pressione, sicchè sarebbe la compressibilità subìta dall' etere alle varie pressioni proporzionale alle medesime.

I diversi sperimentatori sono discordi su questo punto. Grassi trovò ed ammise che il coefficiente di compressibilità dei liquidi cresce con la pressione: prima di lui Colladon e Sturm e dopo Amagat, trovarono che viceversa diminuisce un poco. Secondo le mie esperienze esso sarebbe indipendente dalla pressione come avevano trovato Jamin, Amaury e Descamps fino a 10 atm. e come confermò Cailletet fino a 630 atm. per l'etere, e per l' acqua fino a 700 atm.

La 9ª colonna della tabella contiene i detti coefficienti alle diverse temperature riferiti ad un metro di pressione: essi coincidono quasi completamente con quelli trovati da Avenarius.

Nelle tre ultime colonne della tabella sono registrati i *coefficienti di tensione* $\frac{dp}{dt}$ cioè il rapporto fra l'aumento infinitamente piccolo di temperatura ed il corrispondente aumento di pressione, restando il volume costante; essi vennero calcolati mediante una nota equazione della termodinamica.

Massima di densità. — Se si ammette, come dietro le esperienze di Cailletet e queste sembra si possa fare, che i coefficienti di compressibilità dell' etere siano indipendenti dalla pressione, si può dedurre una conseguenza interessante.

Siano O B C , O B' C', O B'' C'' (fig. 3) le curve che rappresentano le dilatazioni da me trovate alle pressioni $p, p' p''$, equidistanti fra di loro costruite al solito prendendo come ascisse le temperature t, e come ordinate le dilatazioni Δ. Sieno M ed N i punti corrispondenti a due temperature t e t'; le dilatazioni da 0° a t e da 0° a t' alle pressioni p, p', p'', saranno rappresentate da MB, MB' MB'' . . . . : NC, NC', NC''. . . . . .

Ora per ciò che sopra si è detto le pressioni p, p', p'' essendo equidistanti fra di loro dovrà essere BB' = B' B'' = ... ; CC' = C' C'' = ...

Siccome però dall' altro lato CC' > BB' così avremo che con l'aumentare della pressione, delineandosi le curve successive BM diminuisce, ma CN diminuirà di una quantità più grande

e per una pressione sufficientemente elevata p_n si avrà $MB_n = NC_n$; la forma della curva allora sarà tale che fra B_n e C_n la curva, o meglio la dilatazione che essa rappresenta avrà un minimo e quindi per tale pressione p_n l'etere avrà fra t e t' un massimo di densità.

Volendo ricercare a quale pressione vi sarà un massimo di densità, per es. fra 0° e 10°, osserveremo anzitutto che l'etere si dilata da 0° a 10° di 0, 01575 e che a queste temperature per ogni 8ᵐ di pressione tale dilatazione diminuisce di 0, 00033, la dilatazione a 10° sarà dunque eguale a quella a 0° ad una pressiono di

$$\frac{0,01575}{0,00033} \times 8 = 382^{m} \text{ circa}$$

pressione che è stata di gran lunga sorpassata da parecchi sperimentatori e che non deve essere difficile a realizzare in pratica da chi può disporre di grandi mezzi. A questa pressione l'etere dovrà avere un massimo di densità fra 0° e 10°.

È pure evidente che aumentando la pressione il massimo di densità avverrà ad una temperatura sempre più alta.

Del resto perchè tale massimo vi sia, non è necessario che si verifichino le uguaglianze $BB' = B'B'' = \ldots CC' = C'C'' = \ldots$ ossia che il coefficiente di compressibilità sia indipendente dalla pressione; basta che il rapporto $\frac{CC'}{BB'}$ rimanga costante, o vada continuamente crescendo con la pressione. In questo caso però senza conoscere la legge di variazione di tale rapporto non si potrebbe determinare la pressione alla quale vi sarà il massimo di densità fra due date temperature.

Si ha dunque ammettendo che i coefficienti di compressibilità dell'etere siano come sembra sperimentalmente dimostrato indipendenti dalla pressione, o che il rapporto fra i coefficienti di compressibilità a due temperature date, rimanga costante o vada continuamente crescendo con la pressione, il fatto che l'*etere ad alte pressioni ha un massimo di densità a temperature variabili con la pressione.*

Formola di Dupré. — Il Duprè nella sua termodinamica stabilisce una equazione teoretica, che si può ridurre alla seguente

(1) $$\frac{T \alpha V^2}{\varrho} = K$$

dove T indica la temperatura assoluta: α il coefficiente vero di dilatazione, V il volume, β il coefficiente di compressibilità e K una costante che dipende soltanto dalla natura del corpo.

Tale equazione ha avuto parecchie verifiche sperimentali.

L'Amagat, determinando i valori di β alle varie temperature e servendosi dei valori di α trovati dal Drion ed in parte da lui corretti verificò la (1) per l'etere cloridrico ed ottenere risultati abbastanza soddisfacenti. Per l'etere solforico si servì dei valori di α che Pierre aveva determinato fino a 38° ed anche fino a questo limite, egli dice, ebbe risultati abbastanza soddisfacenti ma, come giustamente osservano Pagliani e Palazzo, tali verifiche fatte con dati ricavati da diversi campioni di liquidi e da diversi sperimentatori, specialmente avuto riguardo, agli errori che affettano i valori trovati dal Drion, non presentano tutto il rigore necessario.

Pagliani e Palazzo hanno verificato la formola del Duprè per sei liquidi: di tutti essi determinano β, per tre degli stessi si servirono dei valori di α determinato dal Naccari sullo stesso campione del liquido, ma con differente apparecchio: per altri tre presero valori di α dati da altri sperimentatori e determinati su campioni diversi.

La verifica diede risultati soddisfacenti per il *toluene* lo *xilene* e il *cimene*; per la *benzina* e gli alcool *propilico* ed *isobutilico* le differenze furono più grandi.

Però è da osservare che siccome Pagliani e Palazzo nel determinare il coefficiente di compressibilità alle varie temperature non oltrepassarono la temperatura di ebollizione del corpo e la pressione di 5 atmosfere, le loro verifiche non presentano l'estensione necessaria per decidere se una formola teoretica corrisponda ai fatti sperimentali.

Le mie esperienze si prestano meglio alla verifica della equazione di Duprè; i valori di α, β, V vengono determinati direttamente nello stesso apparecchio e con lo stesso metodo e sono quindi soggetto alle stesse cause di errore che nel calcolo di K in gran parte si eliminano.

Sostituendo nella (1) i valori di α, V, β da me trovati ho potuto ricavare una tabella dei valori di K alle varie temperature e pressioni. Essa ci dimostra che i valori di K vanno sem-

sibilmente decrescendo con la pressione, e per una stessa pressione si conservano quasi costanti fino alla temperatura di 35° circa, ma a temperature più alte crescono rapidamente con l'aumentare di queste.

La equazione di Duprè non si verifica adunque per l'etere solforico; è soddisfatta soltanto approssimativamente fino alla temperatura di 35° circa, come aveva trovato Amagat, non lo è più a temperature più alte.

Formola di Van der Waals. — L'equazione generale dell'isoterma di Van der Waals non è stata finora verificata sperimentalmente per i liquidi propriamente detti: le esperienze sopra descritte però permettono di tentarne la verifica sperimentale per l'etere, almeno fra certi limiti. Ciò si può fare considerando come incognite a e b e vedendo se i valori di a e di b rimangono costanti facendo variare p, v, t. I calcoli numerici ci hanno dato valori di a e di b non costanti ed inammissibili.

Ciò sembra si possa attribuire alla insussistenza, nel nostro caso, di una delle ipotesi su cui la formola di Van der Waals si fonda.

La equazione di Van der Waals si può difatti dedurre dalla equazione della isoterma dei gas perfetti

$$p\,v = \mathrm{R\,T}$$

tenendo conto della pressione interna che Van der Waals dimostra essere eguale ad $\frac{a}{v^2}$, dove a è una costante. Per quel che riguarda il volume, siccome i corpi si devono considerare come composti di molecole aventi dimensioni sensibili il cammino medio l_1, delle loro molecole sarà minore di quello che sarebbe se le molecole fossero semplici punti materiali, e che chiameremo l. Van der Waals dimostra che

$$\frac{l_1}{l} = \frac{v - b}{v} \qquad (2)$$

dove b è un multiplo, secondo il Blaserna ottuplo, secondo il Van der Waals quadruplo della somma dei volumi delle molecole del corpo. Siccome il numero degli urti e quindi la pressione p è inversamente proporzionale al cammino medio delle molecole così il primo membro della isoterma dei gas deve essere moltiplicato per $\frac{l_1}{l}$ cioè bisogna, come fa Van der Waals, so-

stituire a v, $v-b$ dove b ha il significato teorico sopra enunciato.

Ora bisogna osservare, come nota anche il Blaserna, che per una pressione molto grande (interna ed esterna) come è quella a cui sono in certi casi sottoposti i liquidi la $b/8$ essia il volume molecolare può essere una frazione considerevole $\geqq \frac{1}{8}$ (le molecole essendo ravvicinate) del volume totale e quindi può essere $v \leqq b$; in questo caso si avrebbe $l \leqq 0$ risultato assurdo. Ciò dimostra che le ipotesi sulle quali riposa la (2) non sono giustificate nel caso di alte pressioni, ed in tali condizioni danno risultati assurdi; la correzione introdotta allora non è più esatta e la formola di Van der Waals diventa inapplicabile.

Ci possiamo convincere di ciò esaminando i diversi valori di h ricavati dalle esperienze di Andrews sull'acido carbonico, costanti quando esso è gassoso, non lo sono più, come dovrebbero essere quando esso è liquido.

Sarebbe interessante il ricercare se esistono liquidi, per i quali possa essere ed in quali condizioni applicabile la formola di Van der Waals.

Formole di Mendelejeff e di Avenarius. — Mendelejeff, come è noto, dall'esame della dilatazione di diversi liquidi trova che esse possono essere rappresentate dalla equazione

$$V=\frac{1}{1-K\,t} \tag{3}$$

K essendo costante: egli ritiene tale equazione analoga alla legge di Gay-Lussac pei gas perfetti, cioè che rappresenti l'andamento della dilatazione dei liquidi molto lontani dal punto di ebollizione.

Avenarius ed altri sperimentatori negano la generalità della formola di Mendelejeff. Essa dà risultati soddisfacenti quando i coefficienti di dilatazione sono piccoli e quasi costanti. Avenarius propone d'altra parte per rappresentare la dilatazione dell'etere alla pressione critica la formola

$$v=a+b\log(t_c-t) \tag{4}$$

dove v indica il volume, t la temperatura, t_c la temperatura critica ed a e b sono due costanti. Egli ha verificato questa formola

per l'etere solforico, con risultati abbastanza soddisfacenti: dietro le determinazioni di Schuck e Jouck essa rappresenta pure abbastanza bene l'andamento della dilatazione alla pressione critica dell'alcool, dell'anidride solforosa, della dietilamina e del cloruro d'etile. L'Avenarius ritiene anzi che tale formola possa pure rappresentare, purchè le costanti di essa abbiano differenti valori le dilatazioni dei liquidi alle varie pressioni.

Quantunque la formola di Mendelejeff sia stata verificata con poco soddisfacente risultato da diversi sperimentatori che sono d'accordo nel concludere che essa è in difetto per la maggior parte dei casi, ho creduto opportuno di vedere se essa rappresentasse le dilatazioni da me trovate.

Io ho potuto verificare che tali dilatazioni, alle basse temperature e quando hanno un'andamento quasi lineare sono ben rappresentate dalla formola di Mendelejeff. Ma a temperature più alte, conformemente alle obbiezioni di Avenarius, le differenze diventano molto grandi.

Le mie esperienze si prestano pure per verificare se come crede Avenarius la (4) possa rappresentare l'andamento della dilatazione dei liquidi alle diverse pressioni.

Qui sotto si è trascritta la tabella dei volumi calcolati ed osservati alle diverse pressioni. Le costanti *a* e *b* hanno i seguenti valori:

Press. 9^m; a = 2,47314, $b = -0,64496$
» 17^m; a = 2,44549, $b = -0,63334$
» 25^m; a = 2,42009, $b = -0,62180$

Temperatura	Pressione 9^m		Pressione 17^m		Pressione 25^m	
	V osservato	V calcolato	V osservato	V calcolato	V osservato	V calcolato
0°	1,00000	0,99964	1,00000	0,99853	1,00000	0,99951
20	1,03113	1,03034	1,03056	1,03191	1,03010	1,02909
40	1,06505	1,06485	1,06405	1,06255	1,06302	1,06237
60	1,10475	1,10415	1,10310	1,10426	1,10125	1,10027
80	1,15035	1,14999	1,14733	1,14615	1,14433	1,14445
100	1,20250	1,20479	1,19833	1,19998	1,19425	1,19728

Come si vede, le differenze tra i valori osservati e calcolati sono a dir vero superiori agli errori di osservazioni: ma più piccole per altro di quelle che Avenarius ha trovato verificando

la (4) per la pressione critica. L'Avenarius ha infatti dato soltanto le cifre decimali nei volumi e le differenze fra i valori calcolati ed osservati sono di parecchie unità nella terza decimale.

Possiamo dunque dire che la (2) rappresenta approssimativamente le dilatazioni dell'etere solforico alle varie pressioni fino alla critica, purchè per ogni pressione, s'impieghino coefficienti diversi: e che essa dà valori che differiscono da quelli osservati di circa $^1/_{100}$.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Catania, 1885.



SUL CALORE SVOLTO NEI LIQUIDI DALLE SCARICHE DEI CONDENSATORI; NOTA DI EMILIO VILLARI.

Il Joule prima, ed il Becquerel poi, con più estese, accurate e non facili ricerche, stabilirono che i liquidi si riscaldano, pel passaggio della corrente voltaica, proporzionalmente al quadrato della sua intensità.

Io ultimamente ho eseguite delle esperienze sul riscaldamento dei liquidi prodotto dalla scarica dei condensatori; e sono pervenuto a dei risultati che credo utile di pubblicare fin da ora: riserbandomi di discutere più a fondo il soggetto in una prossima Memoria.

Quando si fanno passare molte e vigorose scariche elettriche attraverso a dei liquidi conduttori come soluzioni di solfato di rame o di zinco, essi si riscaldano assai sensibilmente. Fra le altre esperienze eseguite in proposito ricorderò che avendo fatto passare più centinaia di energiche scariche attraverso una colonna di soluzione satura di solfato di zinco lunga 151^{mm} e di 25^{mm} di diametro, osservai che essa soluzione si riscaldò di circa $3°$, essendo la sua temperatura da $20°,9$ salita a $23°,8$. La durata dell'esperienza fu lunga, le perdite di calore dovettero essere sensibili, onde si può asserire che se si fosse operato più rapidamente maggiore sarebbe stato il riscaldamento mostrato dalla soluzione. Analoghe osservazioni ripetei con una soluzione di solfato di rame.

Dopo di che cercai stabilire la relazione fra il riscaldamento dei liquidi e le scariche che lo producono: ed a tal fine costruii dei veri termometri elettrici a liquido. Essi erano formati da una canna di vetro di un metro o più di lunghezza e di 15 a 30^{mm} di diametro. Una delle sue estremità, la inferiore, era chiusa con un tappo di sughero ben masticiato, e l'altra che serviva a riempire la canna del liquido da sperimentare si chiudeva con un tappo di sughero che portava un lungo cannello termometrico. Nell' apparecchiare il termometro bisognava espellerne tutta l'aria, e far montare un po'di liquido nel cannello termometrico, a fine di poter misurare le dilatazioni subìte dal termometro. I liquidi fin ora esaminati furono una soluzione di solfato di zinco non satura, ed una satura di solfato di rame. La scarica si faceva passare per esse, mercè dei fili di zinco o di rame che penetravano nel termometro attraverso i sugheri che lo chiudevano.

Apparecchiato così il termometro, lo si fissava verticalmente ed isolato ad un sostegno di legno. I suoi fili metallici, per mezzo di altri rivestiti di guttaperca, eran uniti ad un apposito interruttore in ebanite, che al momento opportuno abbassandosi riuniva il termometro con le armature di una batteria comunicanti con bicchieri contenenti mercurio. Quando la scarica passava pel termometro, il liquido si riscaldava, e la dilatazione si misurava su una scala con cannocchiale dallo spostamento dell'indice nel cannello. In tal maniera furono fatte moltissime misure, i risultati di alcune delle quali sono riportati nelle seguenti tabelle.

Nella prima sono trascritti i risultati ottenuti con un termometro a soluzione di solfato di rame, il cui bulbo era lungo 118^{cm} e grosso internamente circa 13^{mm}.

Le misure furono eseguite con 24 bottiglie ed in due serie successivamente: nella prima le cariche furono crescenti e nella seconda decrescenti: ogni misura fu ripetuta tre volte per ciascun caso e le medie di esse sono quelle qui di seguito registrate:

TABELLA 1.

Cariche Q	Calore I. Serie	Calore II. Serie	Medie di calori C	Esponente K
100	12,63	11,53	12,08	
90	9,83	9,67	9,75	2,03
80	7,93	7,67	7,80	1,89
70	6,00	6,00	6,00	1,96
60	4,80	4,30	4,55	1,79
50	3,00	3,00	3,00	2,34
40	2,00	1,87	1,94	1,95
30	0,99		0,99	2,34
				media 2,04

Nella tabella che segue sono trascritti i risultati ottenuti col ripetere le precedenti misure:

TABELLA 2.

Cariche Q	Calore I. Serie	Calore II. Serie	Medie di calori C	Esponente K	
100	13,40	12,95	13,18		
90	11,12	11,12	11,12	1,61	
80	8,77	8,67	8,72	2,85	2,06
70	7,00	6,87	6,94	1,71	
60	5,17	5,17	5,17	1,91	
50	3,77	3,47	3,62	2.01	
40	2,30	2,37	2,34	1,95	
30	1,41		1,41	1,80	
				media 1,98	

I numeri delle precedenti tabelle sono fra loro assai concordi e danno per media dell'esponente K il valore di 2,01: il che vuol dire, che il calore cresce come il quadrato delle scariche.

Simili misure furono eseguite con un termometro con soluzione satura di solfato di zinco, il cui bulbo era oltre un metro di lunghezza; ed operando come precedentemente, ottenni i dati seguenti, medi di tre misure per ciascun caso.

TABELLA 3.

Cariche Q	Calore I. Serie	Calore II. Serie	Medie di calori C	Esponente K
100	7,77	9,07	8,42	1,93
90	6,33	7,40	6,87	1,36
80	5,53	6,17	5,85	1,64
70	4,77	4,63	4,70	3,29 } 2,01
60	2,83	3,17	2,77	0,72 } 2,01
50	2,53	2,33	2,43	1,93
40	1,67	1,50	1,58	2,69
30	0,73		0,73	
				media 1,94

Ed anche questi dati concordano assai prossimamente con le medie delle tabelle precedenti. Inoltre eseguii ancora altre ricerche in modo identico al precedente; ma di esse mi limito, per brevità, a dare solo le medie finali, le quali insieme alle tre precedenti sono riunite nella tabella che segue:

TABELLA 4.

Esponente K								media
	1,94	1,93	2,08	2,03	1,90	1,98	1,94	1,973

Dai quali valori si scorge che il riscaldamento dei liquidi adoperati, per effetto della scarica elettrica sottostà alla nota legge dei quadrati.

Ma i termometri adoperati precedentemente avevano il difetto di esser poco sensibili, onde le loro deviazioni erano generalmente assai ristrette, e visibili solo per cariche relativamente molto energiche: che perciò non si poterono molto variare.

Per ovviare a tali inconvenienti cercai d'aumentare la sensibilità dei termometri col farne i bulbi più lunghi e sottili, od anche col riempirli di soluzioni meno sature e perciò più resistenti alla scarica. Ma i miei tentativi furono quasi vani, che la squisitezza dei termometri non modificavasi in modo sensibile per tali variazioni. Allora pensai di adoperare, per tubi termometrici, dei cannelli di vetro più sottili di quelli adoperati pre-

cedentemente e quali si usano per costruire i termometri a mercurio. L' uso di questi cannelli ha bisogno di grandi diligenze per' apparecchiare i termometri, per espellere intieramente l'aria dal termometro, e per rendere stabili gli indici; pure con un po'di pratica si riesce ad ottenere così dei termometri perfetti con indici sottili ma visibilissimi, sia al cannocchiale, sia ad occhio nudo.

Tali nuovi termometri riuscirono oltremodo squisiti e gelosi: e con essi, disposti come nel caso precedente, eseguii le consuete mie misure.

Nella tabella seguente sono i numeri ottenuti con un termometro a soluzione satura di solfato di rame, il cui bulbo era lungo 120^{cm} e di circa 13^{mm} di diametro interno. Le misure furono eseguite prima con 24 bottiglie (tabella 5) e poscia con 12 (tabella 6); esse furono ripetute cinque volte per ciascun caso [1]; e le loro medie sono riunite qui di seguito:

TABELLA 5.

Cariche Q	Calore C	Esponente K
10	0,88	2,21
15	2,16	2,08
20	3,92	1,95
30	8,64	2;37
40	16,32	1,81
50	24,46	1,63
60	32,95	2,04
70	45,13	1,86
80	57.83	2,09
90	70,00	
		media 2,004

TABELLA 6.

Cariche Q	Calore C	Esponente K
10	2,00	2,05
20	8,30	1,97
40	32,65	2.03
50	51,37	
		media 2,017

In modo affatto identico furono eseguite esperienze con un termometro con soluzione di solfato di zinco non saturo (segnava 11 all'areometro Beaumé a 24° C): il bulbo suo era lungo 90^{cm} e circa 26^{mm} di diametro interno. I numeri seguenti corrispondono alle medie di 3 a 5 misure.

1) Gli ultimi tre risultati della tabella, furono ottenuti da tre sole misure a cagione dei grandi spostamenti dell'indice causati da ciascuna scarica.

TABELLA 7.

Cariche Q	Calore C	Esponente K
10	0,67	
		2,27
15	1,68	
		1,94
20	2,94	
		2,02
30	6,83	
		1,88
40	11,69	
		2,16
50	18,93	
		2,14
60	28,00	
		1,81
70	37,03	
		2,10
80	49,07	

media 2,04

I numeri delle precedenti tabelle sono oltremodo regolari e concordanti. Le deviazioni termometriche, ottenute furono assai cospicue, e perciò si potè sperimentare con cariche assai diverse e comprese fra 10 e 90 unità elettrometriche. Essi numeri danno per K i valori medi 2,004; 2,017; 2,04 dei quali la media generale è 2,02, che combinata col valore 1,973 della prima serie di misure darebbe $K = 2{,}00$ che è esattamente il valore teorico. Laonde possiamo dire rigorosamente che:

« Il calore svolto nei liquidi dalle scariche elettriche è proporzionale al quadrato delle quantità di elettricità impartite ad uno stesso condensatore ».

Queste delicate ricerche s'eseguono con grandissima facilità e quasi non esigono alcuna correzione. Le decomposizioni elettrolitiche, oltre all'esser trascurabili sono altresì corrette dalla natura degli elettrodi adoperati. Le perdite poi del calorico sono generalmente inapprezzabili, avvenendo il lieve riscaldamento del termometro nella breve durata della scarica, ed eseguendosi la dilatazione e la misura sua in tempo brevissimo. Tuttavia se dopo molte esperienze di seguito il termometro mostra contrarsi con una certa rapidità, bisogna attendere alcuni minuti prima d'accingersi a nuove misure.

Per ultimare questo breve cenno delle mie ricerche dirò ancora delle esperienze eseguite per determinare la legge dei potenziali e delle cariche, separatamente considerati. Ed in prima dirò dei potenziali.

Adoperai in queste misure il termometro al solfato di rame, con bulbo lungo 120^{cm} e di 13^{mm} di diametro, ma poco sensibile per l'ampiezza del tubo termometrico che vi era unito. Le esperienze in questo caso furono eseguite con una carica costante di 48 unità, che impartivo prima ad una sola batteria (n. II) di 12 bottiglie; quindi a due batterie di 12 bottiglie ciascuna (n. II e n. I): e finalmente alla sola batteria n. I. In tal modo prendendo le medie dei risultati relativi alle batterie I e II, separatamente adoperate, si eliminava l'errore dovuto alla loro non assoluta eguaglianza. I risultati di tai confronti sono qui di seguito riferiti.

Tabella 8.

Serie di esperienze	Numero di Bottiglie	Carica costante	Calore C	Medie di C
I.	12 Batteria II.	48	6,0	5,85
			5,8	
			5,9	
			5,8	
			5,7	
			5,8	
II.	24 Batteria I e II.	48	3,0	3,00
			3,0	
			3,0	
			3,0	
			3,0	
			3,0	
III.	12 Batteria I.	48	6,0	6,25
			6,2	
			6,5	
			6,0	
			6,5	
			6,3	

Medie generali

N. Bottiglie	Carica	Calore
12	48	$6,05 \times \frac{1}{2} = 3,02$
24	»	$3,00 \times 1 \quad 3,00$

La tabella precedente è assai chiara e concludente, e da essa rilevasi che la medesima quantità di elettricità (48 unità) se accumulata in 12 bottiglie, scaricandosi attraverso il termometro, lo riscalda di 6,05 divisioni della scala: e lo riscalda invece di 3 divisioni se detta quantità fu accumulata in 24 bottiglie.

Inoltre, siccome le indicazioni termometriche precedenti furono assai ristrette, così rifeci le misure con lo stesso termometro dopo avervi adattato un cannello molto sottile. Le esperienze furono eseguite con 36 cariche impartite successivamente ad una o due batterie, ed i risultati medi di 5 o più misure, assai concordanti, sono i seguenti:

TABELLA 9.

N. Bottiglie	Nome Batterie	Calore
12	II.	27.11
24	II e I.	12,96
12	I.	25,87
24	II e I.	13,66
12	I.	26,70
12	II.	26,08
	Medie	
12		26,43 × ½ = 13,21
24		13,31 × 1 = 13,31

Anche questi numeri, assai concordi, mostrano che il calore svolto da una data massa elettrica è inversamente proporzionale al numero delle bottiglie nelle quali fu accumulato. Laonde potremo rigorosamente dire che:

« Il calore svolto nei liquidi da una scarica di una costante massa elettrica è esattamente proporzionale al potenziale della sua carica ».

Ad istudiare la legge delle diverse cariche a potenziale costante adoperai il medesimo termometro a solfato di rame, una prima volta a cannello ampio ed una seconda a cannello termometrico sottile. Le misure si eseguirono variando contemporaneamente, e nel medesimo rapporto, le cariche ed il numero delle bottiglie, le quali poscia si scaricavano attraverso al termometro che dette pel primo i dati seguenti:

TABELLA 10.

Serie di esperienze	Numero di bottiglie	Cariche	Calore	Medie del calore
I.	12 Batteria I.	40	4,5	
			4,3	
			4,0	4,30
			4,5	
			4,2	
II.	24 Batteria I e II.	80	8,4	
			8,3	
			8,0	8,24
			8,2	
			8,3	
III.	12 Batteria I.	40	4,0	
			4,0	
			4,0	
			4,0	4,01
			4,1	
			4,0	
			4,0	
IV.	24 Batteria I e II.	80	8,0	
			8,3	
			8,0	8,14
			8,2	
			8,2	
		Medie		
	12	40	$4{,}15 \times 1 = 4{,}150$	
	24	80	$8{,}19 \times \frac{1}{2} = 4{,}095$	

Da questi numeri si scorge che 80 cariche in 24 bottiglie svolgono, scaricandosi attraverso il termometro, esattamente un calore doppio delle 40 cariche accumulate in 12 bottiglie.

Eguale è il risultato ottenuto col termometro più squisito, come mostrano i numeri seguenti medi di 5 misure assai concordanti di parecchie serie:

TABELLA 11.

N. Bottiglie	Cariche	Calore	Medie del calore
12 Batteria II.	18	7,8 6.4 6,4 6,8 6,0	6,88
12 Batteria I.	18	7,0 6,8 6,5 6,3 6,4 6,4	6,57
24 Batterie I e II.	36		13,31 [1])

		Medio	
12	18	6,62	6,62
24	36	$13{,}31 \times \frac{1}{2} =$	6,65

Anche questi numeri mostrano che la scarica di 36 unità produce esattamente il doppio di calore di quella di 18 unità [2]): onde possiamo dire che:

« Il calorico svolto nei liquidi da scariche di costanti potenziali è direttamente proporzionale alla massa elettrica che le produce ».

E riassumendo risulta che:

« La quantità di calore svolta nel termometro a liquido è proporzionale al quadrato della quantità di elettricità ed in ragione inversa del numero delle bottiglie delle batterie ».

Ovvero che:

« La quantità di calore è proporzionale al prodotto delle quantità di elettricità per la caduta del potenziale. Il che concorda con la teoria ».

1) Questo valore è quello medio riportato nella tabella 9 ed ottenuto nelle identiche condizioni dei valori di questa tabella.

2) Le bottiglie adoperate erano alte 50 cm. e 13 cm. di diametro: le armature contavano 30 cm. di altezza. La bottiglia elettrometrica di 114 mm. di diametro aveva le armature alte 165 mm.; la scintilla di 3 mm. scoccava fra palline di $22^{mm},2$ di diametro.

Prima però di chiudere questa Nota è utile far rilevare l'assoluto accordo fra i dati sperimentali e quelli indicati dalla teoria: e ciò mostra come gli apparecchi adoperati erano perfetti, e tali che durante le misure le perdite elettriche erano affatto trascurabili. Il quale favorevole risultato è da attribuirsi, in primo luogo alla perfetta costruzione delle bottiglie adoperate, che isolavano benissimo anche cariche oltremodo elevate; ed in secondo luogo alla brevissima durata della carica, che veniva impartita dalla mia grande macchina ad 8 dischi; la quale impiegava 8 a 10 secondi a caricare 12 bottiglie con 50 unità elettrometriche [1]). Anzi codesto tempo si sarebbe potuto sensibilmente diminuire se si fossero potute più rapidamente contare le scintille della bottiglia elettrometrica.



DI UNA NUOVA FORMA CHE PUÒ DARSI ALL' AVVISATORE MICROSISMICO; NOTA DEL DOTT. TEMISTOCLE CALZECCHI-ONESTI.

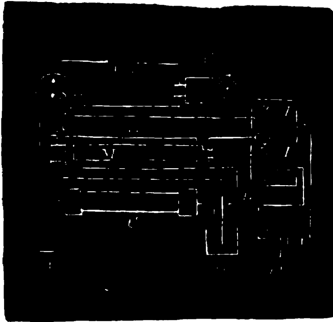
In due note stampate nel *Nuovo Cimento* [2]) io ho fatto conoscere una proprietà delle limature metalliche relativa alla conduttività elettrica. Lo studio che ora ne sto facendo, da un altro punto di vista, mi ha suggerito il modo di trarne un'utile applicazione alla microsimica, studio nuovo che va ogni giorno più diffondendosi in Italia, mercè l'instancabile operosità del Ch. Prof. Michele Stefano De Rossi, al quale esprimo la mia gratitudine per avermi, dopo la lettura delle dette due note, incoraggiato a proseguire le ricerche incominciate.

Rammento brevemente l'accennata proprietà delle limature. Quando una limatura metallica non sia pigiata entro un cannellino coibente, non è atta generalmente a condurre l'elettricità; per mezzo di un'estracorrente, o di una corrente indotta quando del circuito indotto faccia parte il cannellino, le si può comunicare la conduttività che le mancava. Se la limatura contenuta

1) La carica di 50 unità in 12 bottiglie, che alcune volte nelle precedenti esperienze si adoperò, spesso soleva perforarne alcune.

2) *Nuovo Cimento*, serie 3., vol. XVI, pag. 58, vol. XVII, p. 38.

nel cannellino C è in tale assettamento che non lasci passare la corrente fornita dalla pila P nel circuito PLhBCAB'gIP, basta produrre una o più volte una corrente indotta nel rocchetto R



aprendo e chiudendo il circuito PeMfP per cambiarla in conduttrice. Ciò posto, ho dato all' esperienza la disposizione che appare dalla figura, disposizione che può, convenientemente modificata, divenire a mio giudizio adatta a rivelare i più piccoli movimenti del suolo.

Il cannellino C ripieno di limatura p. e., di ottone, fa parte insieme con una bussola B' ed una pila P del circuito PLhBCAB'gIP, e del circuito BCANB dove si trova intercalato il rocchetto R, e per mezzo del commutatore H si può a piacere aprire l'uno o l'altro circuito. Allora, se la limatura conduce, aprendo il primo circuito, l'ago della bussola rimane deviato; e se invece non conduce, l'ago resta nella sua posizione di riposo. In questo secondo caso per mezzo del commutatore H lanciando per una o più volte la corrente della pila P nel rocchetto M situato entro il rocchetto R, alla limatura è fatta abilità di condurre; onde riaprendo il primo circuito, il passaggio della corrente è attestato dalla pronta e permanente deviazione dell'ago della bussola. Un piccolo tremito che venga comunicato alla tavoletta che regge il cannellino, un piccolo corista che si faccia vibrare appoggiato alla stessa tavoletta, e talvolta una nota che si canti, bastano per togliere alla limatura la conduttività e far ritornare l'ago della bussola alla sua posizione. — Il sostegno dell'ago, l'ago ed una soneria U si trovano nel circuito P'OSUP' della pila P'; e la bussola è talmente orientata che l'asta metallica S impedisce all'ago per un certo angolo di disporsi nel piano del meridiano magnetico. Quando, avendo la limatura perduto l'attitudine a condurre, la corrente non passa, l'ago è costretto dalla forza direttrice della terra a situarsi nel meridiano magnetico, ed essendone impedito dall'asta S chiude

il circuito P'OSUP' provocando il suono del campanello U. Molte altre disposizioni vengono alla mente, ma tutte trovano una grande difficoltà nella enorme resistenza delle limature metalliche. Dopo ciò, ecco come potrebbe disporsi l'esperienza per farla servire all'osservazione dei movimenti microsismici. Il cannellino contenente la limatura dovrebbe essere collocato nel modo con cui il Bertelli e il De Rossi hanno situato i loro tromometri e i loro avvisatori sismoscopici, in guisa cioè che i movimenti del suolo siano comunicati alla limatura e questa non abbia in alcun modo a risentire gli scuotimenti dell'edificio; la bussola, i rocchetti, il commutatore, le pile e il campanello possono essere disposti nella stanza di chi è destinato a fare le osservazioni; quando l'osservatore dal suono del campanello sia avvertito del movimento avvenuto, ne prende nota in relazione all'ora, e movendo opportunamente il commutatore restituisce alla limatura la perduta conduttività rendendola così subito adatta a nuove indicazioni. Giova qui avvertire che, regolando la quantità di limatura, si può in qualche modo regolare la sensibilità dell'apparecchio sia nell'acquistare che nel perdere la conduttività.

Io ho raccolto la limatura in un tubetto, ma l'esperienza mi ha dimostrato che il recipiente può avere una forma qualunque, e può anche ottenersi il fenomeno raccogliendo la limatura sopra lastre coibenti; adottando quest'ultima disposizione io ora vado ripetendo sulle limature il fenomeno di Hall, e mi pare con qualche successo.

I cultori della meteorologia endogena, che dispongono di un osservatorio, potranno servirsi utilmente, se non della disposizione da me proposta, della proprietà riscontrata nelle limature metalliche, per ideare un apparecchio adatto alle loro ricerche.

Fermo, Novembre 1885.



INFLUENZA DELLA CAPACITÀ DEL CONDENSATORE SULLA SEZIONE DELLE SCINTILLE E SULLA LORO DURATA; MEMORIA DEL DOTT. PIETRO CARDANI.

(Riassunto dell'Autore).

Il metodo preferito dall'A. per ottenere le immagini delle scintille fu il metodo fotografico, adoperando un obbiettivo rapidissimo e lastre al gelatino-bromuro. Le immagini fotografiche furono proiettate ingrandite sopra un diaframma dove si disegnava contemporaneamente l'ombra di un compasso a punte arcuate ed a molla; guardando da lontano si potevano benissimo condurre le punte del compasso a toccare i bordi delle immagini, evitando così quella indecisione nelle misure inevitabile per la sfumatura che presentano le scintille vedute da vicino.

Furono fatte molte serie di esperienze cambiando in ogni serie il numero delle bottiglie e da serie a serie la resistenza del circuito: tale resistenza era costituita da un grosso tubo di vetro contenente soluzione satura di solfato di rame.

Coi valori ottenuti per le sezioni delle scintille a resistenza costante ed a capacità del condensatore variabile si sone tracciate delle curve su carta millimetrata; tali curve presentavano l'andamento di curve paraboliche, ed infatti i valori calcolati con una formola della forma

$$y = a\,x^{\frac{1}{n}}$$

dove y rappresenta la sezione ed x la capacità, risultarono molto concordanti coi valori ottenuti dall'esperienza.

L'esponente $\frac{1}{n}$ dipende dal valore della resistenza ed n si avvicina tanto più ad 1 quanto minore è la resistenza. Se si potesse avere $n = 1$ si otterrebbe

$$y = ax$$

cioè la sezione sarebbe proporzionale alla capacità del condensatore, risultato ottenuto dal Villari.

Ma se la resistenza ha un certo valore, n diventa maggiore di 1 e quindi la sezione cresce meno rapidamente della capacità, il quale risultato è stato ottenuto dal Righi.

Infine per una resistenza grandissima, n assume pure un valore notevole, tanto che $x^{\frac{1}{n}}$ dentro i limiti delle ordinarie esperienze rimane sensibilmente costante, in altri termini la sezione sarebbe allora indipendente dalla capacità, come del resto l'A. aveva avuto occasione di notare nelle tracce delle scintille ottenute sulla carta affumicata e con resistenze grandissime.

L'A. ha voluto ricercare se, ammettendo che l'elettricità si comportasse nella scarica come un fluido incompressibile, si potesse dal modo come varia la sezione colla capacità risalire al modo come dovrebbe variare la durata.

Senza dare soverchio peso a tale ipotesi, l'A. ha trovato i seguenti risultati.

La durata t dovrebbe variare col rapporto $\frac{x}{y}$ e cioè secondo una funzione della forma

(2) $$t = \frac{1}{a} x^{1 - \frac{1}{n}}$$

che facilmente si ricava dalla formola (1).

Facendo n abbastanza grande, ciò che si ottiene con resistenze notevoli, si avrebbe

$$t = \frac{1}{a} x$$

cioè la durata proporzionale alla capacità, risultato ottenuto dall'A. e pubblicato nella sua memoria *Sulla durata delle scariche rallentate.*

Se per una certa resistenza si avesse $n = 2$, sarebbe

$$t = \frac{1}{a} x^{\frac{1}{2}}$$

cioè la durata proporzionale alla radice quadrata della capacità risultato ottenuto dal Feddersen per la durata di una oscillazione, ma che, a potenziale ed a resistenza costante, rappresenterebbe anche il modo come varia la durata totale della scarica.

È poi da notarsi secondo l'A. che dentro i limiti delle esperienze, anche i risultati di Lucaz e Cazin sulla durata della scarica riassunti nella formola

$$t = a(1 - b^x)$$

dove x rappresenta la capacità del condensatore, potrebbero ve-

nir pure rappresentati con sufficiente esattezza da un equazione simile alla (2).

Secondo l'A. si potrebbe adunque trovare la causa del disaccordo fra i risultati dei vari sperimentatori sul modo come varia la durata della scarica colla capacità del condensatore, nel non essersi tenuto in debito conto la influenza che sul fenomeno poteva esercitare la differente resistenza del circuito.



SULLA VARIAZIONE DEL DIAMETRO DELLE SCINTILLE COL POTENZIALE E COLLA RESISTENZA; MEMORIA DEL DOTT. PIETRO CARDANI.

(Riassunto dell'A.).

In questa seconda memoria l'A. misura i diametri delle immagini fotografiche delle scintille col catetometro. Altra volta aveva tentato questo metodo ponendo dietro la lastra ed in contatto colla faccia impressionata un foglio di carta bianca: ma in questo modo i bordi delle scintille venivano estremamente confusi (forse per un fenomeno d'ombra). Ha ottenuto invece misure concordantissime ponendo la lastra davanti ad una parete bianca fortemente illuminata e distante da essa di circa mezzo metro, sicchè, essendo il catetometro in fuoco colla lastra, la parete formava come uno sfondo omogeneo.

L'A. ha fatto diverse serie di esperienze variando la distanza esplosiva da 2 mm. a 16 mm. e modificando successivamente la resistenza interponendo nel circuito di scarica il solito tubo a soluzione satura di solfato di rame. Queste serie furono ripetute con 8. con 4 e con 2 grandi bottiglie di Leida.

In questo modo l'A. otteneva simultaneamente la variazione del diametro delle scintille col potenziale e colla resistenza. Riunendo fra loro i resultati ottenuti nelle varie serie con una data resistenza ed una data capacità, trovò che i diametri delle scintille crescevano secondo la radice quadrata del potenziale qualunque fosse stata la capacità e la resistenza adoperata. L'A. fa rilevare come il disaccordo tra questo risultato e quello ottenuto dal Prof. Righi che cioè per distanze esplosive notevoli il diame-

tro sia sensibilmente indipendente dalla distanza esplosiva, è più apparente che reale, giacchè a partire da una certa distanza esplosiva il diametro cresce così lentamente da far sembrare che in realtà ne sia indipendente, molto più poi quando si faccia avvenire la scarica tra palline di piccolo diametro nel qual caso, come è noto, la distanza esplosiva cresce con rapidità molto maggiore del potenziale.

Riunendo invece i valori ottenuti ad un dato potenziale e con una data capacità ma a resistenze differenti l'A. trovò che il diametro delle scintille decresceva col crescere della resistenza qualunque fosse stato il potenziale e la capacità adoperata; anzi tracciate le curve su carta millimetrata in modo da rappresentare sull'asse delle ascisse la resistenza e colle ordinate i diametri relativi, poteva facilmente riconoscere che tali curve che rappresentavano la variazione del diametro colla resistenza erano curve iperboliche.

Avendo calcolato alcune di queste curve coll'equazione

$$y = \frac{e}{a+x} + h$$

trovò valori concordantissimi coi valori dati dall' esperienza.

L' A. nota il fatto che le equazioni delle curve ottenute a potenziale costante ma con differenti capacità del condensatore ammettono il parametro h costante: ora siccome h rappresenta il diametro y quando x, cioè la resistenza, è molto grande e questo parametro è costante qualunque sia la capacità del condensatore, se ne ricava che con resistenze notevoli il diametro delle scintille è indipendente dalla capacità del condensatore, ciò che conferma il risultato ottenuto dall' A. nella precedente memoria.

L' A. infine seguendo l' idea del Villari che cioè vi debba essere una certa relazione tra la durata della scarica e la sezione della scintilla in modo che la *stessa massa elettrica dovendo produrre una scintilla di maggior durata debba generarla più sottile,* ha voluto esaminare come dovrebbe variare la durata della scarica col crescer della resistenza, se l' elettricità si diportasse nella scarica come un fluido incompressibile.

Ammettendo che, la quantità di elettricità rimanendo la stessa, la durata dovesse crescere in ragione inversa della sezione

ossia del quadrato del diametro, si dovrebbe avere che mentre dapprincipio il diametro decresce rapidamente col crescer della resistenza, la durata dovrebbe crescere anche rapidamente col crescer della resistenza: ma a resistenze notevoli il diametro rimanendo sensibilmente costante anche la durata dovrebbe rimanere sensibilmente costante: tali risultati sono conformi a quelli ottenuti sperimentalmeute dall'A. e pubblicati nella sua memoria sulla durata delle scariche rallentate.



SULLA SECONDA LEGGE DI HARRIS;
MEMORIA DEL DOTT. PIETRO CARDANI.

(Riassunto dell' Autore).

L' A. riassume, nella prima parte del suo lavoro, i risultati finora ottenuti sulla seconda legge di Harris che cioè la distanza esplosiva varia in ragione inversa della pressione del gas nel quale la scintilla si produce.

Dimostra che non è giusto dedurre tale legge dalla misura delle cariche, avvalendosi delle esperienze dell' Harris, del Knochenhauer e del Wiedemann e Rühlmann, poichè tale deduzione includereb be l' esattezza della prima legge dell' Harris cioè la distan za esplosiva esser proporzionale alla carica, mentre è noto dai lavori del Thomson, del Gaugain, del Righi ecc. che la distanza esplosiva cresce molto più rapidamente della carica ossia del potenziale del condensatore.

Esamina quindi le verifiche dirette fatte dal Masson e dal Gordon: il primo trovò vera la legge tra la pressione di 200 mm. e la pressione atmosferica ed adoperando distanze esplosive inferiori a 10 mm.; il secondo la trovò egualmente esatta tra gli stessi limiti di pressione ma per distanze esplosive superiori a 200 mm. Il Gordon però trovò per pressioni minori a 200 mm. che la lunghezza della scintilla cresceva meno rapidamente di quel che dovrebbe se la legge di Harris fosse esatta.

Malgrado questo accordo tra i risultati del Masson e del Gordon che sarebbe anche avvalorato da un identico risultato

che si ricaverebbe dalla misura delle cariche, l'A., ragionando sul modo come varia il rapporto tra la distanza esplosiva ed il potenziale col crescer del potenziale, credette poter concludere che la lunghezza della scintilla doveva crescer più o meno rapidamente di quello che vorrebbe la legge di Harris, secondo le circostanze nelle quali le esperienze venivano fatte.

Per verificare la legge di Harris, l'A. adoperò una batteria di 9 grandi bottiglie caricata da un elettromotore di Holtz. Il potenziale della batteria era misurato con un elettrometro di Righi. La scarica passava tra due grosse palle poste dentro un recipiente nel quale si poteva rarefare l'aria. Una delle palle posta a vite sopra una asticina di ottone si poteva a volontà avvicinare od allontanare dall' altra palla. La pressione del gas dentro il recipiente era misurata da un manometro di Regnault; le distanze esplosive si misuravano col catetometro.

L'A. unicamente per poter constatare che l'apparecchio funzionava regolarmente, studiò il modo come diminuiva il potenziale della batteria col diminuire della pressione a distanza esplosiva costante. Trovò che il rapporto tra queste due quantità cresceva col decrescer della pressione, risultato conforme a quello trovato da Knochenhauer, e da Wiedemann e Rühlmann; però tra la pressione di 200 mm. e la pressione atmosferica esso rimaneva sensibilmente costante.

Dopo tale studio preliminare passò a verificare direttamente la seconda legge di Harris proseguendo nel seguente modo.

Poste le palle dell' eccitatore alla distanza di circa 200 mm. diminuiva la pressione dell' aria per quanto lo comportava una macchina pneumatica in condizioni non ottime di cui si serviva. Indi con un rubinetto a tre vie escludeva la macchina pneumatica e stabiliva la comunicazione tra il recipiente dove avveniva la scarica ed il manometro di Regnault; regolava poscia la sensibilità dell' elettrometro in modo che la deviazione fosse al momento della scarica dentro il campo della scala e non molto grande. Notava tale deviazione, poi avvicinava le palle dell' eccitatore, ed aumentava gradatamente la pressione in modo che la scarica si producesse, a tale distanza esplosiva minore, allo stesso potenziale dell' esperienza precedente e misurava nuovamente la pressione. Così l' A. poteva avere con tutto rigore a quale di-

stanza esplosiva si produceva la scarica variando la pressione e mantenendo costante il potenziale della batteria.

Dalle molteplici serie fatte, l'A. potè stabilire che il prodotto della lunghezza della scintilla per la pressione è tutt'altro che costante come lo vorrebbe la legge di Harris, ma che invece tale prodotto cresce sempre non solo nei limiti pei quali il Masson ed il Gordon ammettono vera la legge suddetta ma anche per quelle pressioni per le quali il Gordon ha trovato che lo stesso prodotto decresce.

L'A. esaminando il modo come il prodotto suddetto si modifica, trova che in tutte le serie esso rimane sensibilmente costante finchè la distanza esplosiva non supera di molto i 20 mm.: in tali condizioni adunque la legge di Harris sarebbe sensibilmente vera come aveva trovato il Masson. Poscia cresce rapidamente per tendere di nuovo a diventar costante a distanze esplosive superiori a 200 mm.

Secondo l'A. l'elemento che sembra segnare i limiti tra i quali la legge di Harris si verifica è la distanza esplosiva e non la pressione come avrebbero voluto il Masson ed il Gordon.

L'A. quindi passa ad esaminare quali cause potevano influire su così completo disaccordo tra i risultati del Gordon e quelli da lui ottenuti, e conclude che il disaccordo non poteva dipendere che dai diversi limiti di distanza esplosiva dentro i quali le esperienze eransi fatte. Analizza le due serie di esperienze fatte dal Gordon separatamente ed osserva che per la prima serie in cui il Gordon cominciò alla distanza esplosiva di 137 mm. il prodotto della lunghezza della scintilla per la pressione dapprima aumenta, raggiunge un massimo per una distanza esplosiva di 250 mm. ed indi decresce, mentre nella seconda serie in cui ha cominciato a distanza esplosiva di 307 mm. il prodotto diminuisce sempre ma l'andamento generale accenna che anche in questo caso il prodotto aveva passato un valore massimo e tale massimo avrebbe pure dovuto verificarsi alla distanza esplosiva di 250 mm.

Anche nelle esperienze fatte dall'A. il prodotto della lunghezza della scintilla per la pressione, mentre da principio cresce rapidamente, per distanze esplosive superiori a 200 mm. tende a diventare costante ed accenna ad assumere un valore massimo

ad una distanza esplosiva di 250 mm. In seguito a ciò l'A. ha intrapreso delle esperienze a distanze superiori a 200 mm., ed ha ottenuto che il prodotto suddetto cresceva fino ad una distanza esplosiva di 250 mm. per poi cominciare a decrescere presentando un andamento del tutto conforme a quello delle serie fatte dal Gordon.

Il Gordon adunque aveva male interpretato i risultati delle sue esperienze: non si accorse cioè della lieve differenza che presentavano nell'andamento le due serie da lui fatte, anzi avendole riunite in unico quadro credette di poter concludere che: *la legge di Harris si verifica approssimativamente da una pressione di 280 mm. fino ad 1 atmosfera non costatandosi differenze che indichino seguire il fenomeno un' altra legge.* Se egli avesse constatata questa lieve differenza, molto probabilmente avrebbe fatto altre serie a distanze esplosive minori ed avrebbe costatato che per distanze esplosive comprese tra 20 mm. e 250 mm. la lunghezza della scintilla cresce molto più rapidamente di quel che lo vorrebbe la legge dell' Harris.

L' A. dimostra in seguito che questo modo irregolare come si modifica il prodotto della lunghezza della scintilla per la pressione dipende esclusivamente dal modo come si modificano i rapporti tra la distanza esplosiva ed il potenziale col crescer del potenziale, e tra la pressione ed il potenziale col diminuire della pressione.

In generale quando si abbia la lunghezza della scintilla L alla pressione H e si voglia trovare la lunghezza L' alla pressione $\frac{H}{m}$ rimanendo il potenziale P costante, secondo l'A. si deve supporre che l'esperienza si effettui in due tempi.

1.° Supporre che la pressione diventi $\frac{H}{m}$ ed il potenziale $\frac{P}{m}$; questa ipotesi si verifica molto sensibilmente tra la pressione di 200 mm. e la pressione di 1 atmosfera. Per pressioni minori il rapporto $\frac{P}{H}$ cresce col diminuire della pressione, e per mantenerlo costante, cioè per avere alla pressione $\frac{H}{m}$ il poten-

ziale $\frac{P}{m}$ si dovrà diminuire la lunghezza della scintilla in modo che essa diventerà $l' < L$;

2.° Supporre che alla pressione $\frac{H}{m}$ avendo la lunghezza iniziale l', il potenziale da $\frac{P}{m}$ cresca ad assumere il valore primitivo P: se la lunghezza della scintilla crescesse proporzionalmente al potenziale, allora la lunghezza diventerebbe $m l'$, ma siccome si sa che la lunghezza cresce molto più rapidamente del potenziale si avrà che la lunghezza finale diventerà $m' l' > m l'$. Ora secondo le circostanze $m' l' \gtreqless m L$ e quindi il modo come si modifica la lunghezza della scintilla colla pressione a potenziale costante dipenderà dai rapporti $\frac{m'}{m}$ e $\frac{L}{l'}$.

Finchè non si adoperano pressioni inferiori a 200 mm. e distanze esplosive superiori a 20 mm. si ha sensibilmente $l' = L$ ed $m' = m$: la legge di Harris è sensibilmente vera, come ha trovato il Masson.

Se dentro gli stessi limiti di pressione si sperimenta a distanze esplosive comprese tra 20 mm. e 250 mm., rimane sensibilmente $L = l'$ ma m' diventa molto maggiore di m, perchè la lunghezza cresce più rapidamente del potenziale e quindi la distanza esplosiva cresce molto più rapidamente col diminuire della pressione di quel che lo vorrebbe la legge di inversa proporzionalità: questo risultato fu constatato dall'A.

Per poter verificare se i risultati del Gordon si potevano dedurre in questo modo bisognava conoscere come si modificavano i rapporti $\frac{m'}{m}$ ed $\frac{L}{l'}$ a distanze esplosive superiori a 200 mm. Tale studio non essendo stato fatto da alcun fisico, l'A. non possedendo apparecchi così potenti da aver scariche di molto superiori a 200 mm., ricorse ad un mezzo indiretto: studiò quale influenza poteva avere la pressione sul modo come si modificava il rapporto tra la lunghezza della scintilla ed il potenziale e trovò che la legge colla quale variava tale rapporto a pressione costante è sempre la stessa qualunque sia questa pressione. Indi studiò

quale influenza esercitava la distanza esplosiva sul modo come si modificava il rapporto tra la pressione ed il potenziale, e trovò che a distanza esplosiva costante la legge colla quale varia il rapporto predetto è sempre la stessa qualunque sia la distanza esplosiva.

Ottenuti questi risultati l'A. cercò come si modificava il rapporto tra la distanza esplosiva ed il potenziale a pressioni costanti relativamente basse in modo da poter ottenere scariche di oltre 700 mm., e trovò, che tale rapporto, contrariamente a quanto sinora si credeva, a distanze esplosive superiori a 200 mm. diventava sensibilmente costante; cioè la distanza esplosiva cresceva proporzionalmente al potenziale.

Ripigliando il ragionamento precedente, per distanze esplosive superiori a 200 mm. si ha adunque m' sensibilmente eguale ad m: dentro i limiti di pressione in cui si abbia sensibilmente $l' = L$, sarà la legge di Harris verificata, ma per pressioni minori a 200 mm. l' diventa minore di L e quindi la lunghezza crescerà di meno di quel che lo vorrebbe la legge di Harris, i quali risultati sono quelli ottenuti dal Gordon.

Riassumendo la seconda legge di Harris è solamente vera dentro quei limiti nei quali i rapporti $\frac{L}{P}$ e $\frac{H}{P}$ sono costanti.



SULLA ELETTRICITÀ CHE SI SVOLGE NELLA COMBUSTIONE DE' CORPI SPECIALMENTE QUANDO ARDONO CON FIAMMA; NOTA DI LUIGI PALMIERI.

Il Pouillet credo fosse stato il primo a cercare la elettricità nella combustione de' corpi, sperimentando sul carbone; ma il Matteucci, che insieme con altri negava lo svolgimento dell'elettricità dalle combinazioni di due corpi semplici, interpretando diversamente le sperienze del fisico francese forse arrestò le indagini su questo argomento.

Più tardi (1850) avendo io fatto degli esperimenti da' quali appariva elettricità proveniente dalle combinazioni binarie dei corpi semplici, mi venne il desiderio di conoscere se scomponendo

alcune di queste per opera del calore, si avessero del pari manifestazioni elettriche; e provvedutomi di alcuni composti binarii che si scompongono a temperature non molto elevate, come ossido di argento, ossido d'oro, biossido di piombo, mi avvidi che riscaldando queste sostanze in coppe di platino mercè il calore della fiamma di acquavite, qualche indizio di elettricità spesso si manifestava. Ma non tardai ad accorgermi, che per la semplice azione della fiamma, lo stesso fenomeno potea avvenire, senza che nelle coppe di platino vi fosse sostanza alcuna. Cominciai allora a studiare il fenomeno; ma un articolo del Buff apparso negli *archivi* della B. U. di Ginevra, mi fece abbandonare le indagini intraprese, impercioechè il fisico alemanno avea veduto qualche cosa simile, ricorrendo però al termoelettricismo che non pare ci entri in modo veruno.

Ritornato ora sul tema abbandonato, ho trovato alcuni fatti che stimo degni di essere conosciuti.

Ho preso in disamina la combustione dell'acquavite, dell' etere, della benzina, del solfuro di carbonio, del petrolio, dell'olio, dello zolfo, del magnesio, del fosforo, dell'esca, della carta, della polvere pirica e dell'idrogeno, e sempre ho trovato distintamente due stati elettrici opposti, uno nella fiamma ed un altro nel combustibile, con alcune particolarità che saranno qui appresso indicate. L'apparecchio di cui mi sono giovato è un elettroscopio di Bohnenberger con buone pile a secco di quelle da me ridotte a forza costante; il conduttore fisso che sostiene la foglia d'oro è isolato col mio mastice che mentre è il migliore coibente, non è affetto dalle consuete dispersioni provenienti da un esilissimo velo di umidità che suole depositarsi alla superficie dei coibenti solidi.

Questo elettroscopio è innestato ad un condensatore i cui piattelli di rame dorato hanno sedici centimentri di diametro. Dal piattello inferiore parte un bracciuolo anche di rame dorato al cui estremo si adatta un anello di platino, una pinza o altri pezzi che possono occorrere. Lo strumento ha una squisitezza veramente maravigliosa, e forse insuperabile.

Ora prendiamo ad esempio un poco di etere o acquavite in una piccola coppa di platino sostenuta dall' anello dello stesso metallo che comunica col piattello inferiore dell' elettroscopio

condensatore del quale di sopra è detto, ed accendiamolo: usando il condensatore nel modo che tutti sanno, non si vedrà alcun indizio di elettricità; ma se mentre il condensatore funziona s'immerge nella fiamma una laminetta o un filo di platino tenuto tra le dita e poi, rimosso questo, si elevi il piattello superiore del condensatore, tosto si vedrà la foglia d'oro indicare elettricità positiva. Se la coppa di platino stia in comunicazione col suolo e la fiamma lambisca la laminetta o il filo di platino che comunica col condensatore, operando come prima, si vedrà l'elettricità negativa della fiamma. Conviene evitare lamine di platino di una certa grandezza immerse nella fiamma perchè con esse possonsi talvolta avere delle inversioni, siccome appresso si dirà.

Se dunque usate di una piccola lampada di metallo, e tenendo questa con una mano fate che la fiamma circondi un filo di platino ripiegato in punta che comunica col piattello inferiore del condensatore, vi sarà agevole vedere la elettricità negativa della fiamma, e volendo vedere la elettricità positiva della lampada, converrà metter questa sull'anello di platino ch'è unito al condensatore ed immergere nella fiamma il filo di platino tenuto con le dita.

Per la qual cosa, usando di una lampada di cristallo esternamente bene asciutta e tenuta con una mano o meglio posta sopra un piede isolante, e fatta pervenire la fiamma al filo di platino che parta dal piattello inferiore del condensatore, non si avrà alcun indizio di elettricità. Delle due elettricità che contemporaneamente si svolgono nella combustione conviene sperderne una per rendere l'altra palese, altrimenti le opposte elettricità si neutralizzano.

Se intanto il filo di platino si trovi immerso ne' semplici prodotti della combustione, si trovi cioè alquanto di sopra della fiamma, allora si raccoglierà elettricità positiva anche quando la lampada sia di vetro bene asciutto da dare la fiamma neutra, sebbene valga meglio che sia di metallo e comunicante col suolo. Di questo fatto singolare mi sono avveduto verso la fine delle mie indagini usando lampade ad acquavite, e per vedere se esso fosse comune a tutte le altre fiamme, avrei dovuto ritornare sulla intera serie delle sperienze già compiute, e però mi riserbo

di studiare questo fenomeno che mi pare assai degno di nota; posso per ora dire che la cosa succede egualmente con altre fiamme sulle quali ho fatto esperienze come per esempio con la fiamma di olio di olive.

Se oltre la fiamma, ed a piccola distanza dal suo vertice, tra' prodotti della combustione, si trova, almeno con alcune sostanze, un'elettricità opposta a quella della fiamma stessa, si potrebbe forse avere da ciò la origine di alcune inversioni [1]).

Con una lampada di cristallo esternamente bene asciutta si possono riscaldare sostanze contenute in coppe di platino comunicanti col condensatore senza temere alcuna perturbazione sensibile; ma se la lampada non sia ben forbita ed asciutta, potrà dare più o meno deboli indizii di elettricità propria. Resta solo la possibilità che la coppa o lamina di platino sia elettrizzata da' prodotti della combustione.

Usando ne' modi sopraindicati di solfuro di carbonio, la benzina, il petrolio e gli olii vegetali, si troverà del pari la fiamma negativa se la coppa di platino sia in comunicazione col suolo, o questa positiva se la fiamma per un filo o laminetta di platino comunichi essa col suolo e la coppa sia congiunta al condensatore. Co' liquidi le cui fiamme sono fuliginose col depositarsi del carbone sul platino si suole aver meno, e talvolta anche qualche inversione.

Ma bruciando de' corpi solidi semplici come solfo, fosforo, magnesio, ed operando ne' modi sopraindicati, le cose procedono in ordine inverso, la fiamma cioè mostra elettricità positiva ed il combustibile con la coppa di platino che lo contiene danno elettricità negativa. Col magnesio ci vuole un certo garbo per l'ossido che depositandosi copioso sopra il platino può come il pulviscolo di carbone recare qualche perturbamento. Con lo solfo è più comodo sperimentare. Nella combustione dunque di un corpo solido semplice si ha elettricità positiva dalla fiamma e negativa dal combustibile. Restava a vedere quale risultamento si avesse dalla combustione di un corpo semplice aeriforme. L'egregio Prof Valentini assistente al laboratorio chimico della nostra Università, mi preparò l'idrogeno in un gassometro, e con

1) Con la fiamma dell'etere non sono riuscito a vedere il fenomeno di sopra notato.

la sua cooperazione potei per più volte ripetere gli esperimenti sulla fiamma, mantenendo il becco metallico di uscita in comunicazione col suolo. Prima di accendere il gas si fece battere il soffio sopra la laminetta di platino unita al condensatore, e visto che non si aveva alcun indizio di elettricità, si produsse la fiamma la quale battendo sulla stessa laminetta si ottenne elettricità negativa, ma avendo alla lamina sostituito un semplice filo di platino ripiegato in punta si ebbe costantemente elettricità positiva. Non è per altro la prima volta che le lamine specialmente alquanto estese mi abbiano recato qualche perturbamento, è però che ho sempre preferito i fili.

Io avea altra volta istituite delle sperienze le quali dimostravano che nelle combinazioni di due corpi semplici ci ha svolgimento di elettricità, avendo parecchi fisici, tra quali il Matteucci, sostenuto il contrario. Ottenni allora elettricità dinamica combinando un metallo con un metalloide o due metalloidi come il fosforo col iodo. I nuovi esperimenti sulla combustione de'corpi semplici rifermano quelli fatti altra volta e che per poca pubblicità data ad essi rimasero ignorati.

Io ho sempre creduto che se la corrente si consuma quando fa il lavoro analitico dell'elettrolisi, debba essere riprodotta nel verificarsi il lavoro sintetico, e parecchie sperienze provano che la quantità di energìa elettrica che si spende per iscomporre un grammo di acqua viene esattamente restituita allorchè questo si ricompone; ed è da notare che l'elemento elettro-negativo svolge elettricità positiva, e l'elettro-positivo elettricità negativa. Onde nella pila a gas l'ossigeno rappresenta il polo positivo e l'idrogeno il negativo. Se in una coppa di platino ponete acido solforico allungato ed in esso immergente un pezzetto di potassa, vi sarà agevole vedere la elettricità positiva svolta dall'acido o la negativa che si manifesta nella potassa, servendosi dell'apparecchio di sopra descritto.

Venendo alla combustione di corpi solidi composti dirò, che la carta, quando si abbia un certo accorgimento nel fare l'esperienza si comporta come lo zolfo, e lo stesso si ha con la polvere pirica prima impastata con acqua e conformata a cono, con la base sopra una lamina di platino comunicante col condensatore. Accendendo questo cono pel suo vertice quando la massa

sia ancora leggermente umida ed operando come ne' casi precedenti, si avrà elettricità negativa.

L'esca ch'è un buon conduttore elettrico, e che, come tutti sanno, arde senza fiamma nell'aria, mostra nelle parti ancora incombuste notevole elettricità positiva e nella parte che brucia elettricità negativa. Prendiamo un pezzo di esca accesa all' un de' capi e tenendolo con l' altro fra le dita mettiamo l' estremo che arde in contatto con un filo o laminetta di platino che comunica col piattello inferiore del condensatore, rimossa l'esca ed alzato il piattello superiore che poco innanzi comunicava col suolo, tosto vediamo la foglia d'oro dell'elettroscopio accennare ad elettricità negativa. Per vedere la elettricità positiva dell'esca incombusta converrà che mentre questa comunica col condensatore un filo o laminetta di platino tenuta fra le dita tocchi la parte accesa.

Pare dunque evidente che in ogni corpo che arde si svolgono i due stati elettrici i quali contemporaneamente si neutralizzano stando l'uno a fronte dell'altro, e però non si mostrano, ma facendone sparire uno si può l'altro rendere aperto: se in una coppa di platino ponete dell'acido solforico allungato con entro una lamina di zinco, e fate che la coppa comunichi col piattello inferiore dell' elettroscopio condensatore, voi non vedrete ombra di elettricità, ma fate comunicare lo zinco col suolo e tosto vi apparirà la elettricità positiva del liquido; ed invertendo l' esperienza potete rendere palese la elettricità negativa dello zinco.

Ciò posto io pensai che se una lampada accesa costituisce una vera coppia, ordinandone molte in serie si avrebbe una pila che potrebbe dirsi *piro elettrica*. Un piccolo saggio da me fatto con sole tre lampade ad acquarzente (alcool) mi ha mostrata la giustezza del concetto, ma converrebbe, fare uno studio sperimentale su questo curioso argomento.

Dalle esperienze finora descritte oltre alla prova sperimentale della elettricità che si svolge nella conbustione de' corpi, possonsi tirare le seguenti conclusioni:

I. Che nella combinazione di due corpi semplici ci ha svolgimento di elettricità.

II. Che gli elementi che nell'analisi si mostrano elettronegativi, nella sintesi svolgono elettricità positiva, e gli elettropositivi elettricità negativa.

III. Che la elettricità negativa che mostra lo zinco nell' acido solforico potrebbe derivare dallo zinco stesso elettro-positivo, senza fargliela comunicar dall' ossigeno dell'acqua, siccome vogliono alcuni fisici autorevoli tra quali ricordo il Pouillet. Gli stati elettrici che mostrano gli elementi che si separano per elettrolisi e che costituiscono il così detto stato nascente sono intransitivi ed incomunicabili. A mio modo d' intender un atomo di ossigeno è una certa energia elettronegativa unipolare che si può in due modi ridurre in equilibrio, cioè o entrando in combinazione con un determinato numero di atomi in istato elettrico opposto, o riducendosi a stato naturale ossia perdendo lo stato nascente a spese de' corpi circostanti; e però allorchè quest' ossigeno per reazioni chimiche sia costretto ad entrare in combinazione con atomi elettropositivi, deve spogliarsi di quella elettricità per la quale si era ridotto neutro, e così restituirà l'energica consumata. Secondo questo modo di vedere dalla combinazione di un atomo di ossigeno nascente, cioè negativo, con due atomi d' idrogeno anch' essi a stato nascente, cioè positivi, si avrebbe una molecola d'acqua neutra senza svolgimento di elettricità. Ma l' ossigeno ordinario, cioè divenuto neutro, non potendo combinarsi con un altro corpo senza riprendere lo stato elettronegativo, deve di necessità spogliarsi della elettricità opposta. Così s' intende come gli elementi elettro-negativi nell'elettrolisi, diano elettricità positiva nella sintesi, e per contro l'elettricità negativa in questa derivi dagli elementi elettro-positivi.

Non voglio lasciare questo argomento senza ricordare l' effetto della fiamma o dei moccoli accesi usati dal Volta in cima a' conduttori co' quali soleasi esplorare la elettricità dell' aria. Non cade dubbio sull'efficacia delle fiamme o de' moccoli accesi messi in cima de' conduttori francliniani, ma fa maraviglia vedere proposti e raccomandati questi mezzi oggi che si pretende non già mostrare l'esistenza dell'elettricità dell' aria, ma averne misure precise e comparabili. Oltre che la combustione varia d' intensità per la diversa forza del vento e scema o si spegne con le piogge, può di per sè alterare i risultamenti, per la elettricità che dalla combustione deriva.

Chiudo finalmente questa breve nota che potrebbe dar luogo ad ulteriori indagini sul misterioso magisterio atomico e mole-

colare de' corpi, ringraziando il mio collega Prof. Oglialoro che con cortesia pari al suo merito, mi ha dato il maggior numero delle sostanze sulle quali le sperienze sono state istituite.

Postilla

'Dopo letta la nota antecedente ho avuto l' ultimo volume del Wiedeman *Die Lehre von der Elektricitat,* ove si trovano alcuni altri studi fatti in Germania intorno alle fiamme, oltre quelli del Buff da me citati, ma non pare che alcuno siasi messo dal mio punto di vista, siccome si vede dalle indagini di Erman sulla *conducibilità unipolare della fiamma.*

Mi si è fatto notare che bruciando il fosforo in coppe di platino bisognava tener conto dell'azione chimica tra il metalloide ed il metallo. Io ho creduto poter prescindere da questa che non può dare elettricità libera, ed anche perchè accendendo il fosforo nella coppa di platino questa si tapezzava di fosforo rosso che diveniva la difesa del platino, per cui conservo intatta una coppa dopo moltissime prove fatte con essa. Del resto a me premeva assicurare la natura dell'elettricità della fiamma.



LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELLE COMBINAZIONI DEL CARBONIO ED IN ISPECIE SULLA CONDUCIBILITÀ DELLE AMMIDI, DEI NITRODERIVATI EC.; NOTA SECONDA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

(Letta alla *R. Acc. dei Lincei* nell'adunanza del 21 Giugno 1885).

I. In una comunicazione precedente [1]) letta alla *R. Accademia dei Lincei* nella seduta del 15 Giugno 1884 indicai i metodi da me tenuti per provare la non conducibilità o la conducibilità dei composti organici; questi metodi si prestano anche ugualmente bene per fare delle misure esatte di conducibilità per quanto questa sia piccola. Qui aggiungerò soltanto che in queste determinazioni di conducibilità la pila era composta di 10 ele-

1) A. Bartoli. *La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio; Nuovo Cimento* 3. s. t. XVI, pag. 64; *Transunti della R. Accademia dei Lincei;* 3. s. volume VIII, (1884). *Gazzetta Chimica di Palermo*, t. XIV, 1884; *Naturforscher* 1884; *Chemische Centralbl.* 1885, s. 785. *Jahresberichte der Chemischen Technologie* 1885, Bd. XXX, s. 1313 ecc.

menti Daniell fino ad 800 elementi zinco, rame, acqua con nitrato sodico; che i galvanometri adoperati furon due, l'uno del Platt di Potsdam sistema Magnus, l'altro dell'Edelmann (bussola di Wiedemann). Il primo che era a filo sottilissimo e straordinariamente lungo, si poteva impiegare con tutto il circuito oppure con un solo quarto del circuito e s'impiegava solo pei corpi isolanti o semisolanti: la sua sensibilità erasi mantenuta così squisita come fu detto nella comunicazione sopra ricordata. La bussola Wiedemann era munita di sei telai con tal numero di giri e collocati a tali distanze dall'ago che con l'insieme di questa e del galvanometro Magnus si poteva misurare così la intensità di una corrente resa straordinariamente debole per l'interposizione di un *semisolante* come quella di una corrente che produceva nel voltametro visibile elettrolisi. Le due bussole erano stabilite in una sala a pian terreno circondata da giardini e distante un trenta metri dalla strada che è una delle meno frequentate di Firenze. I reostati erano: Uno di Hipp che segnava resistenze da 1 a 4000 metri mercurio sezione $1^{mm}\square$; un altro da me costruito con tubi pieni di soluzione di solfato di zinco purissimo bollita col carbonato di zinco con elettrodi formati da estesissime superficie di zinco amalgamato, che andava da 1000 circa a circa 10000000 di metri mercurio sezione $1^{mm}\square$. Questo reostata mi dette sempre buoni resultati in quanto che la temperatura della stanza in cui si trovava variava poco o punto nel corso della giornata e oscillava sola da $+10°$ a $+20°$ da inverno ad estate: ciò nondimeno il reostata era verificato ogni tanto [1]).

I confronti di tali reostati venivano fatti riferendosi ad una copia del metro di mercurio costruita dallo Strecker a Würzburg e donatami dal chiarissimo Prof. F. Kohlrausch.

Il liquido di cui si voleva misurare la conducibilità veniva racchiuso entro un tubo d'assaggio alto 200^{mm} col diametro di 30^{mm}, chiuso da un tappo di gomma traversato da un termometro Baudin di precisione e da due tubi di vetro che racchiudevano gli elettrodi saldativi a fusione di vetro: gli elettrodi erano stri-

1) Questo reostata è stato da me descritto nelle Memorie: *Sulle polarità galvaniche e sulla decomposizione dell'acqua con un solo elemento Daniel; Nuovo Cimento*, 3. s. vol. V, pag. 203-252, e nell'altra: *Sulla corrente residua dei deboli elettromotori; Nuovo Cimento*, 3. s., t XI, pag. 193.

sce di platino larghe 3 millimetri le quali uscivano inferiormente per 30 millimetri ed erano situate nel voltametro parallelamente alla distanza di 10 millimetri e tutte immerse nel liquido.

Questo voltametro mi ha servito più specialmente pei liquidi semi conduttori e pei semisolanti: rimanendo immutate le condizioni in tutte le esperienze si poteva determinare la conducibilità, avendo prima paragonato la resistenza che offriva il voltametro stesso pieno di un dato liquido con quella offerta da una determinata colonna cilindrica dello stesso liquido.

Pei liquidi dotati di una certa conducibilità (quantunque anche questi poco conduttori, come gli alcooli, i mitroetani ec.) si ricorreva ad un tubo ad U alto un quindici centimetri col diametro di 3 centimetri, il quale era stato più o meno assottigliato alla lampada per un tratto di sei centimetri o più nella curvatura, cioè in quel tratto che riunisce i due rami verticali. In altri casi ricorreva ad un voltametro intieramente in porcellana. Gli elettrodi erano formati ciascuno da un disco di platino di diametro poco inferiore a quello del tubo grande e saldato a fusione di platino ad un filo dello stesso metallo; ciascuno degli elettrodi penetrava in uno dei rami ad un punto segnato sul vetro e poco distante dal ristringimento. In alto i due tubi erano chiusi da tappi di sughero, o da tappi di vetro bene arruotato e comunicavano coll' atmosfera per mezzo di tubi di vetro capillari: acciò non potesse per differenza di pressione diventare diverso il livello del liquido nei due rami. Si evitavano gli effetti della polarizzazione galvanica col far passare la corrente per tempo breve e coll'impiego di grandi forze elettromotrici rispetto alle quali era perfettamente trascurabile quel poco di polarità che si osservava con certi liquidi.

Ciascuno dei tubi ad U era stato previamente studiato misurando la resistenza che presentava quando conteneva una nota soluzione di solfato di rame con elettrodi di rame.

Il riscaldamento dei voltametri si faceva per mezzo di un bagno a petrolio bollente sopra 300°: il bagno conteneva circa un litro di petrolio ed era formato da un bicchiere di vetro di Germania scaldato su bagno di grafite; vi era un agitatore ed un termometro.

Vengo ora ai resultati generali ottenuti.

In questa comunicazione parlerò specialmente delle ammidi e delle anilidi, delle aniline e dei nitroderivati.

II. Le ammidi e le anilidi sopra cui ho sperimentato erano purissime; eccone l'elenco:

Formamide (Kahlbaum); acetamide (Kahlbaum); propionamide (Kahlbaum, fondeva + 75°); benzamide (Kahl. f. + 125°); bromo amidonaftalina (Guareschi, f. + 63° a + 64°); monocloracetamide (Guareschi); bicloracetamide (Guareschi); tricloracetamide (Guareschi); bibromacetamide (Guareschi); tribromacetamide (Guareschi); formanilide (Kahl., f. + 46°); acetanilide Kahl., f. + 112°); benzanilide (Kahl., f. + 165°).

Tutte queste sostanze conducevano benissimo allo stato liquido e regolarmente, cioè la loro conducibilità cresceva regolarmente col crescere della temperatura. Alcune di esse (acetamide, propionamide) conducevano discretamente anche subito dopo solidificate, ma tanto meno quanto più col raffreddarle si allontanavano dal punto di solidificazione.

Passiamo dunque a formulare la regola seguente, che scriveremo per la nona, come facente seguito alle altre otto regole formulate nella comunicazione sopra citata [1]).

9ª. « *Conducono e presentano segni irrifiutabili di conducibilità propria le ammidi, le anilidi e i loro derivati per sostituzione di cloro, bromo all' idrogeno del radicale acido* ».

III. Quantunque nella regola 6ª data nella comunicazione sovracitata, parlando delle ammine s' intendesse estesa la regola anche a quelle della serie aromatica, pure per amor di chiarezza aggiungerò che anche tutte le aniline da me studiate hanno sempre dato allo stato liquido segno irrifiutabile di conducibilità. Così ho studiato la fenilammina o anilina (tre diversi campioni) la difenilammina, la dimetilanilina, l' etilanilina, la dietilanilina, la toluilendiammina, la rosanilina (in soluzione nel cloroformio), la trifenilrosanilina (sciolta nel cloroformio) la bromoamidonaftalina ec., cosicchè si può enunciare:

10ª. « *Tutte le diverse aniline allo stato liquido o sciolte in liquidi isolanti godono al pari delle altre ammine, di una conducibilità propria* ».

1) Bartoli, *La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio*, vol. VIII, ser. 3, dei *Transunti*, seduta 15 giugno 1884, e *N. Cimento*, 3. serie t. XVI, p. 64.

IV. Ho potuto procurarmi allo stato di purezza diverse basi della serie della piridina, cioè la piridina, lutidina, collidina ec.: anche questi composti conducono molto bene: cosicchè possiamo dire:

11ª. « *Conducono bene allo stato liquido, così la piridina, come i suoi derivati* $C_nH_{2n-5}N$ *cioè picolina, lutidina, collidina* ec. ».

V. Ho studiata la conducibilità dei seguenti composti nitroderivati, e li ho trovati conduttori.

Nitrometano, nitroetano, nitropentano, cloropicrina, nitrobenzolo, binitrobenzolo (meta), nitrotoluene (para), dinitrotoluene, nitronaftalina, bromonitronaftalina, nitranilina (meta) bromobinitrofenolo, bromobinitroanisolo, bibromonitroanisolo, nitrofenolo, onde risulta la seguente proposizione.

12ª. « *Conducono tutti i nitrocomposti e la sostituzione del gruppo* NO_2 *in un composto vi introduce la conducibilità se esso era isolante e l' aumenta in generale, se quello era già conduttore* » [1]).

VI. Osserverò da ultimo che:

13ª. « *Le combinazioni del carbonio, allo stato liquido e così pure i loro miscugli allo stato liquido e le loro soluzioni, aumentano di conducibilità coll' aumentare della temperatura* ».

Questa regola risulta dall' esame della curva della conducibilità alle diverse temperature costruita per molte migliaia di composti organici i più diversi, come composti puri, mescolanze fatte ad arte, sostanze naturali, cioè olii, essenze, grassi, burri, resine, balsami, cere vegetali, cere fossili, ecc. È bene però avvertire fin d' ora che vi è qualche sostanza come la dietilammina la quale entro certi limiti di temperatura presenta un contegno diverso.

VII. In un' altra comunicazione indicherò i resultati ottenuti studiando altre classi di composti. Intanto mi preme di fare osservare che non ho per ora riportate le determinazioni di conducibilità alle diverse temperature, (qualche volta dalla solidificazione sino al punto critico) prima per non occupare troppo spazio con la pubblicazione; e poi anche perchè non mi pare oppor-

1) Il gruppo NO_2 potrebbe perciò chiamarsi *elettroligeno*.

tuno di tentare delle relazioni numeriche finchè non si sono bene stabiliti i fatti più salienti che risultano da questi studi; se non si sono bene stabilite in somma le regole e le anomalie.

Nel chiudere questa breve Nota sento il bisogno di ringraziare i chiarissimi sigg. Prof. Balbiano della R. Università di Messina; Prof. Bechi dell'Istituto T. P. di Firenze; Prof. Bertoni dell'Università di Pavia; Prof. Campani della R. Università di Siena; Prof Ciamician dell'Università di Roma; Prof. Giannetti della Università di Siena; Prof. Fileti dell'Università di Torino; Prof. Guareschi dell'Università di Torino; Prof. Giacomelli dell'Istituto di Firenze; Prof. F. Kohlrausch dell'Università di Wurzburgo; Prof. Mazzara dell'Università di Torino; Prof. Missaghi dell'Università di Cagliari; Dott. Piccini della Università di Roma; Prof. Papasogli di Firenze; Sig. Romei, Presidente dell'Associazione Chimica Toscana; Prof. Roiti dell'Istituto Superiore di Firenze; Dott. P. Guasti; sig. G. Raffo; e così pure ringrazio tutti quei Chimici e Naturalisti che mi hanno promesso gentilmente d'inviarmi qualcheduno dei composti da loro preparati o di altre sostanze da loro studiate.

Firenze 1. Giugno 1885.



LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DI ALCUNI COMPOSTI ORGANICI ALLO STATO SOLIDO; NOTA PRELIMINARE DEL PROF. A. BARTOLI.

(Comunicazione letta alla *R. Acc. dei Lincei*, nella seduta del 21 giugno 1885).

I. In una comunicazione precedente [1]) ho enunciato la 1ª regola generale che « Non conducono la corrente le combinazioni del carbonio allo stato solido; purchè si studiino a qualche distanza dal punto di fusione specialmente quelle che prima di fondere si rammolliscono e che si studiino al di sotto del punto di

1) Vedi *Nuovo Cimento* 3. s., t. XVI, pag. 64, anno 1884. *Transunti della Regia Accad. dei Lincei*, vol. VIII; *Gazzetta Chimica di Palermo*, t. XIV, 1884; *Naturforscher* 1884; *Chemisches Centralblatt* 1884, s. 785; *Iahres Berichte der chemischen Technologie*, Leipzig 1885, Bd. XXX, s. 1313; *Beiblätter* ecc.

solidificazione più basso quelle che hanno più di un punto di solidificazione ».

II. Nulla ho da aggiungere nè da mutare all'enunciato precedente: soltanto a delucidazione di quello enunciato farò qui osservare che mentre molti dei composti organici e segnatamente quelli che appena solidificati presentano caratteri sicuri di solidità, provano una forte diminuzione del potere conduttore all'istante in cui tutta la sostanza è solidificata e perdono quasi intieramente la conducibilità pochi gradi al di sotto, altri composti invece la serbano per un tratto assai lungo e non la perdono che raffreddati molto sotto il punto di solidificazione. In altri termini si osserva per alcuni composti organici il fatto già studiato dai fisici in alcuni composti salini e nel vetro, il quale (come è a tutti noto) serba un poco della sua conducibilità elettrolitica anche a temperature assai distanti da quelle a cui è solidificato.

III. Gli esempi numerici che seguono serviranno meglio che molte parole a delucidare le proposizioni precedenti.

TAVOLA I.

Benzamide (Kahlbaum) fondeva a + 125°.

Lentissimo raffreddamento.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 189°	liquida	398 124,0	+ 70°	solida	9 018,1
+ 183	»	382 508,2	+ 60	»	390,8
+ 164	»	308 263,1	+ 40	»	18,43
+ 125	solidifica	151 018,9	+ 31	»	6,27
+ 119	solida	92 013,4	+ 10	»	1,12
+ 113	»	47 183,2	+ 0	»	0,662
+ 95	»	38 208,4			

Analoghi resultati ottenni col lento riscaldamento.

TAVOLA II.

Fenolo puro (fondeva + 41°).

Raffreddando.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 93°	liquido	11 408,3	+ 35°	solido	881,3
+ 88	»	10 643,2	+ 28	»	301,4
+ 70	»	10 086,7	+ 22	»	207,2
+ 65	»	9 018,0	+ 17°,5	»	156,0
+ 50	»	7 761,4	+ 14°,0	»	113,2
+ 43	»	7 080,8	+ 0	»	36,41
+ 41	solidifica	4 408,3	— 8	»	12,473
+ 40	solido	2 103,2			

Analoghi resultati si hanno col lento riscaldamento.

TAVOLA III.

Paratoluidina purissima (da quella di Trommsdorff) fondeva + 45°.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 170°	liquida	79 521,2	+ 39°,5	solida	6 450,8
+ 164	»	75 028,7	+ 35	»	3 821,3
+ 125	»	65 967,3	+ 30	»	2 731,9
+ 92	»	58 507,8	+ 25	»	1 750,6
+ 84	»	52 321,6	+ 16	»	801,3
+ 59	»	48 008,3	+ 10	»	535,9
+ 45	solidifica	35 082,4	+ 5	»	423,6
+ 43	solida	8 928,3	+ 0	»	346,2

Le tre tavole precedenti danno esempio di composti nei quali allo stato solido resta una certa conducibilità sino a temperature notevolmente inferiori a quella di solidificazione. Lo stesso contegno dei corpi studiati nelle tre tavole precedenti si trova in molti altri, come, la formamide, la propionamide, la bensamide, la formanilide, l'acetanilide ecc. ecc.

IV. Ma però la massima parte dei composti del carbonio perdono con la solidificazione la massima parte della conducibi-

lità per divenire isolanti a piccola distanza di temperatura dalla solidificazione.

Prendo (a caso) come esempio il contegno del nitrotoluene (para).

TAVOLA IV.

Paranitrotoluene (Kahlbaum) fondeva + 54°.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 170°	liquido	26 703,9	+ 56°	liquido	1 920,1
+ 153	»	20 251,2	+ 50	solido	198,61
+ 135	»	13 808,4	+ 47	»	12,84
+ 123	»	10 409,3	+ 43	»	4,12
+ 112	»	7 821,4	+ 38	»	0,26
+ 106	»	6 597,8	+ 32	»	0,081
+ 86	»	4 371,4	+ 20	»	0,004
+ 71	»	2 932,7	+ 10	»	0,000
+ 61	»	2 231,9			

Come il nitrotoluene (para) si comportano, lo ripeto, la massima parte dei composti organici; così per es. la dimetilanilina, la difenilammina, la toluilendiammina, la nitranilina (meta), la nitranilina (para) la naftilammina, la nitrosodimetilanilina, il carbazolo, l'azobenzolo, il binitrobenzolo, la nitronaftalina, la benzanilide ec. ec. (ho citati a caso quelli che nei registri delle mie esperienze si trovano vicini di posizione al paranitrotoluene.

V. La conducibilità di alcuni composti come la benzamide il fenolo, la paratoluidina, ec. ec. conservano per lungo intervallo di temperatura, può essere attribuito a impurità che questi corpi ritengano per quanto si cerchi di averli purissimi? Tale questione merita di essere discussa. Infatti per quel che ho detto in altra comunicazione [1]) che ha per titolo *La conducibilità elettrica delle mescolanze dei composti del carbonio*, risulta che l'aggiunta di una anche piccolissima quantità di alcune sostanze (come $^1/_{1000}$ di acido fenico aggiunto alla naftalina) era sufficiente perchè si formasse un composto conduttore il quale non solidificava che molti gradi al di sotto della temperatura di solidificazione della

1) Comunicazione letta alla *R. Acc. dei Lincei* il 21 giugno 1885, e pubblicata nei *Transunti*, pag. 551, e nel *Nuovo Cimento*, in questo stesso fascicolo.

[illegible] e bastava questa piccola quantità di sostanza [illegible] conduttrice disseminata nella massa solida per produrre [illegible] visibili fenomeni di conducibilità. Ma io non crederei che quantità così piccole come quelle che costituiscono le impurità inevitabili delle sostanze facili a purificare e che ho cercato di ottenere purissime possano essere sufficienti esse sole a mantenere una così forte conducibilità come quella degli esempii sopra riportati nelle tavole I, II e III; in alcuni casi le impurità potranno contribuirvi per una minima parte e certamente esse tendono a mantenere una certa conducibilità; ma non credo che esse sole possano essere la causa di conducibilità così forti.

Del resto, con l'idee che si hanno generalmente circa la costituzione dei *solidi reali* in ispecie in vicinanza del punto di solidificazione, non repugna affatto ammettere che alcuni di questi possano ritenere una certa conducibilità elettrolitica anche solidi e ad una certa distanza dal punto di solidificazione: anzi la proposizione contraria troverebbe pochi che la credessero.

Firenze 1. Giugno 1885.



SULLA DIPENDENZA DELLA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELLA DIETILAMMINA, DALLA TEMPERATURA; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

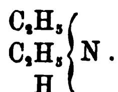
(Letta alla *R. Acc. dei Lincei* nella seduta del 21 Giugno 1885) 1).

È noto già da lungo tempo che la conducibilità elettrica dei composti salini allo stato liquido) sia per fusione ignea. sia per soluzione) cresce colla temperatura, a differenza dei metalli nei quali il riscaldamento produce una diminuzione di conducibilità.

1) Nei *Transunti della R. Accademia dei Lincei*, fascicolo di giugno, pag. 572 dove questa stessa nota è stata pubblicata, è incorso un errore di stampa assai rilevante, dicendovisi nel titolo *dimetilammina* in luogo di *dietilammina*. Ma nel corso di quella nota stessa essendo stata scritta correttamente la formula $\left.\begin{matrix}C_2H_5\\C_2H_5\\H\end{matrix}\right\}N$ ed il punto di ebullizione $+57°$ del composto da me studiato, è impossibile che il colto lettore non corregga da sè l'errore tipografico. Due altri errori sono incorsi a pag. 573, dicendosi alla linea 13, *etilammina* in luogo di *dietilammina*, e all'ultima linea *attilamina* invece di *amilamina*.

Io ho constatato lo stesso fatto nelle diverse combinazioni del carbonio e dei metalloidi che ho fin qui studiato, e così pure nelle diverse soluzioni di questi composti, o nelle mescolanze che si trovano già formate, come gli olii essenziali, gli olii fissi, i grassi, le cere, i balsami, le resine ec. ec. [1]).

II. In questa nota descriverò il fenomeno singolare che presenta la *dietilammina*



La *dietilammina* possiede una conducibilità assai notevole e dell'ordine di grandezza di quella dell'alcole assoluto, ***ma la conducibilità della dietilammina decresce continuamente col crescere della temperatura.*** I limiti di temperatura fra cui ho sperimentato sono stati — 10° e + 57° (temperatura di ebullizione). Il decrescimento di conducibilità entro questi limiti è stato assai rilevante.

Senz'altro aggiungo qui i numeri ottenuti per la conducibilità relativa della *dietilammina* alle diverse temperature.

Tavola I.

Dietilammina preparata dal Kahlbaum di Berlino nel 1883-84. Bolliva a + 57° (N. del registro delle esperienze 3803).

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
— 10°	10,790	+ 25°	7,18
0	10	+ 29	6,74
+ 8	9,494	+ 37	6,00
+ 15	8,48	+ 43	5,61
+ 22	7,64	+ 56	4,40

1) Compara la nota pubblicata in questo stesso fascicolo del *Nuovo Cimento*, col titolo: *La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio ed in ispecie quella delle ammidi, dei nitroderivati* ecc. ecc.

TAVOLA II.

Dietilammina preparata dalla nitrosodietilina. (N. del registro delle esperienze 3778).

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
— 1°,5	10	+ 35°	6,00
+ 7	9,35	+ 43	5,37
+ 16°,5	7,90	+ 53	4,75
+ 25	6,75	+ 57	4,25

Risultati identici ai precedenti mi hanno dato altri due campioni di dietilammina preparati da un tempo piuttosto lungo.

III. Il fatto sopra enunciato ha certamente qualche importanza ed è il punto di partenza di altre ricerche fisico-chimiche. I campioni di dietilammina a cui si riferiscono le due tavole precedenti erano perfettamente puri e conservati entro tubi chiusi alla lampada fino all'istante in cui si adoperarono; e ne furono studiate le conducibilità racchiudendoli entro un voltametro che si ebbe cura di chiudere anche esso alla lampada appena introdottovi il liquido: inoltre il fenomeno si manifestava con pari intensità in due altri campioni di preparazione assai anteriore ma provenienti da preparatori diversi. Ma dato anche e non concesso che il fenomeno potesse da taluno attribuirsi ad impurità minime che per avventura fossero contenute nei liquidi esaminati, il fenomeno non cesserebbe per questo dall'essere inesplicabile (almeno per ora): dacchè nessuna delle tante soluzioni da me studiate ha mai presentato un decrescimento di conducibilità coll'elevarsi della temperatura.

IV. Aggiungerò intanto, con la promessa di tornare fra breve sullo stesso argomento, che la propilamina $C_3H_7.NH_2$ preparata dal Kahlbaum e bollente fra + 49° e + 50° serba fra 0° e + 50° la stessa conducibilità presso a poco invariata; e così pure l'allilamina $C_3H_5.NH_2$ preparata dal Kahlbaum e bollente a +58° serba lo stesso contegno fra 0 e + 70° (la temperatura di + 70° fu ottenuta scaldandola entro tubo chiuso) e così pure si comporta fra + 20° e + 80° l'amilamina $C_5H_{11}NH_2$ preparata da Kahlbaum e bollente a + 95°.

Firenze 1. Giugno 1885.



LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELLE MESCOLANZE DI COMBINAZIONI ORGANICHE; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

(Letta alla *R. Acc. dei Lincei* nella seduta del 21 Giugno 1885).

I. Mentre la conducibilità delle combinazioni del carbonio allo stato liquido decresce in generale regolarmente colla temperatura, per diventare più piccola allo stato solido e finisce per annullarsi ad una distanza più o meno grande dal punto di solidificazione, ho osservato già da diverso tempo [1]) che certe mescolanze o soluzioni di composti organici (come quelle di naftalina e acido fenico) presentano all'atto della solidificazione o poco dopo, e mantengono per un certo intervallo successivo un forte aumento di conducibilità. Nella nota preliminare che pubblicai l'anno scorso nell'Orosi non detti che un breve cenno di questo fenomeno; in questa comunicazione vi ritorno un po' più estesamente.

II. Prima di tutto farò osservare che non tutte le soluzioni o mescugli di composti organici presentano il fenomeno dell'aumento di conducibilità nella solidificazione. Anzi la maggior parte di tali mescolanze non presentano affatto tale fenomeno. Così per esempio gli olii grassi, i burri, le cere vegetali e fossili, i balsami, le resine e tanti altri prodotti naturali che non sono altro che mescolanze di diverse combinazioni appena solidificati perdono una gran parte di quella conducibilità, che avevano allo stato liquido, per divenire isolanti ad una temperatura più o meno discosta da quella di solidificazione. Così pure con sostanze organiche prese a caso ma che siano solubili l'una nell'altra si ottengono dei mescugli che il più delle volte non presentano nulla di singolare nell'andamento della conducibilità, così allo stato liquido, come durante la solidificazione e così pure allo stato solido. Tali sono per es. i miscugli di naftalina e guajaco, di naftalina e di naftilammina commerciale nella proporzione di 100 della prima a 5 della seconda; di naftalina e di naftol β

1) Vedi Bartoli. *Di un singolare aumento di conducibilità che presentano alcune sostanze organiche nel solidificare;* l'Orosi. *(Giornale della Società Chimico Farmaceutica Toscana*, anno VII, n. 8, agosto 1884, pag. 233 e *Beiblätter* del 1884 ecc. ecc.

nella proporzione di 100 a 5; di naftalina e di difenilammina nelle proporzioni di 100 a 6; di naftalina e di acido picrico nella proporzione di 100 a 5; di naftalina e di timolo nelle proporzioni di 100 a 10; di naftalina e di anilina nelle proporzioni di 100 a 10; di naftalina e di guajaco (resina) nelle proporzioni di 100 a 20 e di 100 a 30; di naftalina e di cera, ecc. ecc. e potrei citare qui molti altri esempi che verranno riferiti per esteso nella memoria intiera che sto per pubblicare.

Si noti che le sostanze sopraindicate erano purissime e che i punti di fusione da me misurati con un termometro normale Geissler a decimi di grado, confrontato col termometro ad aria erano: naftalina + 78°,9; naftilammina commerciale + 48°,0; naftol β + 122°; difenilammina + 54°; acido picrico + 122°; timolo + 44°; resina di guajaco (fra + 60 e + 40°).

III. Invece con le mescolanze seguenti si ottiene notevolissimo il fenomeno dell'aumento di conducibilità nella solidificazione. Le tavole numeriche seguenti varranno, credo assai meglio che molte parole a dare un'idea chiara del fenomeno: i numeri scritti in queste tavole sono il frutto di pazienti e diligenti esperienze e credo che meritino fiducia.

Tavola I.

Naftalina parti 100: nitronaftalina (di Kahlbaum di Berlino) parti 2.5. — La naftalina fondeva a + 78°.9. La nitronaftalina fondeva a + 61°.0.

Lento raffreddamento.

Temperature		Conduc. relative	Temperat.		Conduc. relative
+ 102°	liquida	[illegible]	+ [illegible]	dopo [illegible] solida	6.076
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	5.525
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	5.214
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	3.547
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	3.048
+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	»	1.976
+ [illegible]	[illegible] solida	[illegible]	+ [illegible]	»	1.733
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	1.538
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	1.391
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	[illegible]
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	[illegible]
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	[illegible]
+ [illegible]	»	[illegible]	+ [illegible]	»	[illegible]
+ [illegible]	»	[illegible]			

Col riscaldamento lento si ottengono numeri un poco diversi ma che accennano ugualmente allo stesso fenomeno.

TAVOLA II.

Naftalina che fonde a + 78°,9. Acido ftalico purissimo che fonde a + 183°.

Fu aggiunta una parte di acido ftalico su cento di naftalina e la mescolanza fusa fu decantata e poscia filtrata a caldo per liberarla dall' acido indisciolto.

Raffreddando lentamente.

Temperat.		Conducib. relative	Temperat.		Conducib. relative
+120°	liquida	1,932	+63°	solida	11,320
97	»	1,431	58	»	3,408
87	»	1,174	54	»	1,476
78	»	1	49,2	»	1,313
76°,8	comincia a solidif.	1,152	47	»	0,647
76°,8	dopo 10'	1,406	43	»	0,519
76°,8	dopo 30'	1,600	38,5	»	0,434
76°,8	solida	2,317	36	»	0,345
76°,2	»	4,808	25	»	0,218
75°,8	»	5,703	10	»	0,117
74°,6	»	9,025	0	»	0,041
68	»	12,241	—40	»	0,000

Ugualmente intenso si osserva il fenomeno col lento riscaldamento della massa sebbene vi sia qualche differenza nelle due curve.

TAVOLA III.

Naftalina solida parti 100: fenolo (che fonde a + 38°) parti 1,65.

Riscaldando lentamente. Temperat.		Conducib. relative	*Raffreddando lentamente.* Temperat.		Conducib. relative
—20°	solida	0	+105°	»	2,3
0	»	0,3	103	»	2,1
+ 6	»	3,2	98	»	1,8
8	»	4,7	90	»	1,4
10,5	»	7,7	86	»	1,2
11,5	»	11,7	78,6	»	1
16	»	15,4	77,2	solidifica	1
21	»	37,4	75	»	1
23	»	40,0	69	»	1
26	»	40,0	61	»	1
30	»	40,0	50	»	2,7
35	»	35,5	47	»	3,8
37	»	33,1	41	»	6,7
44	»	20,0	38	»	8,7
48	»	13,4	35	»	10,7
51,5	»	10,7	31	»	11,7
56,4	»	5,4	28	»	12,7
59	»	3,9	25	»	16,7
66	»	2,4	23	»	25,4
75	solida	1,6	19	»	27,7
77,2	fonde	1	15	»	10,7
80	liquida	1	14,8	»	4,0
93	»	1,5	10	»	3,4
108	»	2,2	6	»	2,7
114	»	2,6			

Tavola IV.

Paraffina, alla quale si è aggiunto mentre era liquida una piccola quantità di alcole amilico puro (Trommsdorff); il mescuglio è stato poscia filtrato ripetutamente per un filtro formato da molti fogli di carta bibula.

Riscaldando Temperature		Conducib. relative	*Raffreddando* Temperat.		Conducib. relative
−15°	solida	17,3	+82°	liquida	2,00
−[illegible]7	»	20,0	+60	»	1,34
0	»	25,0	+54	solidifica	1
+10	»	26,2	+51	solida	1,90
+23	»	27,1	+39,5	»	16,00
+31	»	37,5	+36	»	23,3
+35	»	33,4	+10	»	26,7
+40	»	23,3	+ 0	»	31,7
+48	»	3,7	−10	»	31,4
+50	»	1,6			
+54	fonde	1			
+57	liquida	1,16			
+71	»	1,67			

Come si vede di qui, la conducibilità rimane nella paraffina amilica, anche a basse temperature, come di quindici gradi sotto zero.

Tavola V.

Paraffina e fenolo.

La mescolanza fatta a caldo fu decantata: solo piccola quantità di fenolo fu ritenuta nella massa della paraffina.

Raffreddando lentamente.

Temperat.		Conducib. relative	Temperat.		Conducib. relative
+100°	liquida	1,020	+30°	solida	1,960
+ 80	»	1,026	É risalita la temp.		
+ 74	»	1,020	+36	spontaneamente	2,008
+ 65	»	1,023	(seconda solidific.)		
+ 55	»	1,021	+33	solida	3,124
+ 53,5	solidifica	1	+29	»	4,863
+ 52	solida	1,010	+19	»	3,218
+ 45	»	1,016	+ 5	»	1,016
+ 40	»	1,017	0	»	0,982
+ 35	»	1,842	−40	»	0,069

Col riscaldamento si nota lo stesso fenomeno, avendo cura di sperimentare sulla sostanza precedentemente raffreddata a bassa temperatura.

Analoghi resultati danno la paraffina con l'acido acetico assoluto, la paraffina con l'acido formico, la naftalina con l'acido formico, la naftalina con l'acido acetico, la naftalina con l'anidride ftalica; la naftalina con l'anidride benzoica. ec. ec., resultati che per brevità non riferisco. Ho anche mutate molto le proporzioni dei componenti: così p. es. ho studiato mescolanze di naftalina e di acido fenico in quasi tutte le proporzioni ed ho trovato che il fenomeno manca quando la proporzione di fenolo supera il 50 per 100: quando la proporzione e più piccola il fenomeno si manifesta sempre qualunque sia la proporzione dei componenti. Così è ben visibile anche colla proporzione di 1 di fenolo e 2000 di naftalina: con proporzioni più piccole di questa non sono riuscito ad osservare più il fenomeno ma è vero che il mescuglio in tal caso aveva una conducibilità così piccola da rendere difficili e lunghissime le misure anche impiegando una pila di 800 elementi.

IV. Veniamo ora alla spiegazione probabile del fenomeno. Dapprincipio (cioè tre anni or sono quando osservai questo fenomeno per la prima volta) fui un po' dubbioso circa il modo di spiegare il fenomeno, ma poi pensandoci un poco e provando a mutare le condizioni dell'esperienza mi pare di averne trovata una interpretazione assai chiara e assai semplice.

V. Consideriamo prima il caso di due sostanze l'una isolante e solidificabile e l'altra conduttrice che rimanga sempre liquida e non si sciolga nella prima come avviene della paraffina con alcool amilico, della paraffina con l'acido acetico ec. Mescolandoli bene insieme mentre sono fusi accade che una piccola parte di liquido conduttore resta interposto e forse anche una minima parte disciolto in seno alla paraffina: questa specie di emulsione o miscuglio finchè resta liquido ha una piccola conducibilità, che rimane costante e quasi indipendente dalla temperatura: col solidificarsi e perciò col contrarsi della paraffina solidificata questo liquido viene a riunirsi e formare delle superficie, che traversano le fenditure e le discontinuità della paraffina solidificata, superficie conduttrici intersecantisi e traversate dai fili elettrodi; per

cui ne risulta una maggiore conducibilità. (Basta infatti bagnare una lastrina di vetro isolante con un velo sottilissimo di liquido conduttore, come è quello che si ottiene colla condensazione di un debole getto di vapore sulla superficie fredda, perchè questa divenga buona conduttrice). S'intende poi che tale conducibilità non potrà più sparire finchè il liquido interposto solidificando, non divenga isolante: così colla paraffina e coll'alcool amilico, la conducibilità resta fino a bassissime temperature.

VI. Veniamo al caso in cui la sostanza conduttrice e l'altra isolante siano solubili l'una nell'altra.

Se si sceglie il caso più semplice, quello in cui la quantità della sostanza conduttrice sia piccola rispetto a quella isolante, l'esperienza dimostra che in alcuni casi la sostanza ha due punti di fusione distinti [1]) il primo che è più vicino a quello delle sostanze più abbondanti nel mescuglio ed un altro più basso: dopo la solidificazione della sostanza isolante rimane dunque un mescuglio liquido assai più ricco di sostanza conduttrice che non il mescuglio primitivo allo stato liquido e perciò in molti casi assai più conduttore: a questo liquido conduttore interposto fra le parti del solido si deve la maggiore conducibilità la quale sparisce col solidificare di questo, quando questo col solidificare perde tutta la conducibilità.

Questa spiegazione è chiara nel caso che la porzione che solidifica la prima e quella che solidifica per la seconda diventino isolanti subito dopo solidificate: ma questo non è vero in generale perchè alcuni composti serbano una certa conducibilità molti gradi al di sotto della temperatura di solidificazione come il fenolo, la benzamide ec. [2]) onde il fenomeno diventa più complicato.

In una memoria di prossima pubblicazione esporrò distesamente il fenomeno stesso studiato sopra innumerevoli mescugli di sostanze non solo organiche ma eziandio dei composti della chimica minerale.

Firenze 1. Giugno 1885.



1) Compara, Palazzo e Battelli, *Intorno alla fusione dei mescugli di alcune sostanze non metalliche.* — *Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*, 1884.

2) Compara Bartoli. *La conducibilità elettrica dei composti organici allo stato solido.* (In questo stesso volume del *Nuovo Cimento*).

NUOVA ESPERIENZA CHE DIMOSTRA L'ELETTRICITÀ CHE SI SVOLGE DAI VAPORI DELL'AMBIENTE MENTRE SI RISOLVONO IN ACQUA; NOTA DI L. PALMIERI.

Sono ormai 35 anni, che studio elettricità atmosferica con istrumenti e metodi, che fin' ora non temono confronti, perchè sono i soli, che possono dare risultamenti corretti e comparabili e per giunta i miei apparecchi sono semplici e le osservazioni possono esser fatte da persone della più mezzana cultura. Io mi avvidi di buon ora, che la elettricità dell' aria cresce con la umidità relativa, che le forti tensioni fanno con sicurezza prevedere la prossima apparizione delle nubi, delle caligini, delle nebbie, e con probabilità, anche la caduta delle piogge, e finalmente, che quelle fortissime tensioni per le quali conduttori isolati all'aria libera possono dare scintille, si hanno solo con le copiose cadute di pioggia, grandine, o neve, o sul luogo delle osservazioni o a certe distanze da esso che possono giungere a parecchie decine di chilometri.

Queste fortissime tensioni che corrisponderebbero a migliaia di gradi elettrometrici, nascono con la pioggia, durano con essa, e con essa spariscono, seguendo la legge da me formulata fin dal 1854.

Per la qual cosa, a me parve potersi dire con sicurezza che la origine prossima o, vogliam dire immediata, della elettricità atmosferica risedesse nel condensamento dei vapori, siccome pare che avesse anche sospettato Alessandro Volta.

A rifermare questo giudizio, che mi veniva dettato dai fatti da me osservati, volli tentare un'esperienza, dalla quale, apparve la verità del mio assunto. Quest' esperienza da me fatta fin dal 1862 rimase da prima ignorata e poi, senza che alcuno l'avesse ripetuta, se ne vollero fare altre inconcludenti; epperò le ipotesi sull'origine della elettricità atmosferica seguitarono ad essere invocate e combattute.

Recentemente son riuscito con un' esperienza semplicissima a dimostrare, che il vapore dell'aria, allorchè per abbassamento di temperatura si risolve in liquido svolge elettricità positiva.

La squisitezza dell' elettroscopio condensatore da me perfezionato è descritto in altro mio antecedente lavoro ha, secondo io mi penso, contribuito alla felice riuscita della mia esperienza.

Presi, dunque, una coppa di platino di circa dodici centimetri di diametro, e dopo di averla con diligenza isolata, la feci comunicare, mercè un filo di platino col piattello inferiore del condensatore. Fatta la prova, nel modo che tutti sanno, la foglia d'oro dell'elettroscopio rimase immobile, e lo stesso risultamento si ebbe sperimentando con la stessa coppa piena di acqua alla temperatura dell'ambiente.

Empii allora la coppa di neve pesta e tenuto, come al solito il piattello superiore per circa un minuto in comunicazione col suolo, elevandolo vidi la foglia d'oro accennare ad evidente elettricità positiva. Per la migliore riuscita dell' esperienza, giova, che nell' elevare il piattello superiore del condensatore la comunicazione dell' inferiore con la coppa di platino sia stata tolta.

Dopo questi risultamenti stimai superfluo ricorrere a miscugli frigorifici per avere più notevoli abbassamenti di temperatura, non volendo togliere all'esperimento, quella semplicità, che la fa esente da qualsiasi interpetrazione.

Le indagini anzidette, furono più volte ripetute verso la fine di Agosto e nei primi giorni di Settembre di questo anno in un ambiente, che variò da 28° a 24°.

L' esperienza ora descritta, essendo più agevole e spedita di quella da me fatta nel 1862, spero che potendo essere facilmente ripetuta, si finisca una buona volta di andare escogitando ipotesi sull'origine dell'elettricità atmosferica.

Il signor E. Edlund Professore di Fisica all'Accademia Reale delle Scienze in Svezia, gentilmente m' inviava una sua importante memoria impressa a Stokolma nello scorso anno, nella quale sebbene sostenga, che la elettricità della terra si elevi nell' atmosfera per opera della induzione unipolare del magnetismo del nostro pianeta, pure conchiude che le manifestazioni elettriche nell'aria, ossia il ritorno dell'elettricità verso la terra, deriva dal condensamento dei vapori e massime dal loro risolversi in acqua. Laonde, se l' eminente Fisico svedese, non è di accordo con me sulla origine mediata o rimota dell'elettricità atmosferica. è pienamente d'accordo con le idee da gran tempo da me propugnate,

e con le esperienze da me istituite, per dimostrare la origine prossima ed immediata della medesima.



RELAZIONI FRA LA CAPACITÀ CALORIFICA ASSOLUTA, LA VELOCITÀ MOLECOLARE, E LA TEMPERATURA DI FUSIONE DI UN CORPO SEMPLICE; NOTA DEL DOTTOR ALESSANDRO SANDRUCCI.

I.

Il sig. Chapel in una nota indirizzata all' Accademia Francese e di cui si legge un breve resoconto nel fascicolo 18 Agosto 1884 dei *Comptes Rendus*, giunge a stabilire che, quando si rappresenti con $T(\phi)$ la temperatura assoluta del punto di fusione di un corpo semplice sotto la pressione atmosferica, con a il peso atomico corrispondente, i corpi semplici si dividono in gruppi caratterizzati ognuno dalla relazione:

$$T^2(\phi) + a^2 = \gamma^2$$

dove $\gamma =$ costante, e le γ pei diversi gruppi stanno fra loro come i numeri 1, 2, 3, 4, 5, ...

Ammessa come vera una tale proprietà, ritenuti giusti i ragionamenti dell'Hirn pei quali si giunge alla relazione:

$$a_1 K_1 = a_2 K_2 \ldots\ldots = a_n K_n = 2{,}415348$$

che rappresenta la legge pura e matematica di Dulong e Petit, e nella quale le K sono le capacità calorifiche assolute dei corpi semplici, è evidente che, chiamando γ la costante corrispondente ad un gruppo qualunque per esempio a quello per cui essa prende il valore minimo, avremo:

$$T^2(\phi) + \frac{(2{,}415348)^2}{K^2} = \gamma^2$$

cioè:

$$K = \frac{2{,}415348}{\sqrt{\gamma^2 - T^2(\phi)}}$$

no n i gruppi in cui può dividersi la serie dei corpi semplici. ichè le γ corrispondenti stanno fra loro come i numeri 1, 2, 4, ..., detta γ la costante relativa al 1° gruppo avremo r la K_s relativa ad un corpo semplice appartenente al gruppo ordine n:

$$(1) \qquad K_s = \frac{2.415348}{\sqrt{n^2\gamma^2 - T^2(\varphi)}}$$

ando, s'intende, siansi disposti i gruppi nell'ordine con cui escono le γ.

Dalla formula (1) si ricava che « pei corpi semplici di un edesimo gruppo, la capacità assoluta è tanto maggiore quanto più elevata è la temperatura di fusione ».

II.

Per qualsiasi corpo la K stà secondo l' Hirn ad indicare la quantità di calore di cui si accresce il contenuto di calore dell' unità di peso del corpo stesso, per la variazione di 1° nella temperatura contata sulla scala assoluta. — Essa è indipendente da qualunque idea di lavoro intermolecolare ed interatomico fatto dal calore; e l'Hirn dimostra, con considerazioni del tutto estranee a qualunque ipotesi sulla natura del calorico, che essa deve essere una costante a qualsiasi punto della scala termometrica assoluta, dallo 0° assoluto fino alle più alte temperature possibili.

Ammettiamo ora che le molecole dei corpi naturali siano dotate di movimenti, in generale qualunque. Senza specificare nulla sulla loro natura, essi traggono seco per la loro esistenza l'idea di una *velocità*, e conseguentemente di una *forza viva* molecolare. Tali movimenti ammettiamo diano luogo ai fenomeni del calore, sia in essi, cioè, l'origine di questo ente fisico; l'intensità di tali movimenti in un corpo, darà la misura della quantità di calore contenuta in lui, e la relazione fra questa intensità ed il calore che le corrisponde sarà semplicissima a trovarsi. Infatti l'esperienza ha trovato l'equivalente in lavoro di una unità di calore e viceversa: l'equivalente calorifico del lavoro è $\frac{1}{425}$ Kg. $=$ A. Ma detta R la forza viva di tutti i movimenti con-

tenuti in una data massa di un corpo e misurante l' intensità complessiva dei medesimi, avremo che R. rappresenterà pure un lavoro, un lavoro potenziale che moltiplicato per A dovrà dare la quantità di calore che gli corrisponde cioè precisamente tutta quella contenuta nel corpo: quindi:

$$A\,R = Q.$$

Siano $u_1\ u_2\ \ldots\ u_n$ le velocità, eguali o differenti, da cui sono animate le molecole di massa m. Avremo

$$R = \frac{m u_1^2}{2} + \frac{m u_2^2}{2} + \ldots + \frac{m u_n^2}{2} = \sum_1^n \frac{m u_n^2}{2}$$

Evidentemente potremo considerare in ogni caso una certa velocità u corrispondente alla media energìa e tale che, detto n il numero di molecole contenute in quella data massa di materia, si abbia:

$$\sum_1^n \frac{m u_n^2}{2} = n\,\frac{m u^2}{2}$$

D'altra parte, se K rappresenta la quantità di cui si accresce il contenuto di calore dell' unità di peso del corpo per ogni grado di temperatura della scala assoluta, ed è vero che ad ogni valore di T si abbia K = costante, dovrà essere:

$$Q = K\,T$$

quindi:

$$A\,n\,\frac{m u^2}{2} = K\,T$$

Se tutto si riferisce alla unità di peso del corpo in questione si ha $n\,m = \frac{1}{g}$. Per ciò:

(2) $$u = \sqrt{2\,E g\,(272{,}85, + t^{\circ})K}, \quad E = 425^{kg},$$

dove t° rappresenta la temperatura contata sulla scala centigrada.

Ammesso che, secondo i ragionamenti dell'Hirn, la costanza della quantità K sia un fatto universale, verificantesi per qualunque corpo, ne segue che le considerazioni nostre sono generali,

e la formula (2) vale a dare in funzione della temperatura assoluta la media velocità molecolare per qualsiasi corpo solido, liquido o gassoso. Bene inteso quando si ammetta, il che è ammesso oggimai, che in qualunque stato fisico le molecole di un corpo siano sempre animate da movimenti, di differente natura ma sempre esistenti; e che la quantità di calore contenuta *come tale* in un corpo (per esempio non consumata in un lavoro interno prodotto) riferita ai mezzi coi quali noi la misuriamo ed al modo con cui ci si manifesta, sia proporzionale alla intensità complessiva dei movimenti molecolari.

III.

Sottoponiamo adesso la formula (2) ad una indiretta verificazione. Supponiamo di avere a che fare con 1 Kg. di un gas semplice seguente assai bene le leggi di Mariotte e di Gay-Lussac. — Ponendo mente ad una tal proprietà si giunge alla formula [1])

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{272,85}}$$

dove v_0 è la volocità molecolare di traslazione allo 0° centigrado, ed all'altra espressa in funzione della densità a zero

$$v_0 = 484,9 \sqrt{\frac{1}{\delta_0}}.$$

In questa ultima formula il coefficiente del radicale resulta dal calcolare la espressione

$$(\xi) \qquad \sqrt{3.9,80896.\,10333.\,0,7733}$$

dove $9,80896 = g$ $10333 = p_0$ $0,7733 = v_0$ [2]).

Per l'ossigeno si ottiene

$$v_0 = 484,9 \sqrt{\frac{1}{1,10563}} = 641,3678.$$

1) Jamin. *Cours de l'Ecole Polit.* T. II *Theorie des gaz* pag. 158.
2) Jamin. *Idem.*

Dalla nota formula di Clausius

$$\frac{K}{H} = 0{,}6315,$$

si ottiene

$$\frac{v}{u} = \sqrt{0{,}6315}.$$

dove u indica la velocità molecolare corrispondente alla forza viva totale, e da questa:

$$u_0 = 580{,}62.$$

Essendo nel caso dell'ossigeno

$$K = \frac{2{,}415348}{15{,}96} = 0{,}151354$$

la formula (2) fornisce immediatamente

$$u_0 = \sqrt{2.\,425.\,9{,}80896.\,272{,}85.\,0{,}151354}$$
$$u_0 = 586{,}78.$$

La differenza relativamente piccola fra i resultati delle due formule dà una soddisfacente coincidenza vista la diversità dei dati sperimentali usati nei due casi, su alcuni dei quali regna ancora un po' d'incertezza.

Per l'azoto abbiamo

$$v_0 = 484{,}9\sqrt{\frac{1}{0{,}97137}} = 492{,}03$$

quindi dalla formula di Clausius $u_0 = 619{,}21$
mentre avendosi in tal caso $K = 0{,}172402$
si ottiene dalla formula (2) $u_0 = 626{,}25$.

Per l'idrogeno

$$v_0 = 484{,}9\sqrt{\frac{1}{0{,}06926}} = 1843{,}02$$

quindi dalla formula di Clausius $u_0 = 2319{,}43$.
La formula (2) posto $K = 2{,}415348$ da $u_0 = 2344{,}08$.

Non si ha, come si vede, perfetta coincidenza tra i valori calcolati nell'uno e nell'altro modo. Questo fatto si riconnette in parte al metodo col quale l'Hirn giunge a determinare la K per

l'idrogeno. In questo gas vien supposto nullo il lavoro interno, nulla la coesione molecolare, ma ciò non costituisce evidentemente che una più o meno grande approssimazione al vero. Il valore di K adoperato da noi, quantunque più corretto e preciso di quello dato dall'Hirn [1]), sarà probabilmente un poco troppo grande; quindi tutti i valori delle K verranno falsati in questo senso e basteranno a produrre le lievi discordanze rinvenute, le quali appunto si manifestano coll'essere i valori di u ricavati dalla nostra formula tutti superiori a quelli ottenuti dalla formula del Clausius.

IV.

Coincidenza maggiore di resultati si ottiene invece adoperando la formula del Dottor. G. De Franchis. In una nota inserita nel fascicolo 7° dei Rendiconti dell' Accademia dei Lincei anno 1885, esso dice esser pervenuto alla formula

$$w_0^2 = AC\frac{2}{n},$$

la quale vale per tutti i gas. In essa w_0 indica la velocità di traslazione molecolare a 0° centigrado chiamata da noi v_0. $A = 10^6$ C è il calorico specifico in peso a pressione costante ed n il numero degli atomi contenuti nella molecola del gas in questione.

Per l'ossigeno, l'azoto, l'idrogeno, avendosi $n = 2$, si ottiene

$$w_0 = \sqrt{AC}.$$

Abbiamo

Ossigeno C = 0,21751 (Regnault)
Azoto C = 0,2438 »
Idrogeno C = 3,409 »

quindi:

Ossigeno $w_0 = v_0 = 466{,}37$
Azoto $w_0 = v_0 = 493{,}76$
Idrogeno $w_0 = v_0 = 1846{,}51$.

1) Hirn. *Theorie Mecanique de la Chaleur*. T. II, pag. 143-144. — L'Hirn pone per l'idrogeno K = 2,41425, ma prende per coefficiente di dilatazione dell'idrogeno il valore 0,003665 che appartiene all'aria (ed è quello a volume costante) mentre noi abbiamo usato il valore 0,003661 che è il vero coefficiente dato dal Regnault.

Sostituendo questi valori nella formula di Clausius che da u_0, otteniamo:

Ossigeno $u_0 = 586,92$
Azoto $u_0 = 620,13$
Idrogeno $u_0 = 2323,81$.

A questi valori ancor più che a quelli trovati antecedentemente, si avvicinano i numeri determinati in virtù della formula (2).

V.

Dato che la formula (2) e l'altra di Clausius siano matematicamente equivalenti, potremo scrivere

$$484,9 \sqrt{\frac{272,85 + t^0}{0,6315 . 272,85 \delta_0}} = \sqrt{2 E g (272,85 + t^0) K}$$

da cui evidentemente:

$$K = \frac{(484,9)^2}{2 . 425 . 9,80896 . 272,85 . 0,6315 . \delta_0}$$

ossia

$$K = 0,163668 \frac{1}{\delta_0}$$

formula che può servire a determinare direttamente la capacità calorifica assoluta in funzione della densità dei tre gas rapporto all'aria allo 0° centigrado.

VI.

Quando nella formula (2) si ponga in luogo di K il valore dato dalla relazione (1), si avrà una relazione fra la velocità u e la temperatura di fusione cioè:

$$(4) \qquad u(T) = \sqrt{2 E g (272,85 + t^0) \frac{2,415348}{\sqrt{n^2 \gamma^2 - T^2 (\phi)}}}$$

Pei corpi semplici di un medesimo gruppo si vede che « quanto più alta è la temperatura di fusione, tanto maggiore è la ve-

locità molecolare ad eguali temperature ». Se diamo a t^0 il valore corrispondente al punto normale di fusione abbiamo:

(5) $$u(T(\varphi)) = \sqrt{\frac{2\, E\, g\; 2{,}415348}{\sqrt{\frac{n^2 \gamma^2}{T^2(\varphi)}} - 1}}$$

Quindi un corollario al precedente teorema « pei corpi di un medesimo gruppo la media velocità molecolare alla temperatura di fusione è tanto maggiore quanto più elevata è questa medesima ».

VII.

Chiamando u_1 ed u_2 le medie velocità molecolari di due corpi, avremo per la formula (2):

(6) $$u_1 = \sqrt{2\, E\, g\, T\, K_1} \qquad u_2 = \sqrt{2\, E\, g\, T\, K_2}$$

Quindi alla medesima temperatura assoluta:

(7) $$\frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{K_2}}$$

cioè: « Ad una medesima temperatura le velocità molecolari di due corpi qualunque stanno fra loro come le radici quadrate delle respettive capacità assolute ».

Ammessa come vera la legge matematica di Woestyn, se n_1 n_2 sono i numeri degli atomi contenuti nelle molecole dei due e corpi p_1, p_2 i pesi molecolari respettivi, avendosi:

$$K_1 = \frac{n_1 (2{,}415348)}{p_1} \qquad K_2 = \frac{n_2 (2{,}415348)}{p_2}$$

se ne deduce:

(8) $$\frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt{\frac{n_1}{p_1}}}{\sqrt{\frac{n_2}{p_2}}} = \frac{\sqrt{n_1 p_2}}{\sqrt{n_2 p_1}}$$

Ma indicando con π_1 e π_2 i rapporti $\frac{p_1}{n_1}$ e $\frac{p_2}{n_2}$ che si potrebbero chiamare i medii pesi atomici dei corpi medesimi, otteniamo

$$(9)\qquad \frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt{\pi_2}}{\sqrt{\pi_1}}.$$

cioè: « In due corpi qualunque, ad una medesima temperatura, le velocità molecolari sono inversamente proporzionali alle radici quadrate dei *pesi atomici medii* respettivi ».

Se i due corpi sono semplici ed hanno la molecola composta di due atomi, la (8) ci dà:

$$(10)\qquad \frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1}}.$$

Se i corpi sono invece composti ed hanno un egual numero di atomi nelle molecole, avremo:

$$(11)\qquad \frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt{p_2}}{\sqrt{p_1}}.$$

Supponiamo che i due corpi semplici considerati nella formula (10) appartengano ciascuno ad uno di quei gruppi caratterizzati dalla relazione scoperta dal signor Chapel. Avremo dalla (10):

$$(12)\qquad \frac{u_1(T)}{u_2(T)} = \frac{\sqrt[4]{n^2\gamma^2 - T_2^2(\phi)}}{\sqrt[4]{n^2\gamma^2 - T_1^2(\phi)}}$$

rapporto che è $\gtrless 1$ secondo si ha $T_2 \gtrless T_1$. Di quì si può anche ricavare il teorema del § VI.

VIII.

Tali sono i risultati cui si giunge fondandosi sulle idee sostenute dall' Hirn. La quantità u, corrispondente alla forza viva totale molecolare, può essere determinata mediante la formula di Clausius. Ma questa non vale che pei gas perfetti e presuppone cognita la velocità di traslazione v. La formula del Dottor De Franchis quantunque valga per tutti i gas pure non fornisce che la velocità di traslazione. La formula (2) dà invece la quantità u per qualunque corpo indipendentemente dalla cognizione della forza viva traslatoria e da qualunque ipotesi sulla natura del moto di traslazione che nei gas si suppone effettuarsi in

linea retta. Non mi sembra perciò inutile aggiungere qui alcune tavole in cui per molti corpi sono calcolati i valori che prende la *u* allo zero della scala ordinaria (punto di fusione del ghiaccio):

Valori di *u* (0)

Antimonio	214°34	Oro	167,34
Alluminio	450,75	Platino	168,16
Argento	225,91	Piombo	163,16
Bromo	262,46	Rame	294,90
Carbonio	677,52	Silicio	442,98
Cobalto	306,21	Solfo	414,50
Ferro	313,57	Stagno	216,38
Fosforo	421,27	Tungsteno	172,99
Litio	885,34	Uranio	214,07
Mercurio	165,83	Zinco	291,01
Ossido di Piombo	222,31	Nitrati di Potassa	521,75
Ossido di Mercurio	225,67	Nitrati di Soda	569,00
Ossido di Rame	372,62	Nitrati di Argento	402,52
Ossido di Zinco	368,68		

Acqua	958,03	Acido Cloridrico	562,48
Solfuro di Carbonio	465,93	Ossido di Carbonio	738,19
Cloruro Stannoso	296,03	Biossido d'Azoto	605,54
Cloruro d'Arsenico	348,37	Anidride Carbonica	612,84
Protocl. di Fosforo	400,43	Anidride Solforosa	503,40
Etere Solfidrico	957,70	Protossido d'Azoto	599,07
Etere	1056,50	Idrogeno Solforato	696,66
Alcole Etilico	1037,97	Ammoniaca	1136,71
Benzina	920,49	Metano	1311,69
Ess. di Trementina	836,30		



RIVISTA

Comptes Rendus, 1885.

(Fine del secondo semestre).

11, 12, 13. — S. Wroblewski. *Sulla separazione dell'aria liquefatta, in due liquidi diversi.* — Le esperienze dell' A. dimostrano che l'aria si liquefà come un miscuglio dei due gas che la formano, gas che hanno punti differenti di liquefazione; e se nelle note esperienze parve liquefarsi come se fosse un gas semplice, questo avviene a causa della poca differenza fra le curve delle tensioni dei vapori dell'ossigene e dell'azoto. L'A. descrive con sufficiente dettaglio le sue esperienze.

G. Sire. *Sopra due nuovi igrometri a condensazione.* — Per rendere più sensibile all'osservatore il deporsi della rugiada, l'A. ha costruiti i suoi igrometri in modo che la rugiada si depone solo nel mezzo di una superficie metallica brillante senza soluzione di continuità, formando un anello biancastro o nero, secondo la sua orientazione.

14, 15, 16. — F. De Lalande. *Sopra un nuovo apparecchio per la misura delle correnti elettriche.* — Sono *amperometri* e *voltometri* senza magneti permanenti, magneti che sono cause di errori; e invece sono fatti con un solenoide che ha azione su di un fascetto di ferro dolce mobile, ma sul quale un'altra forza, ha pure un'azione, ma opposta alla prima. Sono del tipo della bilancia magnetica di Becquerel. Quel fascetto tuffa in parte, e verticalmente, nell'acqua di una provetta attorno alla quale è avvolto il filo conduttore della corrente, che quanto è più forte tanto più tira in giù e fa affondare il fascetto, al di sotto della posizione che ha senza la corrente.

E. Mercadier. *Sulla teoria del telefono elettromagnetico trasmettitore.* — L'A., con molte e dettagliate esperienze, ha studiato il modo di agire del diaframma di ferro o di acciaio del telefono, sia relativamente a' suoi movimenti o vibrazioni come corpo elastico, sia come corpo magnetico. L'A. conclude che quelle vibrazioni, pei diaframmi non troppo sottili, sono analoghe a quelle di un muro o di un solido qualunque, che trasmette da una sua parte i movimenti vibratori che ha ricevuti dalla parte opposta; e nei diaframmi sottili vi sono oltre l'anzidetto genere di movimento, delle vibrazioni che corrispondendo ai suoni armonici del diaframma guastano il metallo della voce emessa.

Studiando poi il diaframma come corpo magnetico, l'A. fa costruire un *telefono a limatura di ferro,* rimpiazzando il dia-

fragma con un sottile disco di cartone, sul quale si spargono uno o due decigrammi di quella limatura. Allora regolando quel peso, questo *telefono* comunica al telefono ricevente dei suoni così intensi e più netti di quelli trasmessi con diaframmi rigidi di ferro.

A. Renard. *Sulla elettrolisi dei sali.* — L'A. trovò che facendo uso di soluzioni saline, ove sono disciolti pesi proporzionali ai pesi atomici dei metalli, quando quelle soluzioni sono sufficientemente diluite si hanno dei rapporti semplici fra i pesi dei metalli precipitati; mentre è noto che, generalmente, avviene il contrario con soluzioni concentrate. Così dalle esperienze dell'A. risulta: 1.° che in soluzioni sufficientemente diluite il metallo precipitato è proporzionale alla concentrazione del liquido; 2.° che le proporzioni del metallo deposto (nelle stesse condizioni) stanno nello stesso rapporto dei pesi atomici equivalenti; 3.° che essendo la quantità del metallo precipitato proporzionale all'intensità della corrente, la conducibilità delle soluzioni, che contengono dei pesi atomici equivalenti del metallo, è la stessa.

E, infatti, quest'ultima legge fu trovata dal Bouty con un metodo diretto *(Ann. de Chim. et de Phys.*, 6.° Anno, t. III).

L'A. fece uso di una pila termoelettrica, facile a mantenersi costante per più ore. Gli elettrodi eran dischi larghi 226 mmq. con una faccia coperta da una vernice non attaccabile dagl'acidi. L'elettrode negativo era di platino, e per mezzo di una piccola elettrocalamita aveva un movimento di va-e-vieni per evitare i depositi polverulenti. Le esperienze duravano diverse ore.

17. M. Deprez. *Esperienze di trasmissione della forza per la elettricità, fra Parigi e Creil.* — L'A. annunzia di aver ottenuti resultati molto soddisfacenti, e dice alcuni dettagli circa alle macchine adoperate. Il rendimento elettrico fu in una esperienza del 77, e quello industriale meccanico di 47,7 per 100; e in altra esperienza ebbe anche risultati sensibilmente migliori.

Maurice de Thierry. *Sopra un nuovo spettroscopio di assorbimento.* — Con questo spettroscopio si può osservare uno strato liquido grosso 10 metri, e l'A. ha potuto riconoscere la presenza dell'ossiemoglobina in un liquido che ne conteneva soli due diecimilionesimi. L'A. lo descrive ed annunzia che si può avere dal Duboscq.

18. — P. Gilbert. *Sulla teoria di Helmholtz pel calore solare.* — Secondo l'Helmholtz, il concentrarsi della massa produce calore e aumenta la velocità di rotazione dell'astro; ma l'A. dimostra che da ciò risulta altresì un aumento di forza viva, per la qual cosa una parte del lavoro interno non è trasformata in calore; ma però quest'ultima parte sarebbe piccolissima.

J. MACÉ DE LÉPINAY. — *Dispersione di doppia refrazione nel quarzo.* — È una continuazione dei lavori di precisione ed interessanti teoricamente, dello stesso autore sullo stesso soggetto, dei quali abbiamo già parlato nella rivista; ma questa Nota non è suscettibile di un sunto.

19. — E. MERCADIER. *Sopra due nuove specie di radiofoni.* — L'A. comincia la sua Nota dividendo i radiofoni in due classi; nell'una la energia radiante è traformata *direttamente* in energia meccanica sotto forma sonora; e nell'altra, la energia radiante passa per diverse trasformazioni prima di trasformarsi in energia sonora. Di quest'ultima classe non si conosceva che il *fotofono* di Bell, nel quale le radiazioni intermittenti agiscono sopra uno strato di selenio, o di una lega di selenio e di tellurio, o di nero fumo; ma ora l'A. ne ha scoperti altri due della stessa classe.

Sia un microfono, del quale i sostegni dei carboni sian fissi ad un sottile diafragma di abete verniciato, e uniti ad un telefono ricettore. Se si espone il diafragma ad intense radiazioni intermittenti si intendono nel telefono dei suoni, di un numero di vibrazioni eguale a quello delle intermittenze.

In secondo luogo, se in un telefono trasmettitore qualunque il diafragma è esposto a quelle radiazioni regolarmente intermittenti, si sentono nel telefono ricettore dei suoni come nel caso precedente.

L'A. insegna ancora come si può aumentare la intensità di que' suoni.

CH. CLAVERIE. *Sopra la magnetizzazione prodotta dalle scariche dei condensatori.* — Come è noto, Savary osservò che tal magnetizzazione operata dalla scarica che passava in un filo conduttore posto vicino e normalmente ad un ago da cucire, variava di senso a seconda di molte e non definite circostanze; ed ora l'A. ha trovato che le scariche di molto breve durata calamitano quegl'aghi sempre secondo la legge di Ampère, ma se invece l'apparecchio è tale che si ha il fenomeno della scarica oscillante, l'ago riceve a delle profondità diverse delle calamitazioni alternativamente variabili in direzione, per la qual cosa l'effetto predominante può variare di senso.

20. — E. SARRAU. *Sulla tensione dei vapori saturi.* — È una Nota analitica, con delle applicazioni numeriche. L'A. parte dalla equazione

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{\theta}{(v+\beta)^2},$$

simile alla nota equazione di Clausius, è dove θ è una funzione di T che diminuisce al crescere della temperatura. L'A. si appro-

fitta dei resultati analitici ottenuti dal Clausius, in un lavoro inserito negl' *Ann. de Chim.* ecc. 5. serie, t. XXX, p. 451, e, autorizzato dai resultati esperimentali e numerici ottenuti dall' Amagat fa $\theta = K\epsilon_{-T}$. Ciò posto, dai calcoli dell' A. risulta, che le esperienze dell' Amagat sui gas e quelle di Regnault sul vapore saturo, conducono separatamente a dei valori concordanti per i coefficienti K ed ϵ, e per la somma $\alpha + \beta$ delle due costanti dell' equazione caratteristica.

A. Potier. *Teoria dei miscugli frigorifici.* — L' A. fa le seguenti considerazioni. Si può vaporizzare a temperatura determinata l' acqua di una soluzione salina, condensarla allo stato di acqua o di ghiaccio (secondo la temperatura scelta) e rimettere l' acqua o il ghiaccio a contatto col sale. Il lavoro totale speso sarà positivo o negativo, a seconda che la tensione massima del vapore d' acqua del miscuglio è più piccolo o più grande della tensione massima del vapore in contatto dell' acqua o del ghiaccio puro; ma questo lavoro dovendo essere positivo, la prima tensione è più piccola della seconda, resultato noto quando si tratta di acqua liquida, ma che contiene la teoria dei miscugli frigorifici. Infatti, ne segue che il ghiaccio supposto in eccesso fonderà a contatto del sale o dell' acido, fino a che la tensione del vapore del liquido resultante sia uguale a quella del ghiaccio alla stessa temperatura. A zero, la tensione del vapore del ghiaccio è la maggiore, e perciò è necessaria la fusione. Quando la temperatura si abbassa la tensione massima si abbassa più presto pel ghiaccio che per il liquido, ed esiste una temperatura nella quale sono eguali. È quest' ultima la temperatura minima del miscuglio frigorifico.

M. Langlois. *Sull' eflusso dei gas, e sulle linee adiabatiche.* — La teoria dell' eflusso dei gas è indipendente, dice l' A., da ogni ipotesi sullo stato gassoso; ed ora l' A., partendo dalla sua propria teoria sul moto molecolare, imprende a far sull' eflusso dei gas una nuova teoria.

E. Mercadier. *Sulla teoria del telefono elettromagnetico ricettore.* — È una Nota che contiene molte considerazioni sui telefoni, ma non se ne potrebbe fare un breve sunto.

Ch.-V. Zenger. *Sopra un optometro spettroscopico.* — L' A. osserva con un spettroscopio tascabile, a visione diretta, la linea lucida che appare sopra uno specchio cilindrico argentato e circa di 16 millim. in diametro. Il tutto è fissato sopra una tavoletta con piede; ed una divisione sopra una guida rettilinea, mostra la distanza dell' apertura oculare dello spettroscopio, di cui la lente e la fenditura sono soppresse. Così si vedono le strie di Fraunofer; ma le une o le altre a seconda della distanza dallo specchio

cilindrico. Così si possono determinare le distanze visuali per le diverse strie, e studiare i difetti di acromatismo dell'occhio.

CH.-V. ZENGER. *Spettroscopio per gli alti fornelli e pel metodo Bessemer.* — È una applicazione dello spettroscopio sopra descritto.

21, 22, 23. — N. EGOROFF. *Spettro di assorbimento dell'ossigeno.* — L'A. termina la sua nota, dicendo che il resultato delle sue ricerche insieme a quelle del Thollon, dimostrano l'origine delle strie telluriche nella parte A-*b* dello spettro solare. 126 strie distribuite nei gruppi A, B ed α dipendono esclusivamente dall'ossigeno, e le altre al vapor d'acqua.

E. SARRAU. *Sulla equazione caratteristica dell'acido carbonico.* — Come nella Nota precedente dello stesso Autore, quell'equazione è

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{k \varepsilon^{-T}}{(v + \beta)^2},$$

e l'A. imprende a confrontarla coi resultati esperimentali, noti. Qui non possiamo che riferire la ultima conclusione dell'A. La compressibilità del liquido, la tensione del vapore saturo e, in grande estensione, la compressibilità dell'acido carbonico, sono rappresentati da quella equazione, dando ai coefficienti i seguenti valori. $k = 0{,}016551$, $\varepsilon = 1{,}00285$, $\alpha = 0{,}001150$, $\beta = 0{,}000703$.

24, 25, 26. — H. DESLANDRES. *Lo spettro dell'azoto e la sua origine.* — Questo soggetto è molto importante, specialmente perchè ha relazione intima con la questione se uno stesso corpo semplice può o no aver spettri differenti. In questa Nota l'A. descrive il suo apparecchio e molte dettagliatissime osservazioni, ma che ancora esigono ricerche ulteriori. Di questa Nota non si potrebbe fare un sunto; e ci limiteremo a dire che l'A. ha particolarmente presi a studiare tre gruppi di strie, che secondo lui sono gli spettri di tre corpi, semplici o composti, ma che hanno a comune un elemento, l'azoto.

M. DEPREZ. *Sopra la costruzione delle macchine destinate alla trasmissione elettrica del lavoro.* — L'A. comincia coll'enumerare tutte le questioni parziali che ha dovuto studiare relative a quelle macchine che devono essere industriali, e per ciò solide e facilmente smontabili e riparabili. Dopo, l'A. dice i difetti delle prime macchine dinamoelettriche che furono costruite per le prove fra Parigi e Creil, come potè rimediarvi, e che nel corso delle sue esperienze verificò i fatti seguenti. 1.° Le leggi dell'induzione rimangono inalterate qualunque sia la grandezza di una macchina e del suo campo magnetico. 2.° La self-induzione non ha nelle grandi macchine importanza maggiore che nelle piccole. 3.° I lavori generati dal movimento del magnetismo nel ferro

sono trascurabili in tutte le macchine. 4.° Si possono sempre evitare le scintille negli spazzolini, pur di stabilire una conveniente relazione fra la potenza del campo magnetico, la intensità dell'effetto sviluppato e la posizione degli spazzolini; e a questo riguardo le grandi macchine sono migliori delle piccole. 5.° Fin d'ora è certo che una linea aerea su pali, costruita con cura, sarà un eccellente conduttore per la trasmissione della forza; ma nello stato attuale essa è esposta a molti inconvenienti quando attraversando una città è vicina ai fili dei telegrafi.

A. Sartiaux. *Esame delle cause che per un istante disturbarono le esperienze del trasporto della forza fra Parigi e Creil.* — L'A. fa conoscere che quel disturbo avvenne per un difetto di isolamento della linea di trasporto.

H. Becquerel. *Relazioni fra l'assorbimento della luce e l'emissione della fosforescenza nei composti di uranio.* — Questa Nota è un sunto di un lungo e importante lavoro, del quale non possiamo qui riferire che le seguenti conclusioni.

I composti di uranio hanno uno stato molecolare tale, che esercitano sulla luce un assorbimento elettivo di radiazioni armoniche le une delle altre. Nello stesso tempo, un certo numero di composti emettono per fosforescenza delle radiazioni luminose armoniche inferiori delle radiazioni assorbite. L'assorbimento sembra dovuto a dei movimenti vibratorii, nati per l'influenza delle radiazioni incidenti, sincrone alle radiazioni assorbite.

X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Philos. Mag. Vol. XIX, 1885.

117. (Continuaz.) — E. Edlund. *Alcune osservazioni sul contegno dell'elettricità nell'aria rarefatta.* — L' A. fece le esperienze con un tubo di vetro, comunicante con una pompa a mercurio, munito di due elettrodi assai prossimi fra loro (3 mm.) e fasciato in due punti con due strisce di stagnola, isolate fra loro e dagli elettrodi. I fenomeni osservati colle scariche del rocchetto di Ruhmkorff e a rarefazioni diverse (da m. m. 531 a 0,0003) portano a concludere che la resistenza del vuoto alla scarica dipende dalla resistenza che incontra l'elettricità a passare dagli elettrodi nell'aria estremamente rarefatta; perchè a rarefazioni estreme, mentre cessa di scoccare la scintilla fra gli elettrodi, il tubo è intensamente luminoso se i reofori del rocchetto si pongono in comunicazione colle strisce di stagnola. Perciò, osservando che il poter conduttivo dei gas cresce continuamente quando la rarefazione loro aumenta, anche se questa è spinta oltre quant'è possibile, sembra

all'A. più logico ammettere che il vuoto assoluto sia buon conduttore dell'elettricità (*cfr.* Goldstein. *N. Cim.* XVII. pag. 168).

S. Tolver Preston. *Su alcuni esperimenti elettromagnetici di* Faraday, Plücker *e* Weber. — L'A. fa osservare che Faraday e Plücker, per spiegare l'induzione che la rotazione di un magnete attorno al proprio asse produce in un circuito fisso che strisci con una estremità su un polo, e coll'altra sull'equatore del magnete, suppongono che il sistema di linee di forza magnetica dovuto al magnete sia fisso nello spazio, e che l'induzione sia dovuta al fatto che il magnete, facente parte del circuito, interseca, nel ruotare, le proprie linee di forza che si trovano nell'interno della sua massa. Ad ammetter ciò fu condotto il Faraday dall'aver notato che l'induzione unipolare, prodotta in un circuito fisso, un'estremità del quale striscia sull'orlo e l'altra sul centro di un disco di rame coassiale ad un magnete cilindrico, è la stessa, sia che il magnete stia fermo o che ruoti insieme col disco. Faraday e Plücker facevano perciò differenza fra moto di traslazione e moto di rotazione: nel primo le linee di forza si spostavano col magnete cui eran dovute, nell'altro rimanevano fisse nello spazio. L'autore invece ritiene che le linee di forza prendano parte anche al movimento rotatorio, e spiega l'induzione che si ha in questo caso osservando che le linee di forza intersecano allora la porzione fissa del circuito di cui fa parte il galvanometro.

In un'altra breve comunicazione, pubblicata nel fascicolo di Marzo del *Ph. Mag.*, l'A. fa notare che anche W. Weber in una memoria pubblicata nel 1841 (*Pogg. Ann.* 52) stabilì che quando un magnete ruota attorno al suo asse, il campo di forza (considerato come causa d'induzione) deve ruotare col magnete e intercettare così i conduttori esterni come nel caso della traslazione. Il Preston rammenta poi che la spiegazione data da Ampère della rotazione di un magnete attorno al proprio asse quando un circuito percorso da corrente elettrica fa capo con un'estremità al polo, e coll'altra all'equatore del magnete, si fonda sul principio dell'uguaglianza fra azione e reazione; ma che secondo Weber questa spiegazione non sarebbe applicabile, perchè in questo caso la corrente percorre una porzione del magnete. Ma poichè la rotazione del magnete ha luogo ugualmente se il circuito si chiude mediante una lastra metallica che rivesta il magnete e dal quale sia isolata, e poichè in questo caso la spiegazione di Ampère sarebbe applicabile, parrebbe quindi che, secondo Weber, quando la corrente penetra nell'interno del magnete le azioni che si hanno nel magnete stesso e nel circuito esterno non fossero uguali e contrarie fra loro, come fu ammesso da Am-

père. L'A. fa notare che questo dubbio può togliersi determinando sperimentalmente se il momento di rotazione è o no lo stesso, quando la corrente percorre il magnete e quando non penetra affatto nella sua massa. E tale esperienza dovrebbe, secondo l'A. condurre anche a decidere sulla natura fisica della corrente.

118. — C. R. A. Wright e C. Thompson. *Sulla determinazione dell' affinità chimica in funzione della forza elettromotrice* — Parte IX — *Costanti voltaiche* [illegible]*-voltaiche.* — Nella parte VIII di questo esteso lavoro ([illegible] XVI pag. 252) gli A. stabilirono per la differenza fra le forze elettromotrici E ed e di due pile formate cogli stessi elementi la relazione

$$E = e + a - b ,$$

ove a e b sono le variazioni prodotte nella f. e. m. dalle variazioni di densità delle due soluzioni adoperate.

Nella parte IX, che occupa buona parte di questo e dei due precedenti fascicoli del *Phil. Mag.*, gli A. riferiscono le esperienze fatte per verificare la formula suddetta.

Essi trovarono che se le due lastre metalliche sono circondate da una pasta formata da un sale insolubile sospeso in un sale corrispondente solubile, i valori di a e b dipendono in modo particolare dalla concentrazione della soluzione. Se una pila è formata da zinco immerso in una soluzione di solfato di zinco e da piombo immerso nel solfato di piombo sospeso nella soluzione di solfato di zinco, il piombo assume il potenziale più elevato, ed a, per un determinato aumento nella concentrazione della soluzione che contiene il solfato di piombo, è sempre negativa; ed analogamente per altre pile. In alcuni casi, per es. in quello di una pasta formata da solfato di mercurio nella soluzione di solfato di zinco, a è sempre negativa, e cresce colla concentrazione della soluzione; mentre nel solfato di piombo sospeso nel solfato di zinco a è negativa, raggiunge un massimo e poi decresce. In altri casi ancora (cloruro di argento nella soluzione di cloruro di zinco), il valore di a dapprima è negativo, raggiunge un massimo, si annulla, divien positivo e poi cresce continuamente. Risultati simili si hanno per le Daniell ordinarie con soluzioni saline, nelle quali il rame è circondato da un miscuglio di $m\,CuSO_4 + n\,ZnSO_4 + 100$ aq. Per m compreso fra 0,254 e 0,5 il valore di a è sempre negativo, e cresce numericamente al crescere di n (da 0 fino al massimo di concentrazione). Per m compreso fra 1 e 1,42, a è dapprima negativa, cresce fino a un massimo negativo col crescere di n, si annulla poi, divien positivo e cresce continuamente. Quando $m = 1{,}77$ cioè quando la soluzione è pressochè satura di $CuSO_4$, a è sempre positivo e cresce con n.

I valori di a non dipendono quindi nè dalla sostanza che forma l'altro metallo (elettro-positivo) nè da ciò che lo circonda: quindi per ogni metallo si può indicare una costante C, che varia con la soluzione e con la temperatura, tale che la forza elettromotrice di una pila sia data da $E = C_1 - C_2$ se C_1 e C_2 sono le costanti dei due metalli che formano la pila.

Le costanti C che riportiamo più sotto sono state determinate dagli A. a temperature prossime a 18° c., mediante il confronto colla loro pila Daniell normale, la cui forza elettromotrice era 1,114 ± 0,0005 *volta*, posto = 1,457 *volta* quella dell'elemento Clark.

Le f. e. m. trovate sperimentalmente per le varie combinazioni, furon paragonate con quelle che si deducono dalle ricerche termochimiche di J. J. Thomsen. Il più delle volte i due resultati non sono concordanti, e la differenza è circa 0,1 *volta;* in qualche caso superò anche 1 *volta,* talchè quei valori non hanno alcuna relazione semplice fra loro. E gli autori ritengono che la differenza di potenziale che si osserva in una pila sia dovuta alla sovrapposizione di due cause: una cioè consistente nella produzione di calore, o nella differenza fra le calorie di formazione dei due elettroliti che circondano i due elettrodi respettivamente; l'altra rappresentata da un'azione termovoltaica, che ha luogo come in un elemento termoelettrico ordinario, esprimibile colla differenza algebrica fra due costanti, relative alle due sostanze che costituiscono l'elemento; cosicchè se K_1 e K_2 sono quelle due *costanti termovoltaiche* (corrispondenti alle costanti C_1 e C_2), e se E_H è la f. e. m. quale si dedurrebbe dalle anzidette relazioni termiche, si avrà:

$$E = C_1 - C_2 = E_H + K_1 - K_2.$$

Secondochè $K_1 - K_2$ sarà di segno uguale od opposto a quello di E_H, la f. e. m. osservata sarà maggiore o minore di quella che corrisponderebbe alle calorie di formazione degli elettroliti. Se $K_1 - K_2$ è opposto in segno e maggiore di E_H, la corrente effettiva avrà direzione opposta a quella che sarebbe dovuta alle evoluzioni calorifiche anzidette: l'azione chimica nella pila è invertita: la pila assorbe calore durante il passaggio della corrente.

Le costanti determinate dagli A. per temperature prossime a 18° c. sono contenute nella seguente tabella: il valore di C è indicato per la combinazione del metallo e della soluzione cui si riferisce con zinco amalgamato immerso nella soluzione di solfato di zinco con un medesimo valore di *m*. Quanto allo stato fisico dei metalli, il ferro, il magnesio e l'alluminio erano in lastre fuse, lucenti; gli altri erano stati di recente ottenuti elettroliticamente.

METALLO	Soluzione che lo circonda	*m*	Costante voltaica C	E_H	Costante termovoltaica K
Rame	Solfato	0,1 a 2,25	1,14 invariab.	1,105 invariab.	+0,009
	Nitrato	0,25 a 8,0	1,066 a 1,109	1,105 a 1,100	−0,039 a +0,005
	Acetato	0,25	1,091	1,111	−0,020
	Cloruro: Cu_2Cl_2 sospeso nella soluz. di $Cu Cl_2$; o soluz. di $Cu Cl_2$ soltanto.	0,25	1,099		+0,061
	Cloruro: Cu_2Cl_2 sospeso nella soluz. di $Cd Cl_2$	0,25	1,001	1,038	−0,037
	Cloruro: Cu_2Cl_2 sospeso nella soluz. di $Zn Cl_2$.	0,25	0,988		−0,050
Cadmio	Solfato	0,1 a 5,0	0,362 a 0,357	0,357 a 0,367	+0,005 a −0,010
	Nitrato	0,25	0,352	0,357	−0,005
	Cloruro	0,25 a 8,0	0,330 a 0,262	0,366 a 0,240	−0,036 a +0,045
	Bromuro	0,25	0,315	0,338	−0,023
	Ioduro	0,25	0,322	0,279	+0,043
Argento	Solfato	0,042	1,539	1,890	−0,351
	Nitrato	0,25 a 2,0	1,495 a 1,556	1,890	−0,395 a −0,334
	Acetato	0,057	1,489	?	Probabil. circa −0,40
	Cloruro: $Ag Cl$ sospeso nella soluz. di $Zn Cl_2$.	0,25 a 6,0	1,080 a 1,014	1,192 a 1,076	−0,112 a −0,062
	Cloruro: $Ag Cl$ sospeso nella soluz. di $Cd Cl_2$.	0,25	1,089	1,192	−0,103
	Cloruro: $Ag Cl$ sospeso nella soluz. di $Cu Cl_2$.	0.25	1,137		−0,055
	Bromuro: $AgBr$ sospeso nella soluz. di $Zn Br_2$.	0,25	0,906	1,005	−0,099
	Ioduro: $Ag J$ sospeso nella soluzione di $Zn J_2$.	0.25	0,706	0,726	−0,020
Piombo	Solfato: $Pb SO_4$ sospeso nella soluz. di $Zn SO_4$.	0,1 a 5.0	0,536 a 0,487	0,712 a 0,704	−0,176 a −0,217
	Solfato: $Pb SO_4$ sospeso nella soluz. di $Cd SO_4$.	0,1 a 5,0	0,550 a 0,505		−0,162 a −0,199
	Nitrato	0,25 a 2,0	0,580 a 0,591	0,759 a 0,716	−0,179 a −0,125
	Acetato	0,25	0,607	0,770	−0,163
	Cloruro	0,05	0,591	0,813	−0,222
	Bromuro	0,037	0,571	0,806	−0,235
	Ioduro: $Pb J_2$ sospeso nella soluz. di $Zn J_2$ . .	0,25	0,455	0,457	−0,002
Ferro	Solfato	0,1 a 1,0	0,432 a 0,398	0,284	+0,148 a +0,114
	Cloruro	0,25	0,488	0,284	+0,204
	Bromuro	0,25	0,418	0,284	+0,134
Mercurio	Solfato: Hg_2SO_4 sospeso nella soluz. di $Zn SO_4$.	0,1 a 5,75	1,457 a 1,514	?	Probabil. circa +0,25 a +0,30
	Nitrato (mercuroso) .	0,25	1,449	1,202	+0,297
	Cloruro: Hg_2Cl_2 sospeso nella soluz. di $HgCl_2$	0,25	1,257	0,668	+0,589
	Cloruro: Hg_2Cl_2 sospeso nella soluz. di $Cd Cl_2$	0,25	1,141		+0,473
	Cloruro: Hg_2Cl_2 sospeso nella soluzione di $Zn Cl_2$.	0,25 a 9,5	1,123 a 0,988	0,668 a 0,536	+0,455 a +0,481
	Bromuro: Hg_2Br_2 sospeso nella soluz. di $Zn Br_2$	0,25	0,972	0,500	+0,472
	Ioduro: Hg_2J_2 sospeso nella soluz. di $Zn J_2$.	0,25	0,801	0,267	+0,534
Magnesio	Solfato	1,0	−0,725	−1,634	+0,909
	Nitrato	0,25	−0,530	−1,631	+1,101
	Cloruro	0,25	−0,701	−1,634	+0,933
Alluminio	Solfato	0,5	+0,537	−0,982	+1,519
	Cloruro	0,25	+0,280	−1,008	+1,288
	Bromuro	0,25	+0,295	−1,008	+1,303

Gli A. riportano poi in altre tabelle quelle combinazioni per le quali $K_1 - K_2$ è opposto di segno e numericamente maggiore di E_H, quelle in cui tal differenza ha lo stesso segno di E_H; quelle in cui $K_1 - K_2$ è opposto di segno ma minore di E_H, e finalmente alcune di quelle in cui $K_1 - K_2$ non differisce da E_H più di 0,1 volta in più o in meno; ma non vengono quì riportate, perchè si deducono, com'è evidente, dalla tabella sopratrascritta.

A. M. Worthington. *Sulla teoria di Edlund circa la conducibilità elettrica del vuoto.* — L'A. fa notare che se il vuoto fosse buon conduttore, dovrebbe anche impedire l'induzione come una lastra metallica, ciò che non accade. La luminosità che si osserva nei tubi privati d'aria, e sulla quale si fonda la teoria di Edlund, potrebbe esser dovuta secondo l'A. alla trasformazione dell'energia elettrica in energia termica, che accompagna sempre ogni variazione nella polarizzazione del dielettrico. L'A. propone di far passare una forte corrente elettrica per un filo contenuto in un tubo estremamente evacuato, e di osservare se quel passaggio dell'energia attraverso il vuoto è accompagnato o no da effetti luminosi. Se ciò accadesse, il vuoto dovrebbe ritenersi buon conduttore della elettricità, in quanto l'energia che lo attraversa si trasformerebbe in radiazione luminosa; se non accadesse, se ne dovrebbe concludere che quella trasformazione non ha luogo quando la corrente ha raggiunto e conserva il regime permanente; ma che ha luogo soltanto quando la corrente subisce delle variazioni.



SOPRA L'EQUILIBRIO DI UN CORPO ELASTICO ISOTROPO;

DEL DOTT. CARLO SOMIGLIANA [1]).

Indichiamo ora con $a'_{in}, A'_{in}; \dots$ i due gruppi di spostamenti che si ottengono dai precedenti $a_{in}, A_{in}, \dots$ mutando ϕ in $-\phi'$, e $z - c$ in $z + c$; con questi possiamo costruire gli spostamenti $\xi_n'^{(2)}, \eta_n'^{(2)}, \zeta_n'^{(2)}$ che si hanno in un corpo limitato dal piano σ_2, e che si estende dalla parte positiva dell'asse delle z, per effetto delle forze superficiali

1) *Continuazione.* Vedi pag. 161 del volume precedente.

$$\Lambda'^{(3)}_{n,-c} = \mu \sum_{0}^{n} {}_i (-1)^n \varepsilon_{in} \frac{d^{i+2}\phi'_n}{dxdz^{i+1}}$$

$$M'^{(3)}_{n,-c} = \mu \sum_{0}^{n} {}_i (-1)^n \varepsilon_{in} \frac{d^{i+2}\phi'_n}{dydz^{i+1}}$$

$$N'^{(3)}_{n,-c} = \mu \sum_{0}^{n} {}_i (-1)^{i+1} \varepsilon_{in} \frac{d^{i+2}\phi'_n}{dz^{i+2}} .$$

Prenderemo per n pari

$$\xi'^{(3)}_{2m} = \sum_{0}^{m} {}_i (\varepsilon_{2i,2m}\ a'_{2i,2m} - \varepsilon_{2i+1,2m}\ A'_{2i+1,2m})$$

. . . .

e per n dispari

$$\xi'^{(3)}_{2m+1} = \sum_{0}^{n} {}_i (\varepsilon_{2i,2m+1}\ A'_{2i,2m+1} - \varepsilon_{2i+1,2m+1}\ a_{2i+1,2m+1})$$

. . . .

Supponendo ora il corpo terminato al piano σ_1, dovremo, per mantenere ancora l' equilibrio, applicare sopra questo piano le seguenti forze: per n pari

$$\Lambda'^{(3)}_{2m,c} = -\mu \sum_{0}^{2m} {}_i\ \varepsilon_{i,2m} \frac{d^{i+2}\phi'_{2m}}{dxdz^{i+1}} - 4\mu c \sum_{0}^{m} {}_i\ \varepsilon_{2i,2m} \frac{d^{2i+3}\phi'_{2m}}{dxdz^{2i+2}}$$

(31) $M'^{(3)}_{2m,c} =$ . . . .

$$N'^{(3)}_{2m,c} = -\mu \sum_{0}^{2m} (-1)^{i+1}\ \varepsilon_{i,2m} \frac{d^{i+2}\phi'_{2m}}{dz^{i+2}} - 4\mu c \sum_{0}^{m} {}_i\ \varepsilon_{2i,2m} \frac{d^{2i+3}\phi'_{2m}}{dz^{2i+3}}$$

e per n dispari

$$\Lambda'^{(3)}_{2m+1,c} = \mu \sum_{0}^{2m+1} {}_i\ \varepsilon_{i,2m+1} \frac{d^{i+2}\phi'_{2m+1}}{dxdz^{i+1}} + 4\mu c \sum_{0}^{m} {}_i\ \varepsilon_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+4}\phi'_{2m+1}}{dxdz^{2i+3}}$$

(31)' $M'^{(3)}_{2m+1,c} =$ . . . .

$$N'^{(3)}_{2m+1,c} = -\mu \sum_{0}^{2m+1} {}_i\ \varepsilon_{i,2m+1} (-1)^{i+1} \frac{d^{i+2}\phi'}{dz^{i+2}} + 4\mu c \sum_{0}^{m} {}_i\ \varepsilon_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+4}\phi'_{2m+1}}{dz^{2i+4}}$$

Se ora determiniamo le ε_{in} in modo che soddisfino alle relazioni

(32) $\varepsilon_{0n} = 1 \quad \varepsilon_{nn} = (4c)^n \quad \varepsilon_{-1,n} = 0; \quad \varepsilon_{i,n+1} = \varepsilon_{in} + 4c\eta_{i+n}\, \varepsilon_{i-1,n}$

ove

$$\eta_{i+n} = \tfrac{1}{2}[1-(-1)^{i+n}],$$

sulla faccia σ_1 della lastra saranno soddisfatte le seguenti relazioni

$$(33)\qquad \begin{array}{ll} A^{(3)}_{oc} = -\mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dx} & A^{(3)}_{n+1,c} + A'^{(3)}_{n,c} = 0 \\[2ex] M^{(3)}_{oc} = -\mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dy} & M^{(3)}_{n+1,c} + M'^{(3)}_{n,c} = 0 \\[2ex] N^{(3)}_{oc} = -\mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dz} & N^{(3)}_{n+1,c} + N'^{(3)}_{n,c} = 0 \end{array}$$

e sulla σ_2 le altre

$$(33)'\qquad \begin{array}{ll} A'^{(3)}_{oc} = \mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dx} & A'^{(3)}_{n+1,-c} + A^{(3)}_{n,-c} = 0 \\[2ex] M'^{(3)}_{oc} = \mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dy} & M'^{(3)}_{n+1,-c} + M^{(3)}_{n,-c} = 0 \\[2ex] N'^{(3)}_{oc} = \mu \dfrac{d\frac{1}{r}}{dz} & N'^{(3)}_{n+1,-c} + N^{(3)}_{n,-c} = 0 . \end{array}$$

Se ora poniamo $\varepsilon_{in} = (4c)^i \tau_{in}$ le (32) danno le seguenti relazioni per determinare le τ_{in}

$$(34)\qquad \tau_{on} = 1\,, \quad \tau_{nn} = 1\,, \quad \tau_{-1,n} = 0\,; \quad \tau_{i,n+1} = \tau_{in} + \eta_{i+n}\,\tau_{i-1,n}\,,$$

da cui si hanno per le τ_{in} i valori

$$\begin{array}{lllll} \tau_{00} = 1 \\ \tau_{01} = 1 & \tau_{11} = 1 \\ \tau_{02} = 1 & \tau_{12} = 1 & \tau_{22} = 1 \\ \tau_{03} = 1 & \tau_{13} = 2 & \tau_{23} = 1 & \tau_{33} = 1 \\ \tau_{04} = 1 & \tau_{14} = 2 & \tau_{24} = 3 & \tau_{34} = 1 & \tau_{44} = 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

Osserviamo che si ha sempre

(35) $$\tau_{in} < n^i$$

o al più $\tau_{in} = n^i$ per $i = 0$; difatti, se poniamo $\tau_{in} = m^i$, abbiamo $\tau_{i,n+1} = (n+1)^i$, $\tau_{in} + \tau_{i-1,n} = n^{i-1}(n+1)$ e quindi $\tau_{i,n+1}$ risulta maggiore di $\tau_{in} + \tau_{i-1,n}$, mentre per le (34) è al più uguale a questa somma, quando $i + n$ è dispari.

Ciò posto, consideriamo la serie

(36) $$\sum_0^\infty{}_n \left(\Lambda^{(3)}{}_{n,c} + \Lambda'^{(3)}{}_{n,c}\right);$$

indicandone con $S_{n,c}$ la somma dei primi n termini, a cagione delle (33), abbiamo

$$S_{n,c} = \Lambda^{(3)}{}_{0,c} + \Lambda'^{(3)}{}_{n,c},$$

sicchè basterà dimostrare che

$$\lim_{n=\infty} \Lambda'^{(3)}{}_{n,c} = 0,$$

per poter concludere che la (36) è convergente ed ha per somma $\Lambda^{(3)}{}_{oc}$. Cominciamo a considerare la prima delle due somme che entrano nelle espressioni (31) della Λ'_{nc}; abbiamo

$$\sum_0^n{}_i\, \varepsilon_{in} \frac{d^{i+2}\varphi'_n}{dx\,dz^{i+1}} = -(x-x')\sum_0^n{}_i (4c)^i \tau_{in} \frac{d^i \dfrac{1}{r_n'^3}}{dz^i}.$$

Ora i massimi valori delle derivate $\dfrac{d^i \dfrac{1}{r_n'^3}}{dz^i}$ si avranno quando $(x-x')^2 + (y-y')^2 = 0$; e siccome in questo caso si ha per $z=c$

$$\frac{d^i \dfrac{1}{r_n'^3}}{dz^i} = -\frac{3.4\ldots(i+2)}{(z_n'-c)^3},$$

ed il minimo valore assoluto che può assumere $z_n'-c$ è $2(n+1)c$, basterà dimostrare che

(37) $$\sum_0^n{}_i\, \tau_{in}\, 2^i \frac{3.4\ldots(i+2)}{(n+1)^{i+3}} < \sigma;$$

ove σ è un numero piccolo ad arbitrio. Indicando con T_{in} il termine della somma precedente corrispondente ai valori i ed n, abbiamo, poichè $\tau_{nn} = 1$,

$$T_{nn} = 2^n \frac{3.4\ldots(n+2)}{(n+1)^{n+3}} ;$$

e, rammentando una formula che serve a dare un valore approssimato del prodotto $1.2.3\ldots m$,

$$1.2.3\ldots m = \sqrt{2\pi}\, e^{-n}\, n^{n+\frac{1}{2}} \; (1+\epsilon n)$$

ove e è la base dei logaritmi neperiani, ed ϵn tende a zero col crescere di n, abbiamo

$$T_{nn} = \frac{\sqrt{2\pi}}{2 . e^2} \left(\frac{2}{e}\right)^n \frac{(n+2)^{n+\frac{5}{2}}}{(n+1)^{n+3}} (1+\epsilon n).$$

Si vede di qui facilmente che è possibile trovare un numero n_l tale che si abbia

$$(n_l + 1)\, T_{n_l n_l} < \sigma ,$$

e questa disuglianza continui a sussistere per tutti i valori di n maggiori di n_l.

Considerando ora i termini della forma T_{0n} è chiaro che si potrà trovare un valore n_0 di n, tale che

$$(n_0 + 1)\, T_{0 n_0} < \sigma$$

e la disuguaglianza si conservi pei valori di n maggiori di n_0. Così pei termini della forma $T_{1,n}$, $T_{2,n}$, ec., poichè in generale si ha (35)

$$T_{in} < 2^i \frac{3.4\ldots(i+2)}{(n+1)^{i+3}}\, m^i ,$$

si troveranno i numeri $n_1, n_2, \ldots n_i, \ldots n_{l-1}$, tali che

$$(n_i + 1)\, T_{i,n_i} < \sigma .$$

Sia ora n_L il massimo dei numeri

(38) $$n_0 ,\ n_1 ,\ n_2 ,\ \ldots\ n_{l-1} ,\ n_l$$

così ottenuti; è chiaro che tutti i termini

$$(n_L + 1)\, T_{i,n_L} \qquad (i = 1, 2, \ldots n_L)$$

saranno minori di σ; difatti ciascuno di essi si otterrà da un termine $(n_i+1)\, T_{i,n_i}$, ove n_i ha uno dei valori (38) od un valore maggiore, facendo crescere n_i; avremo quindi

$$\sum_0^{n_L} {}_i\, T_{i,n_L} < \sigma .$$

Con considerazioni analoghe si vedrebbe che pure tendono a zero le altre somme che entrano nelle espressioni delle $A'^{(3)}_{n,c}$, $M'^{(3)}_{n,c}$, $N'^{(3)}_{n,c}$, ed anche delle $A^{(3)}_{n,-c}$, $M^{(3)}_{n,-c}$, $N^{(3)}_{n,-c}$; la (36) e le altre serie analoghe formate colle M e colle N sono dunque convergenti, ed in egual grado per tutti i valori di x e y, come è facile vedere.

Per ciò che precede potremo dunque porre

$$\mp\int_\sigma\left(u\frac{d\frac{1}{r}}{dx}+v\frac{d\frac{1}{r}}{dy}+w\frac{d\frac{1}{r}}{dz}\right)d\sigma=\sum_0^\infty{}_n\int_\sigma[(A^{(3)}_{n,\pm c}+A'^{(3)}_{n,\pm c})u$$

$$+(M^{(3)}_{n,\pm c}+M'^{(3)}_{n,\pm c})v+(N^{(3)}_{n,\pm c}+N'^{(3)}_{n,\pm c})w]d\sigma$$

e quindi, applicando a ciascuno dei termini della serie del secondo membro il teorema del Prof. Betti, abbiamo infine

$$(39)\quad \mp\int_\sigma\left(u\frac{d\frac{1}{r}}{dx}+v\frac{d\frac{1}{r}}{dy}+w\frac{d\frac{1}{r}}{dz}\right)d\sigma=\sum_0^\infty{}_n\left\{\int_\sigma[L(\xi^{(3)}_n+\xi'^{(3)}_n)\right.$$

$$+M(\eta^{(3)}_n+\eta'^{(3)}_n)+N(\zeta^{(3)}_n+\zeta'^{(3)}_n)]\,d\sigma+\rho\int_S[X(\xi^{(3)}_n+\xi'^{(3)})$$

$$\left.+Y(\eta^{(3)}_n+\eta'^{(3)}_n)+Z(\zeta^{(3)}_n+\zeta'^{(3)}_n)]\,dS\right\}.$$

Collo stesso metodo ora seguito possiamo calcolare gli integrali

$$\mp\int_\sigma\left(u\frac{d\frac{1}{r}}{dz}-w\frac{d\frac{1}{r}}{dx}\right)d\sigma;\qquad \mp\int_\sigma\left(v\frac{d\frac{1}{r}}{dz}-w\frac{d\frac{1}{r}}{dy}\right)d\sigma$$

che compaiono nelle espressioni di u e v.

Poniamo

$$\psi_n=(z_n-z)\lg(z_n-z+r_n)-r_n\qquad \psi'_n=(z-z'_n)\lg(z-z'_n+r'_n)-r'_n,$$

avremo

$$\Delta_2\psi_n=0\qquad \Delta_2\psi'_n=0$$

e inoltre

$$\frac{d\psi_n}{dz} = -\varphi_n \qquad \frac{d\psi'_n}{dz} = \varphi'_n$$

$$\frac{d^2\psi_n}{dz^2} = \frac{1}{r} \qquad \frac{d^2\psi'_n}{dz^2} = \frac{1}{r'_n}$$

e le ψ_n ψ'_n sono funzioni finite e continue colle loro derivate in tutto S. Consideriamo gli spostamenti

$$A_n^{(1)} = (z-c)\frac{d^2\varphi_n}{dx^2} + \frac{\alpha'}{2}\frac{d^2\psi_n}{dx^2} + \frac{1}{r_n}$$

(40) $$B_n^{(1)} = (z-c)\frac{d^2\varphi_n}{dxdy} + \frac{\alpha'}{2}\frac{d^2\psi_n}{dxdy}$$

$$C_n^{(1)} = (z-c)\frac{d^2\varphi_n}{dxdz} - \left(\frac{\alpha'}{2} - 1\right)\frac{d^2\psi_n}{dxdz},$$

che soddisfano alle equazioni dell'equilibrio per X = Y = Z = 0, e pei quali si ha

$$\Lambda_n(z) = 2\mu(z-c)\frac{d^3\varphi_n}{dx^2\,dz} + \mu\frac{d\frac{1}{r_n}}{dz}$$

$$M_n(z) = 2\mu(z-c)\frac{d^3\varphi_n}{dxdydz}$$

$$N_n(z) = 2\mu(z-c)\frac{d^3\varphi_n}{dxdz^2} + \mu\frac{d\frac{1}{r_n}}{dx}.$$

(Continua)

SULL' USO DELLE COORDINATE CURVILINEE NELLE TEORIE DEL POTENZIALE E DELL' ELASTICITÀ; MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI [1]).

Nel § precedente abbiamo considerato una funzione U dotata delle proprietà seguenti:

1.° di essere monodroma, continua e finita colle sue derivate prime in tutti i punti di un certo spazio, ad eccezione di un solo punto o polo $r = 0$, nel quale essa diventa infinita come $1 : r$;

1) *Continuazione.* Vedi pag. 228 del volume precedente.

2.° di soddisfare in tutto il detto spazio all'equazione $\Delta_2 U = 0$.

Una tale funzione, che in generale non è punto determinata da queste condizioni, contiene (indipendentemente da altri eventuali parametri) le coordinate di due distinti punti dello spazio, uno dei quali è il punto *variabile* cui si riferiscono i suoi diversi valori finiti. l'altro è il punto *fisso*, o *polo*, ove essa diventa infinita nel modo prescritto.

Ciò posto, consideriamo un certo spazio determinato ed invariabile, che diremo S, denotiamo con p un punto qualunque di questo spazio e con U_p una funzione, del tipo di U, che diventa infinita nel punto p e che soddisfa in S all'equazione $\Delta_2 U_p = 0$ (dove naturalmente il simbolo Δ_2 si riferisce alle coordinate del punto variabile). Una tale funzione non è, come dicevamo, determinata, ma si può concepire che, in virtù di qualche legge, ad ogni polo p corrisponda una unica e determinata funzione U_p. Ammesso ciò, consideriamo una espressione della forma

(11) $$V = \Sigma U_p m_p , \quad \text{oppure} \quad V = \int U_p \, dm_p ,$$

cioè una somma, finita od infinita, di prodotti ciascuno dei quali si riferisce ad un punto isolato, oppure ad un elemento lineare, superficiale o solido, esistente nello spazio S, ed è formato con un fattore costante m_p, oppure dm_p, che diremo *massa* del punto o dell'elemento, e con un fattore variabile che è la funzione U_p, il cui polo è in quel punto od in quell'elemento ed il cui punto variabile è situato dovunque in S, ma è lo stesso per tutte le analoghe funzioni U_p contenute nella somma.

Quest'espressione V, manifestamente analoga all'ordinaria funzione potenziale, è una funzione delle coordinate del comune punto variabile che è sempre monodroma, e che, in generale, è continua e finita colle sue derivate prime. Più precisamente, come si riconosce colle ordinarie considerazioni, la funzione V è continua e finita in tutto lo spazio S quando le masse sono distribuite in due od in tre dimensioni; essa diventa infinita come $1 : r$ nei punti discreti dotati di massa e diventa infinita come $\log v$ lungo ogni linea dotata di massa, v essendo la distanza normale da questa linea. Quanto alle derivate prime di V, esse

sono continue in tutto lo spazio S solamente quando le masse sono distribuite in tre dimensioni; sono discontinue, ma finite, nei posti occupati dalle masse, quando queste sono distribuite in due dimensioni, e sono infinite nei posti stessi, quando le masse sono distribuite in linee od in punti discreti. Dalle stesse ben note considerazioni si deduce che, qualunque sia la direzione n, si ha

$$\frac{dV}{dn} = \Sigma \frac{dU_p}{dn} m_p\,, \quad \text{oppure} \quad = \int \frac{dU_p}{dn}\, dm_p\,,$$

purchè il punto cui si riferisce la funzione V non sia sede d'una massa finita, e neppure appartenga a linee od a superficie dotate di densità finita.

Consideriamo ora una superficie chiusa σ esistente in S e non avente parti comuni con superficie dotate di massa, nè contenente linee o punti discreti dotati di massa; denotiamo con n la sua normale interna e formiamo l'integrale

$$\int \frac{dV}{dn}\, d\sigma = \Sigma m_p \int \frac{dU_p}{dn}\, d\sigma\,, \quad \text{oppure} \quad = \int dm_p \int \frac{dU_p}{dn}\, d\sigma\,.$$

Avuto riguardo all'equazione $(9)_a$ si ha, nel primo caso,

$$\int \frac{dV}{dn}\, d\sigma = \Sigma\, (\sigma)_p m_p = 4\pi M_\sigma\ \ ,$$

dove M_σ è la somma delle masse di tutti i punti materiali interni alla superficie σ. Nel secondo caso, si possono escludere gli elementi dm_p che giacciono negli intorni dei punti di σ, poichè dalle ipotesi fatte circa questa superficie risulta che le masse di tali elementi non possono mai comporre una somma finita. Siamo così ricondotti al primo caso e si ha di nuovo

$$(12) \qquad \int \frac{dV}{dn}\, d\sigma = 4\pi M_\sigma\ \ ,$$

dove M_σ indica la somma delle masse, comunque distribuite, che cadono nell'interno di σ.

Da questa proprietà generale si deducono quattro teoremi distinti, relativi ai quattro casi in cui le masse occupano spazii, superficie, linee o punti.

Nel primo caso, nel quale tanto la funzione V quanto le sue derivate prime sono dovunque continue e finite, basta applicare l'equazione (8) dopo aver fatto in questa $U = 1$, giacchè l'equazione (12) diventa per tal modo

$$\int (\Delta_2 V + 4\pi k)\, dS = 0\,,$$

dove k è la densità nell'elemento dS dello spazio S contenuto in σ e, poichè questo spazio può essere qualunque (in S), si ottiene così il *primo* teorema:

(12)$_a$ $$\Delta_2 V + 4\pi k = 0\,.$$

Nel secondo caso, nel quale la sola funzione V è dovunque continua e finita, bisogna considerare dapprima un pezzo finito σ_0 d'una superficie dotata di massa, e, dopo averlo circondato con una superficie chiusa σ, bisogna immaginare che questa superficie si accosti indefinitamente a σ_0, da amendue le parti. Invertendo le normali n di σ e facendole coincidere, al limite, colle opposte normali n ed n' di σ_0, si deduce per tal modo dall'equazione (12)

$$\int \left(\frac{dV_0}{dn} + \frac{dV_0}{dn'} + 4\pi h\right) d\sigma_0 = 0,$$

dove h è la densità nell'elemento $d\sigma_0$ e V_0 è quella parte di V. che si riferisce al pezzo σ_0. Ora se si pone $V = V_0 + V_1$ si ha, in ogni punto di σ_0,

$$\frac{dV_1}{dn} + \frac{dV_1}{dn'} = 0\,;$$

quindi la precedente equazione si può scrivere così:

$$\int \left(\frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'} + 4\pi h\right) d\sigma_0 = 0\,,$$

e, poichè σ_0 è un pezzo qualunque della totale superficie dotata di massa, si ottiene il *secondo* teorema

(12)$_b$ $$\frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'} + 4\pi h = 0\,.$$

Nel terzo caso, bisogna di nuovo considerare un tronco s_0 d' una linea dotata di massa e, dopo averlo circondato con una superficie chiusa σ, bisogna immaginare che questa superficie si accosti indefinitamente ad s_0, da tutte le parti. Invertendo le normali n di σ, facendole coincidere, al limite, colle normali v nella linea s_0 e ponendo $d\sigma = vds_0 d\theta$, dove $vd\theta$ è l'elemento d'un cerchietto avente per asse ds_0 e per raggio v, si deduce dall' equazione (12)

$$\iint \frac{dV_0}{dv} vds_0 \, d\theta + 4\pi \int gds_0 = 0 \,,$$

od anche

$$\int \left\{ \int v \, \frac{dV_0}{dv} d\theta + 4\pi g \right\} ds_0 = 0, \quad (\lim v = 0)$$

dove g è la densità nell'elemento ds_0. Ora se si pone $V = V_0 + V_1$, si ha, in ogni punto di s_0,

$$v \, \frac{dV_1}{dv} = 0 \,, \quad (\lim v = 0)$$

quindi la precedente equazione si può scrivere così:

$$\int \left\{ \int v \, \frac{dV}{dv} d\theta + 4\pi g \right\} ds_0 = 0 \,,$$

e, poichè s_0 è un tronco qualunque della totale linea dotata di massa, si ottiene il *terzo* teorema

$$(12)_c \qquad \int v \, \frac{dV}{dv} \, d\theta + 4\pi g = 0 \,, \quad (\lim v = 0).$$

Ammettendo, come si fa di solito dietro note considerazioni, che in un punto ordinario della linea il limite, per $v = 0$, del prodotto sotto l'integrale sia indipendente dalla direzione di v, si ha

$$\int v \, \frac{dV}{dv} \, d\theta = 2\pi v \, \frac{dV}{dv} \,,$$

ed il terzo teorema diventa

$$(12)_c' \qquad v \, \frac{dV}{dv} + 2g = 0 \,, \quad (\lim v = 0).$$

Finalmente, nel quarto ed ultimo caso, stringendo σ intorno ad un punto dotato di massa, invertendo le normali n, facendole coincidere, al limite, colle geodetiche r uscenti dal punto stesso e ponendo $d\sigma = r^2(d\sigma)$, dove $(d\sigma)$ è l'angolo visuale dell'elemento

$d\sigma$ rispetto al punto $r=0$, si deduce dall'equazione (12) il *quarto* teorema

$$(12)_{4}\qquad \int r^2 \frac{dV}{dr}(d\sigma) + 4\pi m = 0\ ,\quad (\lim r = 0$$

dove m è la massa del punto $r=0$. Ammettendo che il limite, per $r=0$, del fattore di $(d\sigma)$ sia indipendente dalla direzione di r, questo quarto teorema diventa

$$(12)_{4}'\qquad r^2 \frac{dV}{dr} + m = 0\ ,\quad (\lim r = 0).$$

Ognuna vede che questi teoremi, validi tutti entro il campo S, sono identici a quelli che, nelle analoghe circostanze, sussistono per le ordinarie funzioni potenziali. Per ottenere, rispetto alle funzioni (11), una teoria identica, in tutti i suoi lineamenti essenziali, a quella delle anzidette funzioni, non mancherebbe che la dimostrazione delle proprietà analoghe a quelle che le ordinarie funzioni potenziali posseggono nei punti all'infinito. Ma, per rendere possibile una tale dimostrazione, bisognerebbe innanzi tutto poter rimuovere la restrizione di un campo limitato (S) e supporre che questo campo fosse illimitato in ogni senso, senza che la funzione denominata U_p cessasse di possedere tutte le proprietà che le abbiamo attribuite. Ora, anche lasciando in disparte gli spazii del tipo riemanniano, ci sembra difficile stabilire in proposito alcuna proposizione generale. Tuttavia, per giustificare le considerazioni precedenti, basterà osservare che vi sono per lo meno due casi nei quali si può effettivamente determinare una forma di U_p valida incondizionatamente in tutto lo spazio; e cioè il caso dello spazio ordinario, nel quale si ha, come è notissimo,

$$U_p = \frac{1}{r}\ ,$$

e quello dello spazio pseudosferico di raggio R, nel quale si ha

$$U_p = R \coth \frac{r}{R} + \text{cost.}\ ,$$

o meglio, determinando la costante in modo che U_p si annulli all'infinito,

$$(13)\qquad U_p = R\left(\coth \frac{r}{R} - 1\right).$$

(Continua)

Nel terzo c…
d' una linea do…
superficie chi…
accosti inde…
normali n
nella lin…
cerchi…
qua…

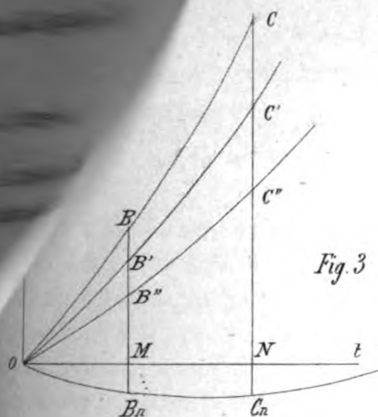
…a Francia ha
…sità uno dei
…mes nelle Ar-
… distinse mol-
…legio Louis le
…professò per
…al Jamin nelle
…generale di Fisica.
…osservatore. Il Bouty,
…scienza. Altero ed
…fisica sperimen-
…vari metodi di
…scoprì la po-
…pe presso
…lla fluo-
…e fece
…molte
… il

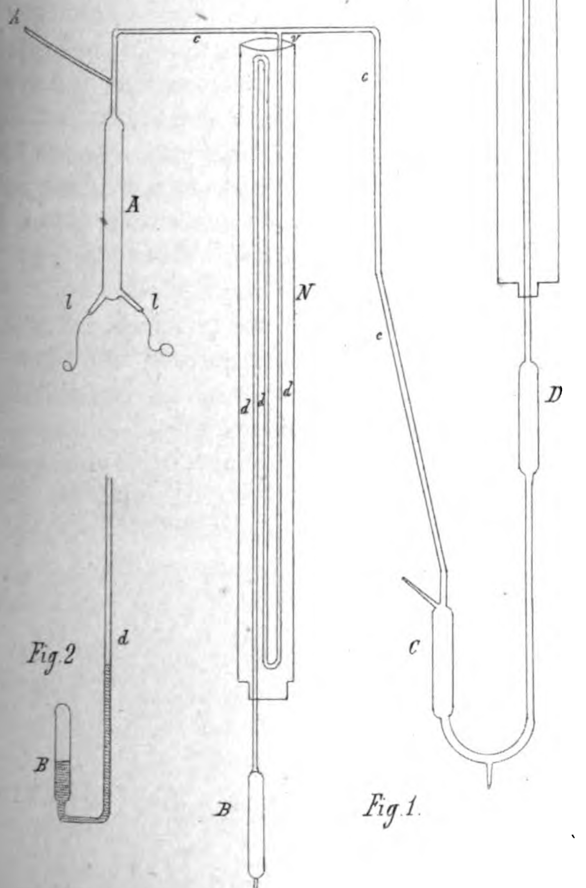
… dotata d…

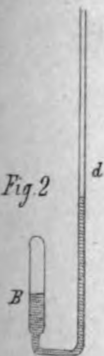
…derazioni, che
$= 0$, del pro-
…ione di v, si ha

$v = 0$).

…caso, stringendo σ intorno
…endo le normali n, facendole
…ne r uscenti dal punto stesso.
… è l'angolo visuale dell'elemento


C
C'
C''
B
B'
B''
Fig. 3
O
M
N
t
Bn
Cn


h
c
v
c
A
l
l
N
d
d
d
c
n
M
D
C
B
Fig. 1.


Fig. 2
d
B

NECROLOGIA

Jules Jamin è morto or sono pochi giorni. La Francia ha perduta una delle sue illustrazioni, e la sua Università uno dei professori che la hanno più onorata. Nacque a Termes nelle Ardenne, nel 1818. Dopo studi nei quali ben presto si distinse moltissimo, fu nel 1844, nominato Professore nel collegio *Louis le Grand*, e nel 1852 nella Scuola Politecnica ove professò per ventinove anni, fino al 1881. Le qualità palesate dal **Jamin** nelle sue lezioni orali si ritrovano nel *Trattato generale di Fisica*, ove ebbe cura, associandosi un abilissimo collaboratore, il Bouty, di esporre esattamente lo stato attuale della scienza. Allievo ed ammiratore del Cauchy, i suoi primi lavori di fisica sperimentale furono di ottica, e diretti a verificare con nuovi metodi di precisione le formule di quel fisico matematico. Scoprì la polarizzazione elittica della luce, riflessa dalle sostanze vitree presso all'angolo di polarizzazione, e la polarizzazione elittica della fluorina. In appresso fece un gran lavoro sugli anelli colorati, e fece costruire il suo apparecchio d'interferenza del quale fece molte belle ed ingegnose applicazioni. Insieme a M. Roger pubblicò il primo dei lavori che abbiamo sullo studio delle correnti magneto-elettriche. É suo il metodo della misura dei calorici specifici per mezzo del calore svolto dalla corrente. Insieme a M. Richard diede un nuovo metodo per la misura del rapporto fra i due calorici specifici dei gas; e molti altri utili lavori originali sono a lui dovuti sulla compressibilità dei liquidi, sulla capillarità, la igrometria, il punto critico dei gas ecc.

Dai discorsi letti nel 15 febbraio scorso all'*Académie des Sciences*, dal Bertrand e dal Troost, dai quali discorsi abbiam tolto i precedenti cenni, risulta altresì che molta gratitudine gli è dovuta da non pochi suoi allievi che ora hanno una bella fama, fra i quali Pellat, Duter, Foussereau, Maneuvrier, Krouchkoll, Benoit et Blondlot. Nel suo laboratorio si formarono i suoi due più cari amici ed allievi: il Bouty che rimpiazzò il Desains alla facoltà delle scienze di Paris, e il Lippmann che ora fa parte dell'*Académie des Sciences*.

F.



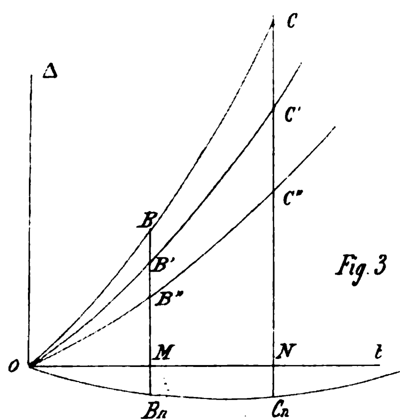


Fig. 3

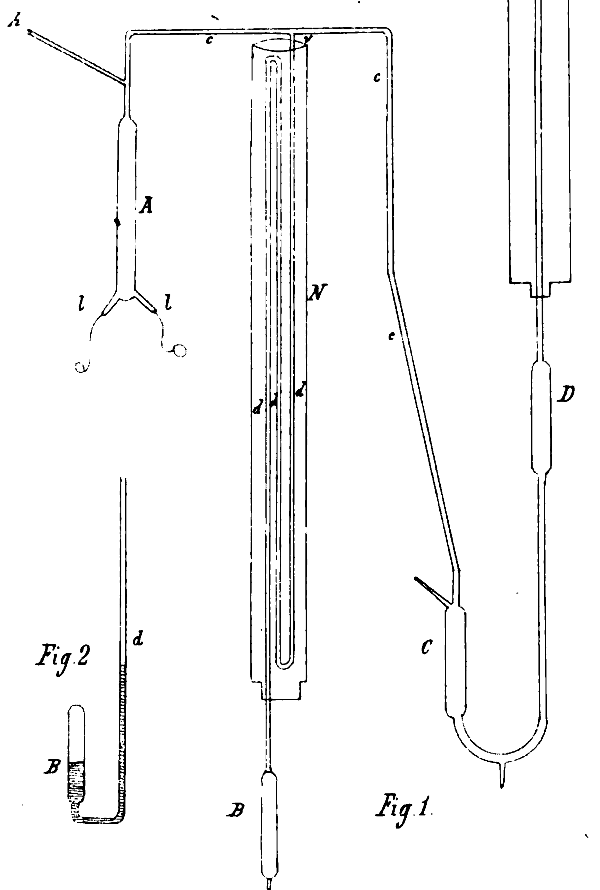
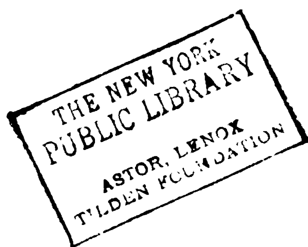


Fig. 1

Fig. 2


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
ASTOR, LENOX
TILDEN FOUNDATION

SULL'USO DELLE COORDINATE CURVILINEE NELLE TEORIE DEL POTENZIALE E DELL'ELASTICITÀ; MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI [1]).

Del primo caso non occorre aggiungere parola. In quanto al secondo caso, annullandosi all'infinito ogni U_p ed ogni V, risultando finito il limite, per $r = \infty$, di ogni prodotto della forma

$$\frac{dV}{dr}\,\mathrm{senh}^2\frac{r}{R}$$

e, finalmente, potendosi il quadrato dell'elemento lineare ridurre alla nota forma

$$ds^2 = dr^2 + R^2\,\mathrm{senh}^2\frac{r}{R}\,d\varsigma^2,$$

dove $d\varsigma$ è l'elemento lineare di un'ordinaria superficie sferica di raggio 1, col centro nel polo $r = 0$, si riconosce subito che l'integrale

$$\int\left(V\frac{dU}{dn} - U\frac{dV}{dn}\right)d\sigma,$$

esteso ad una qualunque regione della superficie all'infinito, è sempre nullo. Ne segue che i teoremi di Green possono essere applicati ad uno spazio infinito e che si possono quindi stabilire per le funzioni potenziali

$$(13)_a \qquad V = R\int\left(\coth\frac{r}{R} - 1\right)dm$$

dello spazio pseudosferico, tutti i teoremi generali relativi alle funzioni potenziali ordinarie.

§ 6.

Basandosi sulle considerazioni del § precedente ed arrestandosi all'ipotesi d'uno spazio nel quale, come nei due casi ivi citati da ultimo, si possano realizzare incondizionatamente tutte

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 90.

le caratteristiche d'una funzione potenziale, non s'incontra più alcuna difficoltà ad estendere ad un tale spazio le proposizioni sulle quali abbiamo fondata, nella Nota ricordata nel proemio, la dimostrazione delle formole di Maxwell.

Supponendo che le masse sieno distribuite soltanto in due ed in tre dimensioni, denotando con V la loro funzione potenziale, con h e k le densità superficiale e cubica e ponendo

$$(14)\qquad \begin{aligned} H &= h + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'}\right), \\ K &= k + \frac{1}{4\pi}\Delta_2 V, \end{aligned}$$

si ha

$$(14)_a\qquad \begin{aligned} H &= 0, \quad \text{in ogni punto di } \sigma, \\ K &= 0, \quad \text{in ogni punto di S}, \end{aligned}$$

dove S indica lo spazio *infinito* e σ la superficie od il gruppo delle superficie dotate di massa, superficie di cui n, n' sono le due normali opposte in uno stesso punto. Denotando inoltre con P il potenziale della distribuzione (h, k) sopra se stessa, si ha

$$(14)_b\qquad P = \frac{1}{2}\int V h d\sigma + \frac{1}{2}\int V k dS.$$

Si formi ora l'espressione

$$\int H \frac{U_n + U_n'}{2} d\sigma + \int KU dS,$$

dove U è una funzione che si annulla all'infinito e che è continua in tutto lo spazio ad eccezione dei punti della superficie σ, sulle cui due faccie essa prende i valori designati con U_n, U_n'. Sostituendo in questa espressione, la quale è $(14)_a$ identicamente nulla, i valori (14) di H e K e tenendo conto della relazione

$$\int (\Delta_1 UV + U\Delta_2 V) dS + \int \left(U_n \frac{dV}{dn} + U_n' \frac{dV}{dn'}\right) d\sigma = 0$$

che si deduce dalla formola (c) del § 5 considerando S come uno spazio limitato dalla superficie all'infinito e dalle due faccie delle superficie σ, si ottiene l'eguaglianza

$$(15)\qquad 0 = \int h \frac{U_n + U_n'}{2} d\sigma + \int k U dS$$

$$- \frac{1}{4\pi}\int \Delta_1 U V dS - \frac{1}{8\pi}\int (U_n - U_n')\left(\frac{dV}{dn} - \frac{dV}{dn'}\right) d\sigma .$$

Si ponga in questa eguaglianza

$$(a)\qquad U = \delta V = \Sigma \frac{dV}{dq}\delta q ,$$

dove la somma si riferisce alle tre coordinate generali q_1, q_2, q_3, e dove δq_1, δq_2, δq_3 sono variazioni arbitrarie ma dovunque continue di queste coordinate. I valori $U_n = \delta V_n$, $U_{n'} = \delta V_{n'}$, sono effettivamente disuguali, perchè le derivate prime di V sono discontinue nei punti di σ.

Si dimostra, in primo luogo, esattamente come nella Nota citata, che si ha

$$(b)\qquad \int h \frac{\delta V_n + \delta V_n'}{2} d\sigma + \int k \delta V dS = \delta P ,$$

dove δP è l'incremento che riceve il potenziale P quando tutti i punti della distribuzione (h, k) subiscono gli spostamenti dovuti alle variazioni δq delle loro coordinate (la funzione V restando sempre riferita, come apparisce dal valore (a) di δV, alla distribuzione originaria).

In secondo luogo, per essere costantemente nulla la differenza $V_n - V_n'$ sulle superficie σ, e per essere quindi continue le derivate prime di V tangenzialmente a queste superficie, si ha

$$\delta V_n - \delta V_n' = \left(\frac{dV}{dn} + \frac{dV}{dn'}\right)\delta n$$

dove δn è la componente dello spostamento (δq) secondo la normale n; e di quì risulta

$$(\delta V_n - \delta V_n')\left(\frac{dV}{dn} - \frac{dV}{dn'}\right) = \left\{\left(\frac{dV}{dn}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dn'}\right)^2\right\}\delta n .$$

Ma, immaginando per un momento che la funzione V sia formata con tre variabili p, q, r della specie di quelle di cui è parola alla fine del § 1, e propriamente considerando il punto variabile cui si riferisce V come definito dalla distanza geodetica

r che esso ha dalla superficie σ e dalle coordinate p, q del punto di σ donde esce la geodetica r, si ha dalla prima delle equazioni $(4)_b$, applicata ai punti contigui a σ, dall' una e dall' altra parte,

$$\Delta_1 V_n = \Delta_1' V_n + \left(\frac{dV}{dn}\right)^2, \qquad \Delta_1 V_n' = \Delta_1' V_n' + \left(\frac{dV}{dn'}\right)^2.$$

Ora le espressioni $\Delta_1' V_n$, $\Delta_1' V_n'$, sono fra loro eguali, perchè formate colle sole derivate di V parallele alla superficie, le quali sono continue attraverso a questa: si ha dunque

$$\Delta_1 V_n - \Delta_1 V_n' = \left(\frac{dV}{dn}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dn'}\right)^2,$$

epperò

$$(c) \qquad (\delta V_n - \delta V_n')\left(\frac{dV}{dn} - \frac{dV}{dn'}\right) = (\Delta_1 V_n - \Delta_1 V_n')\,\delta n.$$

In virtù delle formole (a), (b), (c) l' equazione (15) diventa

$$(15)_a \quad \delta P = \frac{1}{4\pi}\int \Delta_1 (V, \delta V)\, dS + \frac{1}{8\pi}\int (\Delta_1 V_n - \Delta_1 V_n')\,\delta n d\sigma.$$

D' altronde si ha

$$(d) \qquad \Delta_1(V, \delta V) = \Sigma \Delta_1\left(V, \frac{dV}{dq}\right)\delta q + \Sigma \Delta_1 (V, \delta q)\frac{dV}{dq},$$

e dalla formola di definizione

$$\Delta_1 V = \Sigma_{hk} P_{hk} \frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}$$

si deduce

$$\frac{d\Delta_1 V}{dq} = \Sigma_{hk} P_{hk} \frac{dV}{dq_h}\frac{d}{dq_k}\left(\frac{dV}{dq}\right) + \Sigma_{hk} P_{hk}\frac{dV}{dq_k}\frac{d}{dq_h}\left(\frac{dV}{dq}\right)$$
$$+ \Sigma_{hk}\frac{dP_{hk}}{dq}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k} = 2\Delta_1\left(V, \frac{dV}{dq}\right) + \Sigma_{hk}\frac{dP_{hk}}{dq}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}.$$

Ne consegue

$$\Sigma\frac{d\Delta_1 V}{dq}\delta q = 2\Sigma\Delta_1\left(V, \frac{dV}{dq}\right)\delta q + \Sigma_{hk}\,\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}$$

e quindi

$$\Sigma\Delta_1\left(V,\frac{dV}{dq}\right)\delta q=\tfrac{1}{2}\Sigma\frac{d\Delta_1 V}{dq}\delta q-\tfrac{1}{2}\Sigma_{hk}\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k},$$

formola che, in virtù dell' identità

$$\frac{d\Delta_1 V}{dq}\delta q=\frac{1}{Q}\left\{\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q)}{dq}-\Delta_1 V\frac{d(Q\delta q)}{dq}\right\},$$

si può scrivere così:

$$\Sigma\Delta_1\left(V,\frac{dV}{dq}\right)\delta q=\frac{1}{2Q}\Sigma\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q)}{dq}-\frac{\Delta_1 V}{2Q}\Sigma\frac{d(Q\delta q)}{dq}-\tfrac{1}{2}\Sigma_{hk}\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k};$$

sostituendo in (d) si ottiene quindi

$$(e)\qquad \Delta_1(V,\delta V)=\frac{1}{2Q}\Sigma\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q)}{dq}$$

$$+\Sigma\left\{\Delta_1(V,\delta q)\frac{dV}{dq}-\frac{\Delta_1 V}{2Q}\frac{d(Q\delta q)}{dq}\right\}-\tfrac{1}{2}\Sigma_{hk}\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}$$

Così preparata l'espressione di Δ_1 $(V, \delta V)$, bisogna farne la sostituzione nel secondo membro dell'equazione $(15)_a$. Ora, senza effettuare subito tale sostituzione, osserviamo che dal teorema (5), applicato allo spazio infinito con riguardo alla superficie di discontinuità σ, si ha

$$\int\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q_i)}{dq_i}\frac{dS}{Q}=-\int\sqrt{Q_{ii}}\left\{\Delta_1 V_n\cos(n,i)+\Delta_1 V_n'\cos(n',i)\right\}\delta q_i d\sigma$$

$$=-\int(\Delta_1 V_n-\Delta_1 V_n')\sqrt{Q_{ii}}\cos(n,i)\,\delta q_i\,d\sigma,$$

e quindi (2)

$$\Sigma\int\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q)}{dq}\frac{dS}{Q}=-\int(\Delta_1 V_n-\Delta_1 V_n')\,\Sigma_{hk}\left(Q_{hk}\frac{dq_h}{dn}\delta q_k\right).d\sigma\,.$$

Ma la formola $(1)_a$, supponendo che l'elemento ds sia nella direzione n e che l'elemento δs sia quello che rappresenta lo spostamento (δq), dà

$$\delta n=\delta s\cos(n,\delta s)=\Sigma_{hk}Q_{hk}\frac{dq_h}{dn}\delta q_k\,;$$

si ha dunque

$$\Sigma\int\frac{d(Q\Delta_1 V.\delta q)}{dq}\frac{dS}{Q}=-\int(\Delta_1 V_a-\Delta_1 V_a')\,\delta n\,d\sigma.$$

Ne risulta che, mediante l'accennata sostituzione dell'espressione (e) nell' equazione $(15)_a$, si ottiene

$$\delta P=\frac{1}{4\pi}\Sigma\int\left\{\Delta_1(V,\delta q)\frac{dV}{dq}-\frac{\Delta_1 V}{2Q}\frac{d(Q\delta q)}{dq}\right\}dS-\frac{1}{8\pi}\int\Sigma_{hk}\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}dS.$$

Ora, essendo

$$\Delta_1(V,\delta q)=\Sigma_{hk}P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{d\delta q}{dq_k},$$

se per brevità, si pone

$$(15)_b \qquad \Sigma_k P_{hk}\frac{d\delta q_i}{dq_k}=R_{ih},$$

si ha

$$\Delta_1(V,\delta q_i)=\Sigma_h R_{ih}\frac{dV}{dq_h}$$

e quindi

$$\Sigma\Delta_1(V,\delta q)\frac{dV}{dq}=\Sigma_{hk}R_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}.$$

Di quì risulta

$$\delta P=\frac{1}{4\pi}\int\Sigma_{hk}(R_{hk}-\tfrac{1}{2}\delta P_{hk}\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}dS-\frac{1}{8\pi}\int\frac{\Delta_1 V}{Q}\Sigma\frac{d(Q\delta q)}{dq}dS,$$

o meglio

$$(15)_c \quad \delta P=\frac{1}{8\pi}\int\Sigma_{hk}(R_{hk}+R_{kh}-\delta P_{hk})\frac{dV}{dq_h}\frac{dV}{dq_k}dS-\frac{1}{8\pi}\int\frac{\Delta_1 V}{Q}\Sigma\frac{d(Q\delta q)}{dq}dS.$$

§ 7.

Fa d'uopo ora trasformare l'espressione $(15)_c$, testè ottenuta per δP, in guisa da identificarla, se è possibile, con quella di un lavoro di forze elastiche.

A tal fine bisogna innanzi tutto stabilire, facendo uso delle coordinate generali q, le formole fondamentali relative alla deformazione infinitesima d'un mezzo continuo ed alle pressioni che si possono verificare in un tal mezzo.

Dall'equazione (1)

$$ds^2 = \Sigma\, Q_{hk}\, dq_h\, dq_k\,,$$

facendo variare con continuità la posizione d'ogni punto (q) d'un certo spazio S, che può essere quello occupato da un corpo elastico, si deduce

$$2ds\,\delta ds = \Sigma_{hk}\, Q_{hk}\,(dq_h\, d\delta q_k + dq_k\, d\delta q_h) + \Sigma_{hk}\, \delta Q_{hk}\, dq_h\, dq_k\,,$$

equazione che, per essere

$$d\delta q_h = \Sigma \frac{d\delta q_h}{dq}\,\delta q\,,$$

si può scrivere così:

$$\frac{\delta ds}{ds} = \frac{1}{2}\Sigma_{hk}\left\{\Sigma_i\left(Q_{hi}\frac{d\delta q_i}{dq_k} + Q_{ki}\frac{d\delta q_i}{dq_h}\right) + \delta Q_{hk}\right\}\frac{dq_h}{ds}\frac{dq_k}{ds}\,.$$

Ponendo dunque

$$(16)\quad \Sigma_i\left(Q_{hi}\frac{d\delta q_i}{dq_k} + Q_{ki}\frac{d\delta q_i}{dq_k}\right) + \delta Q_{hk} = 2L_{hk}\,,\quad (L_{hk} = L_{kh})$$

si ha

$$(16)_a \qquad \frac{\delta ds}{ds} = \Sigma_{hk}\, L_{hk}\,\frac{dq_h}{ds}\frac{dq_k}{ds}\,;$$

e poichè le tre quantità

$$\frac{dq_1}{ds}\,,\quad \frac{dq_2}{ds}\,,\quad \frac{dq_3}{ds}$$

non dipendono che dalla direzione arbitraria dell'elemento lineare ds, è chiaro che la deformazione infinitesima, risultante dalle variazioni continue δq delle coordinate q, e consistente essenzialmente nell'alterazione delle lunghezze degli elementi lineari, è definita, nell'intorno d'ogni punto dello spazio S, dai valori delle sei quantità infinitesime L_{hk}, senza che sia necessario, per il mo-

mento, di precisare più da vicino il significato geometrico di queste sei quantità, del quale ci occuperemo in seguito (§ 10).

Ora supponiamo che lo spazio S sia quello occupato da un corpo o da un mezzo, *già deformato ed equilibrato* sotto l'azione di date forze esterne. Denoteremo con

$$F_1 dS, \qquad F_2 dS, \qquad F_3 dS$$

le componenti oblique, secondo le direzioni 1, 2, 3, della forza esterna $F dS$ agente sull'elemento di volume dS e con

$$\Phi_1 d\sigma, \qquad \Phi_2 d\sigma, \qquad \Phi_3 d\sigma$$

le analoghe componenti della forza esterna $\Phi d\sigma$ applicata all'elemento $d\sigma$ della superficie σ che limita lo spazio S.

Per esprimere le condizioni d'equilibrio del sistema, immaginiamo che ogni suo punto (q) subisca un *nuovo* spostamento (virtuale), in virtù del quale le sue coordinate diventino $(q + \delta q)$, e calcoliamo il lavoro virtuale che ne risulta per le forze esterne ed interne.

Se la direzione della forza F è quella dell'elemento lineare ds che va dal punto (q) ove la forza è applicata, al punto $(q + dq)$, si ha evidentemente

$$\frac{ds}{F} = \frac{dq_1 \sqrt{Q_{11}}}{F_1} = \frac{dq_2 \sqrt{Q_{22}}}{F_2} = \frac{dq_3 \sqrt{Q_{33}}}{F_3},$$

ossia

(17) $$ds : dq_1 : dq_2 : dq_3 = F : \frac{F_1}{\sqrt{Q_{11}}} : \frac{F_2}{\sqrt{Q_{22}}} : \frac{F_3}{\sqrt{Q_{33}}}.$$

In virtù di questa proporzionalità, la formola $(1)_a$ si converte nella seguente

$(17)_a$ $$F \delta s \cos(F, \delta s) = \Sigma_{hk} \frac{Q_{hk}}{\sqrt{Q_{kk}}} F_k \delta q_h,$$

il cui primo membro è il lavoro della forza F durante lo spostamento δs del suo punto d'applicazione. Il lavoro virtuale sviluppato dalla forza esterna $F dS$, che agisce sull'elemento di volume dS, è dunque espresso da

$$(F_1 \delta q_1 + F_2 \delta q_2 + F_3 \delta q_3)\, dS,$$

dove

(18) $$F_h = \frac{Q_{h1}F_1}{\sqrt{Q_{11}}} + \frac{Q_{h2}F_2}{\sqrt{Q_{22}}} + \frac{Q_{h3}F_3}{\sqrt{Q_{33}}}.$$

Analogamente, il lavoro sviluppato dalla forza esterna $\phi d\sigma$, che agisce sull'elemento di superficie $d\sigma$, è espresso da

$$(\Phi_1 \delta q_1 + \Phi_2 \delta q_2 + \Phi_3 \delta q_3)\, d\sigma,$$

dove

(18)$_a$ $$\Phi_h = \frac{Q_{h1}\Phi_1}{\sqrt{Q_{11}}} + \frac{Q_{h2}\Phi_2}{\sqrt{Q_{22}}} + \frac{Q_{h3}\Phi_3}{\sqrt{Q_{33}}}$$

Le quantità F_h, Φ_h hanno un significato molto semplice che è utile notare. Se nella formola (17)$_a$ si suppone che l'elemento δs abbia la direzione h, si ha $\delta s = \sqrt{Q_{hh}}\, \delta q_h$ e i differenziali δq relativi alle altre due coordinate sono nulli: quindi la detta formola diventa

$$F \sqrt{Q_{hh}} \cos (F, h) = \Sigma_k \frac{Q_{hk} F_k}{\sqrt{Q_{kk}}}.$$

Di qui (18), (18)$_a$

(18)$_b$ $$\frac{F_h}{\sqrt{Q_{hh}}} = F \cos (F, h)\,, \qquad \frac{\Phi_h}{\sqrt{Q_{hh}}} = \phi \cos (\phi, h)\,,$$

equazioni i cui secondi membri sono le componenti *ortogonali* delle forze F, ϕ secondo le direzioni $h = 1, 2, 3$.

Quanto alle forze interne, poichè esse non isviluppano lavoro se non in quanto l'immaginata deformazione (virtuale) altera le lunghezze degli elementi lineari, ammetteremo che il loro lavoro virtuale, nell' elemento di volume dS, sia esprimibile nella forma

(19) $$dS\, \Sigma_{hk} L_{hk} M_{hk}\,, \qquad (M_{hk} = M_{kh})$$

dove le quantità L_{hk} sono quelle definite dalle formole (16) e le quantità, per ora incognite, M_{hk} sono certe funzioni continue delle coordinate, che dipendono dallo stato di tensione del corpo deformato ed equilibrato.

Dietro quanto precede, l'equazione generale d'equilibrio è la seguente:

$$(20)\quad \int (F_1\delta q_1 + F_2\delta q_2 + F_3\delta q_3)dS + \int (\Phi_1\delta q_1 + \Phi_2\delta q_2 + \Phi_3\delta q_3)d\sigma$$

$$+ \int dS\, \Sigma_{hk} L_{hk} M_{hk} = 0\,,$$

e per dedurne le equazioni ordinarie, indefinite ed ai limiti, bisogna trasformare l'ultima parte del primo membro, cioè l'integrale dell'espressione (19).

In virtù delle formole (16) quest' espressione equivale alla seguente

$$\left\{ \Sigma_{kl} \frac{d\delta q_l}{dq_k} \Sigma_h Q_{hl} M_{hk} + \frac{1}{2} \Sigma_{hk} M_{hk}\, \delta Q_{hk} \right\} dS$$

o, più semplicemente, a quest' altra

$$\Sigma_{hk} \left\{ \mu_{hk} \frac{d\delta q_h}{dq_k} + \frac{1}{2} M_{hk}\, \delta Q_{hk} \right\} dS,$$

dove si è posto

$$(21)\qquad \mu_{hk} = \Sigma_l Q_{lh} M_{lk}\,.$$

Il totale lavoro virtuale delle forze interne è quindi espresso da

$$(21)_a\qquad \Sigma_{hk} \left\{ \int \mu_{hk} \frac{d\delta q_h}{dq_k} dS + \frac{1}{2} \int M_{hk}\, \delta Q_{hk}\, dS \right\}\,.$$

Ora si ha identicamente

$$\int \mu_{hk} \frac{d\delta q_h}{dq_k} dS = \int \frac{d\,(Q\mu_{hk}\delta q_h)}{dq_k} \frac{dS}{Q} - \int \frac{d(Q\mu_{hk})}{dq_k} \delta q_h \frac{dS}{Q}\,,$$

epperò, trasformando il primo integrale del secondo membro colla formola (5), si ottiene

$$\int \mu_{hk} \frac{d\delta q_h}{dq_k} dS = - \int \frac{d(Q\mu_{hk})}{dq_k} \delta q_h \frac{dS}{Q} - \int \mu_{hk} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n,k)\, \delta q_h\, d\sigma\,,$$

dove n è la normale interna alla superficie σ. L'espressione $(21)_a$ del lavoro virtuale interno diventa per tal modo

$$(21)_b\ \Sigma_{hk} \left\{ \int \left[\frac{1}{2} M_{hk}\, \delta Q_{hk} - \frac{d(Q\mu_{hk})}{dq_k} \frac{\delta q_h}{Q} \right] dS - \int \mu_{hk} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n,k)\, \delta q_h\, d\sigma \right\}$$

Consideriamo dapprima il gruppo degli integrali di superficie contenuti in quest'espressione gruppo il quale, ponendo per un momento

(21)$_c$ $$\Sigma_k \mu_{hk} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n,k) = \mu_h ,$$

si riduce alla forma

$$-\int (\mu_1 \delta q_1 + \mu_2 \delta q_2 + \mu_3 \delta q_3)\, d\sigma .$$

Immaginando sostituita l'espressione (21)$_b$ nell'equazione (20), la quale deve essere soddisfatta qualunque sieno le variazioni δq sotto gli integrali di superficie, si ottengono subito le equazioni ai limiti, nella forma

$$\mu_1 = \Phi_1 , \qquad \mu_2 = \Phi_2 , \qquad \mu_3 = \Phi_3 ,$$

ossia (18)$_b$, (21)$_c$

(22) $$\phi \sqrt{Q_{hh}} \cos(\phi, h) = \Sigma_k \mu_{hk} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n, k), \qquad (h = 1, 2, 3)$$

Si giunge però ad una forma più semplice, osservando che queste equazioni, le quali equivalgono (18)$_{a,b}$ alle seguenti

$$\Sigma_i \frac{Q_{hi}\, \phi_i}{\sqrt{Q_{ii}}} = \Sigma\, \mu_{hkk} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n, k),$$

possono anche (21) scriversi nel modo che segue:

$$\Sigma_i Q_{ih} \left\{ \frac{\phi_i}{\sqrt{Q_{ii}}} - \Sigma_k M_{ik} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n,k) \right\} = 0; \qquad (h = 1, 2, 3)$$

ora, poichè il determinante delle funzioni Q_{hk} non è nullo, il sistema di queste tre equazioni può essere sostituito dal seguente

(22)$_a$ $$\phi_i = \sqrt{Q_{ii}}\, \Sigma_k M_{ik} \sqrt{Q_{kk}} \cos(n, k), \qquad (i = 1, 2, 3)$$

nel quale figurano direttamente le sei quantità M_{hk}. Queste sono le equazioni ai limiti ridotte alla loro forma più semplice.

Come è noto, queste equazioni sussistono per ogni elemento piano di normale n, immaginato nell'interno del corpo, qualora ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 rappresentino le componenti (oblique) della pressione unitaria esercitata su questo elemento da quella parte del corpo

che giace nella regione opposta ad n. Da ciò emerge immediatamente la definizione precisa delle funzioni M_{hk}.

Tuttavia riesce più comodo considerare, in luogo di queste, sei nuove funzioni ϕ_{hk}, che si ottengono ponendo

$$(22)_b \qquad \phi_{hk} = M_{hk}\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}, \qquad (\phi_{hk} = \phi_{kh})$$

giacchè in tal modo le equazioni $(22)_a$ assumono l'ordinaria forma

$$(23)\begin{cases} \phi_1 = \phi_{11}\cos(n,1) + \phi_{12}\cos(n,2) + \phi_{13}\cos(n,3), & \phi_{23} = \phi_{32}, \\ \phi_2 = \phi_{21}\cos(n,1) + \phi_{22}\cos(n,2) + \phi_{23}\cos(n,3), & \phi_{31} = \phi_{13}, \\ \phi_3 = \phi_{31}\cos(n,1) + \phi_{32}\cos(n,2) + \phi_{33}\cos(n,3); & \phi_{12} = \phi_{21}. \end{cases}$$

Il lavoro virtuale interno (19) prende al tempo stesso la forma

$$(23)_a \qquad \int dS\, \Sigma_{hk} \frac{L_{hk}\,\phi_{hk}}{\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}}.$$

Lasciando ora in sospeso la deduzione delle equazioni indefinite e l'interpretazione dei simboli ϕ_{hk}, L_{hk}, ritorniamo alla questione particolare del § 6, che ci aveva condotto alla precedente ricerca, per operare la richiesta trasformazione della formola $(15)_c$.

§ 8.

Riprendiamo a tal fine la formola (16), che trascriveremo così:

$$(24) \qquad \Sigma_m\left(Q_{hm}\frac{d\delta q_m}{dq_k} + Q_{km}\frac{d\delta q_m}{dq_h}\right) + \delta Q_{hk} = 2\,L_{hk}.$$

Moltiplicando quest'equazione per P_{hk} e sommando rispetto ad amendue gli indici h, k, si ottiene un risultato che può essere scritto nel modo seguente:

$$(a)\ \Sigma_{km}\frac{d\delta q_m}{dq_k}\Sigma_h P_{hk}Q_{hm} + \Sigma_{hm}\frac{d\delta q_m}{dq_h}\Sigma_k P_{hk}Q_{km} + \Sigma_{hk}P_{hk}\delta Q_{hk} = 2\Sigma_{hk}P_{hk}L_{hk}.$$

Ora le somme

$$\Sigma_h\, P_{hk}\, Q_{hm}, \qquad \Sigma_k\, P_{hk}\, Q_{km}$$

sono $= 1$, oppure $= 0$, secondo che gli indici fissi, k ed m nella

prima, h ed m nella seconda, sono eguali o diseguali. Inoltre la somma

$$\Sigma_{hk} P_{hk} \delta Q_{hk},$$

tenendo conto del significato (§ 1) delle quantità P_{hk} e considerando come tutti differenti fra loro gli elementi Q_{hk} del determinante Q^2, può scriversi così:

$$\frac{1}{Q^2} \Sigma_{hk} \frac{d(Q^2)}{dQ_{hk}} \delta Q_{hk},$$

ed equivale quindi a

$$\frac{1}{Q^2} \delta(Q^2), \qquad \text{ovvero a} \qquad \frac{2\delta Q}{Q}.$$

L'equazione (a) si riduce per tal modo alla seguente

$$\Sigma \frac{d\delta q}{dq} + \frac{\delta Q}{Q} = \Sigma_{hk} P_{hk} L_{hk},$$

o meglio a quest' altra

(24)$_a$
$$\frac{1}{Q} \Sigma \frac{d(Q\delta q)}{dq} = \Sigma_{hk} P_{hk} L_{hk}.$$

Moltiplichiamo ora invece l' equazione (24) per il prodotto $P_{hi} P_{kl}$ [1]) e sommiamo di nuovo rispetto ad amendue gli indici h, k. Il risultato che si ottiene può essere scritto nel modo seguente:

$$\Sigma_{km} P_{kl} \frac{d\delta q_m}{dq_k} \Sigma_h P_{hi} Q_{km} + \Sigma_{hm} P_{hi} \frac{d\delta q_m}{dq_h} \Sigma_k P_{kl} Q_{hm}$$
$$+ \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} \delta Q_{hk} = 2 \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} L_{hk},$$

ovvero, per un' osservazione già fatta,

$$\Sigma_k P_{kl} \frac{d\delta q_i}{dq_k} + \Sigma_h P_{hi} \frac{d\delta q_l}{dq_h} + \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} \delta Q_{hk} = 2 \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} L_{hk},$$

od ancora, ricordando la segnatura (15)$_b$,

$$R_{il} + R_{li} + \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} \delta Q_{hk} = 2 \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} L_{hk}.$$

Ma la somma che resta nel primo membro può alla sua volta scriversi così:

$$\Sigma_k P_{kl} \Sigma_h P_{hi} \delta Q_{hk},$$

1) Nella Memoria originale vi è la lettera j la quale viene sostituita con la lettera l.

e, in virtù della relazione sempre vera

$$\Sigma_h P_{hi} Q_{hk} = \text{Cost.},$$

può trasformarsi in quest' altra

$$-\Sigma_k P_{kl} \Sigma_h Q_{hk} \delta P_{hi},$$

la quale, equivalendo a

$$-\Sigma_h \delta P_{hi} \Sigma_k P_{kl} Q_{hk}$$

si riduce semplicemente a $-\delta P_{il}$. Si ha dunque finalmente

$$(24)_b \qquad R_{il} + R_{li} - \delta P_{il} = 2 \Sigma_{hk} P_{hi} P_{kl} L_{hk}.$$

Mediante le due relazioni $(24)_a$, $(24)_b$ l'espressione $(15)_c$ di δP si riduce facilmente alla forma richiesta. Si ha infatti

$$\Sigma_{il} (R_{il} + R_{li} - \delta P_{il}) \frac{dV}{dq_i} \frac{dV}{dq_l}$$

$$= 2\Sigma_{hkil} P_{hi} P_{kl} \frac{dV}{dq_i} \frac{dV}{dq_l} L_{hk} = 2 \Sigma_{hk} L_{hk} \left(\Sigma_i P_{hi} \frac{dV}{dq_i}\right)\left(\Sigma_l P_{kl} \frac{dV}{dq_l}\right),$$

ossia, ricordando le segnature $(3)_b$,

$$= 2 \Sigma_{hk} L_{hk} V_h V_k;$$

sostituendo quindi quest'espressione, insieme colla $(24)_a$, nell'equazione $(15)_c$, si ottiene

$$\delta P + \int dS \Sigma_{hk} L_{hk} \left\{-\frac{1}{4\pi} V_h V_k + \frac{1}{8\pi} P_{hk} \Delta_1 V\right\} = 0.$$

Il confronto dell' integrale contenuto in quest' equazione coll' integrale $(23)_a$, rappresentativo di un lavoro virtuale di forze elastiche, conduce immediatamente alle sei relazioni

$$(25) \quad \phi_{hk} = -\frac{\sqrt{Q_{hh} Q_{kk}}}{4\pi} V_h V_k + \frac{P_{hk} \sqrt{Q_{hh} Q_{kk}}}{8\pi} \Delta_1 V, \quad (h, k = 1, 2,$$

le quali soddisfanno alla questione proposta, cioè porgono l cercate componenti ϕ_{hk} delle pressioni e tensioni che rappresentano il sistema delle forze dovute alla funzione potenziale V.

Queste formole, relativamente semplici, si semplificano ancora più se si suppone che le coordinate q sieno ortogonali. Si ha in

fatti in questo caso

$$Q_{23} = Q_{31} = Q_{12} = 0, \qquad P_{23} = P_{31} = P_{12} = 0,$$

$$P_{11}\,Q_{11} = P_{22}\,P_{22} = Q_{33}\,Q_{33} = 1, \qquad V_h = \frac{1}{Q_{hh}}\frac{dV}{dq_h}$$

Scrivendo quindi Q_1^2, Q_2^2. Q_3^2 in luogo di Q_{11}, Q_{22}, Q_{33} si trovano le formole

$$(25)_a \quad \begin{cases} \phi_{hh} = -\dfrac{1}{4\pi Q_h^2}\left(\dfrac{dV}{dq_h}\right)^2 + \dfrac{1}{8\pi}\Delta_1 V, \\ \phi_{hk} = -\dfrac{1}{4\pi\,Q_h\,Q_k}\dfrac{dV}{dq_h}\dfrac{dV}{dq_k}, \qquad \left(h \gtrless k\right) \end{cases}$$

le quali, per $q_1 = x$, $q_2 = y$, $q_3 = z$, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$, si riducono immediatamente a quelle di Maxwell, che abbiamo riferite nel Proemio.

Per interpretare agevolmente le formole (25) nel caso più generale, cioè indipendentemente da ogni supposizione sulla natura dello spazio, giova scegliere le coordinate q_1, q_2, q_3 nel modo seguente, il quale non è vincolato ad alcuna restrizione. Si supponga che la coordinata q_1 abbia dovunque lo stesso valore di V, e che le linee ($q_2 =$ Cost., $q_3 =$ Cost.) sieno ortogonali alle superficie $V =$ Cost., cioè sieno le linee di forza relative al sistema di masse di cui V è la funzione potenziale. Le superficie $q_2 =$ Cost., $q_3 =$ Cost. essendo, per tali ipotesi, ortogonali alle $q_1 =$ Cost., si ha

$$Q_{12} = 0, \qquad Q_{13} = 0; \qquad P_{12} = 0, \qquad P_{13} = 0,$$

$$P_{11} = \frac{1}{Q_{11}}, \qquad P_{22} = \frac{Q_{11}\,Q_{33}}{Q^2}, \qquad P_{33} = \frac{Q_{11}\,Q_{22}}{Q^2}, \qquad P_{23} = -\frac{Q_{11}\,Q_{23}}{Q^2}$$

e, per essere $V = q_1$, si ha pure

$$V_1 = \frac{1}{Q_{11}}, \qquad V_2 = V_3 = 0, \qquad \Delta_1 V = \frac{1}{Q_{11}}.$$

Le formole (25) diventano per tal modo

$$\phi_{11} = -\frac{1}{8\pi\,Q_{11}}, \qquad \phi_{22} = \phi_{33} = \frac{Q_{22}\,Q_{33}}{8\pi\,Q^2},$$

$$\phi_{23} = -\frac{Q_{23}\sqrt{Q_{22}\,Q_{33}}}{8\pi\,Q^2}, \qquad \phi_{31} = \phi_{12} = 0,$$

dove

$$Q^2 = Q_{11}(Q_{22}Q_{33} - Q_{23}^2).$$

Ora si osservi che, sebbene non sia lecito supporre in generale $Q_{23} = 0$, giacchè ciò equivarrebbe ad ammettere che le superficie di livello facessero parte di un sistema triplo ortogonale, si può però sempre supporre che sia $Q_{23} = 0$ in un punto determinato, ma del resto qualunque, anzi in tutti i punti d'una superficie di livello determinata, ma del resto qualunque. Basta infatti prendere per coordinate q_2, q_3 i parametri d'un doppio sistema ortogonale di linee tracciate su questa superficie, determinando così ciascuna linea di forza per mezzo del punto $(q_2\, q_3)$ in cui essa incontra la superficie stessa. Ammettendo, in base a ciò, che in un punto determinato, ma del resto arbitrario, si abbia $Q_{23} = 0$, si ha, nello stesso punto,

$$Q^2 = Q_{11}\,Q_{22}\,Q_{33}$$

ed i precedenti valori delle quantità Φ_{hk} diventano semplicemente

$$-\Phi_{11} = \Phi_{22} = \Phi_{33} = \frac{\Delta_1 V}{8\pi}, \qquad \Phi_{23} = \Phi_{31} = \Phi_{12} = 0 .$$

D'altronde le dette quantità, riferendosi in tal caso a tre elementi piani *ortogonali*, che s'intersecano lungo le linee 1, 2, 3, acquistano, in virtù delle equazioni (23), l'ordinario significato di componenti (ortogonali) di pressione, e precisamente le Φ_{11}, Φ_{22}, Φ_{33} di componenti *normali*, le Φ_{23}, Φ_{31}, Φ_{12} di componenti *tangenziali*. Ne risulta senz'altro che la distribuzione delle pressioni e tensioni equivalenti al sistema delle forze di funzione potenziale V resta sempre la stessa di quella che si verifica nello spazio ordinario, e che quindi la notevolissima correlazione di forze espressa dalle formole di Maxwell non costituisce punto una pecoliarità di questo spazio.

§ 9.

Riprendiamo ora gli svolgimenti che avevamo interrotti alla fine del § 7.

L'integrale di volume contenuto nell'espressione $(21)_b$ può essere scritto così:

$$\int dS \left\{ \frac{1}{2} \Sigma_{hk} M_{hk} \delta Q_{hk} - \frac{1}{Q} \Sigma_i \delta q_i \Sigma_l \frac{d(Q \mu_{il})}{dq_l} \right\}$$

epperò il coefficiente di δq_i nell'espressione sotto l'integrale è

$$\frac{1}{2} \Sigma_{hk} M_{hk} \frac{dQ_{hk}}{dq_i} - \frac{1}{Q} \Sigma_l \frac{d(Q \mu_{il})}{dq_l}.$$

Facendo dunque la sostituzione nell'equazione (20) dell'espressione $(21)_b$ del lavoro virtuale interno ed annullando i coefficienti delle variazioni arbitrarie δq_i sotto gli integrali di volume, si ottengono (18) le equazioni indefinite d'equilibrio sotto la forma

$$\frac{1}{2} \Sigma_{hk} M_{hk} \frac{dQ_{hk}}{dq_i} - \frac{1}{Q} \Sigma_l \frac{d(Q \mu_{il})}{dq_l} + \Sigma_l \frac{Q_{il} F_l}{\sqrt{Q_{ll}}} = 0, \quad (i = 1, 2, 3).$$

Moltiplicando quest'equazione per P_{im} e sommando rispetto all'indice i si ottiene

$$\frac{1}{2} \Sigma_{hki} M_{hk} P_{im} \frac{dQ_{hk}}{dq_i} - \frac{1}{Q} \Sigma_{il} P_{im} \frac{d(Q \mu_{il})}{dq_l} + \frac{F_m}{\sqrt{Q_{mm}}} = 0,$$

equazione cui si può dare la forma

(26)
$$\frac{1}{2} \Sigma_{hki} M_{hk} P_{im} \frac{dQ_{hk}}{dq_i} + \Sigma_{il} \frac{dP_{im}}{dq_l} \mu_{il}$$

$$- \frac{1}{Q} \Sigma_{il} \frac{d(Q P_{im} \mu_{il})}{dq_l} + \frac{F_m}{\sqrt{Q_{mm}}} = 0, \quad (m = 1, 2, 3).$$

Ora introducendo nel secondo membro dell'identità

$$\Sigma_{il}\frac{d(QP_{im}\mu_{il})}{dq_l}=\Sigma_l\frac{d}{dq_l}[Q\Sigma_i P_{im}\mu_{il}]$$

il valore (21) di μ_{il}, si ottiene

$$(a)\qquad \Sigma_{il}\frac{d(QP_{im}\mu_{il})}{dq_l}=\Sigma_l\frac{d(QM_{ml})}{dq_l}.$$

Con questa stessa sostituzione si ottiene successivamente

$$\Sigma_{il}\frac{dP_{im}}{dq_l}\mu_{il}=\Sigma_{iln}\frac{dP_{im}}{dq_l}Q_{in}M_{nl}=\Sigma_{nl}M_{nl}\Sigma_i\frac{dP_{im}}{dq_l}Q_{in}$$

$$=-\Sigma_{nl}M_{nl}\Sigma_i P_{im}\frac{dQ_{in}}{dq_l}=-\Sigma_{iln}M_{nl}P_{im}\frac{dQ_{in}}{dq_l},$$

epperò si può scrivere

$$\Sigma_{il}\frac{dP_{im}}{dq_l}\mu_{il}=-\frac{1}{2}\Sigma_{hki}M_{hk}P_{im}\frac{dQ_{hi}}{dq_k}=-\Sigma_{hki}M_{hk}P_{im}\frac{dQ_{ki}}{dq_h}$$

ed anche

$$(b)\qquad \Sigma_{il}\frac{dP_{im}}{dq_l}\mu_{il}=-\frac{1}{2}\Sigma_{hki}M_{hk}P_{im}\left(\frac{dQ_{hi}}{dq_k}+\frac{dQ_{ki}}{dq_h}\right).$$

In virtù delle eguaglianze (a), (b) l'equazione (26) diventa

$$\frac{1}{2}\Sigma_{hki}M_{hk}P_{im}\left(\frac{dQ_{hk}}{dq_i}-\frac{dQ_{hi}}{dq_k}-\frac{dQ_{ki}}{dq_h}\right)-\frac{1}{Q}\Sigma_l\frac{d(QM_{ml})}{dq_l}+\frac{F_m}{\sqrt{Q_{mm}}}=0$$

ed introducendo finalmente $(22)_a$ le funzioni ϕ_{hk} al posto delle M_{hk}, si ottengono le equazioni indefinite d'equilibrio sotto la forma seguente, che considereremo come definitiva:

$$(27)\qquad \begin{aligned}\frac{F_m}{\sqrt{Q_{mm}}}&=\frac{1}{Q}\Sigma_l\frac{d}{dq_l}\left(\frac{Q\phi_{ml}}{\sqrt{Q_{mm}Q_{ll}}}\right)\\&+\frac{1}{2}\Sigma_{hki}\frac{P_{mi}\phi_{hk}}{\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}}\left(\frac{dQ_{hi}}{dq_k}+\frac{dQ_{ki}}{dq_h}+\frac{dQ_{hk}}{dq_i}\right),\quad (m=1,2,3).\end{aligned}$$

Perchè queste equazioni possano essere debitamente interpretate, resta che si assegni un preciso significato meccanico alle sei funzioni φ_{hk}. A tal fine basta osservare che denotando, in analogia colla segnatura usata dal Kirchhoff, con

$$K_1, \qquad K_2, \qquad K_3$$

le componenti (oblique) nelle direzioni 1, 2, 3 della pressione unitaria che si esercita sopra un elemento piano tangente, nel punto $(q_1\ q_2\ q_3)$, alla superficie q_k = Cost. che passa per questo punto, e scegliendo come normale n di questo elemento quella che fa un angolo acuto colla direzione k, talchè sia (2)$_a$

$$\cos(n,k) = \frac{1}{\sqrt{P_{kk}Q_{kk}}},$$

si ha dalle equazioni (23)

$$K_1 = \frac{\varphi_{1k}}{\sqrt{P_{kk}Q_{kk}}}, \qquad K_2 = \frac{\varphi_{2k}}{\sqrt{P_{kk}Q_{kk}}}, \qquad K_3 = \frac{\varphi_{3k}}{\sqrt{P_{kk}Q_{kk}}},$$

epperò

(28) $$\varphi_{hk} = K_h \sqrt{P_{kk}Q_{kk}}.$$

Questa formola assegna il richiesto significato meccanico alle funzioni φ_{hk}; e poichè queste soddisfanno d'altronde alla condizione $\varphi_{hk} = \varphi_{kh}$, ne risulta che ha luogo la relazione

(28)$_a$ $$H_k \sqrt{P_{hh}Q_{hh}} = K_h \sqrt{P_{kk}Q_{kk}}.$$

Questa relazione corrisponde, rispetto alle attuali componenti oblique, alla notissima $H_k = K_h$, che si verificherebbe se si trattasse di componenti ortogonali.

§ 10.

Per completare in ogni punto la trattazione delle questioni fondamentali relative alla teoria dell'elasticità in coordinate generali, aggiungeremo le più essenziali interpretazioni delle formole risguardanti la deformazione infinitesima.

La teoria geometrica di tali deformazioni è, in fondo, tutta contenuta nell'equazione $(16)_a$. Ma per assegnare, senz'alcun sussidio di considerazioni estranee, il significato di *tutti* i coefficienti L_{hk}, è utile stabilire un'altra equazione, di cui la $(16)_a$ non è che un caso particolare.

Denotiamo con ds e ds' due elementi lineari quali si vogliano, uscenti dal punto (q) e corrispondenti rispettivamente agli incrementi (dq) e $(d'q)$ delle coordinate di questo punto; denotiamo inoltre con θ l'angolo di questi due elementi. Facendo variare, secondo la caratteristica δ, tutte le quantità che entrano nella formola analoga alla $(1)_a$

$$ds\, ds' \cos\theta = \Sigma_{hk} Q_{hk}\, dq_h d' q_k ,$$

si ottiene

$$(ds\, \delta ds' + ds' \delta ds) \cos\theta + ds\, ds' \delta \cos\theta$$

$$= \Sigma_{hk} Q_{hk} (dq_h d' \delta q_k + d' q_k d \delta q_h) + \Sigma_{hk} \delta Q_{hk} dq_h d' q_k .$$

Ma, per essere

$$d\delta q_h = \Sigma \frac{d\delta q_h}{dq} dq , \qquad d' \delta q_k = \Sigma \frac{d\delta q_k}{dq} d' q ,$$

il secondo membro può scriversi così:

$$\Sigma_{hki} Q_{hk} \left(\frac{d\delta q_k}{dq_i} dq_h d' q_i + \frac{d\delta q_h}{dq_i} dq_i d' q_k \right) + \Sigma_{hk} \delta Q_{hk} dq_h d' q_k$$

$$= \Sigma_{hk} \left\{ \Sigma_i \left(Q_{hi} \frac{d\delta q_i}{dq_k} + Q_{ki} \frac{d\delta q_i}{dq_h} \right) + \delta Q_{hk} \right\} dq_h d' q_k ,$$

e quindi, avendosi

$$dq_h = \frac{dq_h}{ds} ds\,, \qquad d'q_k = \frac{dq_k}{ds'} ds',$$

la trovata equazione diventa (16)

$$(29) \qquad \left(\frac{\delta ds}{ds} + \frac{\delta ds'}{ds'}\right)\cos\theta + \delta\cos\theta = 2\Sigma_{hk}L_{hk}\frac{dq_h}{ds}\frac{dq_k}{ds'}.$$

É questa l'equazione generale cui alludevamo, e da cui si ricava la $(16)_a$ supponendo che le direzioni dei due elementi lineari ds, ds' coincidano fra loro.

Attribuendo a questi due elementi le direzioni h, k, si ha

$$ds = ds_h = dq_h\sqrt{Q_{hh}}\,, \qquad ds' = ds_k = dq_k\sqrt{Q_{kk}}\,,$$

e l'equazione precedente, la quale dà, in tal caso,

$$(29)_a \qquad \left(\frac{\delta ds_h}{ds_h} + \frac{\delta ds_k}{ds_k}\right)\cos(h,k) + \delta\cos(h,k) = \frac{2L_{hk}}{\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}}\,,$$

somministra il richiesto significato geometrico di tutte le quantità L_{hk}.

In particolare, per $h=k$, si ha

$$L_{hh} = Q_{hh}\frac{\delta ds_h}{ds_h}\,,$$

talchè, denotando con δl_1, δl_2, δl_3 le dilatazioni lineari nelle direzioni 1, 2, 3, si ha

$$(30) \qquad \delta l_1 = \frac{L_{11}}{Q_{11}}\,, \qquad \delta l_2 = \frac{L_{22}}{Q_{22}}\,, \qquad \delta l_3 = \frac{L_{33}}{Q_{33}}\,.$$

Sostituendo poi questi valori nell'equazione $(29)_a$ e denotando con $\delta\lambda_1$, $\delta\lambda_2$, $\delta\lambda_3$ le variazioni dei coseni degli angoli (23), (31), (12), si trova

$$\delta\lambda_1 = \frac{2L_{23}}{\sqrt{Q_{22}Q_{33}}} - \left(\frac{L_{22}}{Q_{22}} + \frac{L_{33}}{Q_{33}}\right)\cos(23),$$

$$(30)_a \qquad \delta\lambda_2 = \frac{2L_{31}}{\sqrt{Q_{33}Q_{11}}} - \left(\frac{L_{33}}{Q_{33}} + \frac{L_{11}}{Q_{11}}\right)\cos(31)$$

$$\delta\lambda_3 = \frac{2L_{12}}{\sqrt{Q_{11}Q_{22}}} - \left(\frac{L_{11}}{Q_{11}} + \frac{L_{22}}{Q_{22}}\right)\cos(12),$$

equazioni cui si potrebbe dare un'altra forma, approfittando delle note relazioni

$$\cos(23) = \frac{Q_{23}}{\sqrt{Q_{22}Q_{33}}}, \quad \cos(31) = \frac{Q_{31}}{\sqrt{Q_{33}Q_{11}}}, \quad \cos(12) = \frac{Q_{12}}{\sqrt{Q_{11}Q_{22}}}.$$

Per tal modo si ottengono, in funzione delle quantità L_{hk} e quindi (16) delle variazioni δq, i sei elementi

$$\delta l_1, \ \delta l_2, \ \delta l_3; \qquad \delta\lambda_1, \ \delta\lambda_2, \ \delta\lambda_3$$

che definiscono compiutamente la deformazione infinitesima del parallelepipedo elementare determinato da due terne infinitamente vicine di superficie dei sistemi $q_1 =$ Cost., $q_2 =$ Cost., $q_3 =$ Cost.

Per far rientrare queste formole nel tipo ordinario, conviene introdurre al posto delle quantità L_{hk} sei nuove quantità ψ_{hk} definite dalle formole

$$(31) \qquad 2\psi_{hk} = \frac{1}{\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}}\Sigma_i\left(Q_{hi}\frac{d\varkappa_i}{dq_k} + Q_{ki}\frac{d\varkappa_i}{dq_h} + \frac{dQ_{hk}}{dq_i}\varkappa_i\right),$$

dove $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ sono tre funzioni *infinitamente piccole* delle variabili q_1, q_2, q_3. L'intervento di queste tre funzioni è dovuto a ciò, che, in luogo di considerare le coordinate q come relative ai punti materiali del corpo *già deformato ed equilibrato* (come finora abbiam fatto, per semplicità), giova di regola considerarle come relative ai punti del corpo *nello stato naturale*, rappresentando invece con $q_1 + \varkappa_1$, $q_2 + \varkappa_2$, $q_3 + \varkappa_3$ le coordinate, nello stato di deformazione del corpo, di quel punto materiale, che, nello stato naturale del corpo stesso, aveva le coordinate q_1, q_2, q_3.

In tale ipotesi, le variazioni (virtuali) che abbiamo contrassegnate colla caratteristica δ non si applicano che alle funzioni $\varkappa$, e, identificando le variazioni $\delta\varkappa$ di queste funzioni colle variazioni δq contenute nelle formole precedenti, si trova (16), (31)

$$(31)_a \qquad L_{hk} = \sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}\,\delta\psi_{hk}\,,$$

cosicchè le formole (30), $(30)_a$ danno luogo a queste altre

$$(31)_b \qquad \begin{aligned} l_i &= \psi_{ii}\,, \qquad (i = 1,2,3) \\ \lambda_i &= 2\,\psi_{hk} - (\psi_{hh} + \psi_{kk}) \cos(h,k), \end{aligned}$$

nella seconda delle quali hki è una permutazione circolare di 123. Queste quantità l_i, λ_i definiscono evidentemente la deformazione che possiamo dire *totale* del già mentovato parallelepipedo, cioè quella deformazione che era considerata come preesistente a quell'altra (virtuale) che corrisponde alla differenziazione per δ e che è definita dalle formole (30), $(30)_a$, dove le quantità L_{hk} acquistano ora il significato $(31)_a$.

Le tre dilatazioni principali, relative alla deformazione ($\varkappa$) sono (come si riconosce molto facilmente) le radici dell'equazione di 3° grado in l:

$$(32) \qquad \begin{vmatrix} N_{11} - lQ_{11} & N_{12} - lQ_{12} & N_{13} - lQ_{13} \\ N_{21} - lQ_{21} & N_{22} - lQ_{22} & N_{23} - lQ_{23} \\ N_{31} - lQ_{31} & N_{32} - lQ_{32} & N_{33} - lQ_{33} \end{vmatrix} = 0\,,$$

dove per comodo si è posto

$$(32)_a \qquad N_{hk} = \psi_{hk}\sqrt{Q_{hh}Q_{kk}}\,.$$

Le direzioni di queste dilatazioni sono determinate da due delle tre equazioni che si ottengono eguagliando a zero le derivate rispetto a q_1', q_2', q_3' della funzione quadratica

$$(32)_b \qquad \Sigma_{hk}(N_{hk} - lQ_{hk})q_h' q_k'\,,$$

dove l è una radice dell'equazione (32) e dove q' è la derivata di q nella direzione principale corrispondente.

Per determinare le tre pressioni principali osserviamo che dalle formole $(18)_{a,b}$ si ha

$$\sqrt{Q_{ii}}\,\phi\cos(\phi, i) = \Sigma_h \frac{Q_{hi}\phi_h}{\sqrt{Q_{hh}}},$$

donde si ricava reciprocamente

$$\phi_i = \phi\sqrt{Q_{ii}}\,\Sigma_k P_{ik}\sqrt{Q_{kk}}\cos(\phi, k).$$

Le equazioni $(22)_a$ si possono dunque scrivere così:

$$\Sigma_k M_{ik}\sqrt{Q_{kk}}\cos(n, k) = \phi\Sigma_k P_{ik}\sqrt{Q_{kk}}\cos(\phi, k).$$

Quando ϕ è una pressione principale, la sua direzione coincide con quella di n e si ha quindi

$$(33) \qquad \Sigma_k (M_{ik} - \phi P_{ik})\sqrt{Q_{kk}}\cos(\phi, k) = 0.$$

Le grandezze delle tre pressioni principali sono date quindi dalle radici dell'aquazione di 3° grado in ϕ

$$(33)_a \qquad \begin{vmatrix} M_{11} - \phi P_{11} & M_{12} - \phi P_{12} & M_{13} - \phi P_{13} \\ M_{21} - \phi P_{21} & M_{22} - \phi P_{22} & M_{23} - \phi P_{23} \\ M_{31} - \phi P_{31} & M_{32} - \phi P_{32} & M_{33} - \phi P_{33} \end{vmatrix} = 0,$$

dove le quantità M_{hk} sono definite per mezzo delle ϕ_{hk} dalle formole $(22)_b$. Le direzioni delle pressioni principali restano poscia determinate dalle equazioni (33). Si può osservare che facendo la moltiplicazione per colonne del determinante $(33)_a$ per il determinante Q^2, si ottiene la seguente equazione, equivalente alla $(33)_a$,

$$\begin{vmatrix} \mu_{11} - \phi & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} - \phi & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} - \phi \end{vmatrix} = 0,$$

dove le quantità μ_{hk} sono definite dalle formole (21). Quest'altra forma dell'equazione in ϕ si poteva ottenere direttamente dalle equazioni (22).

Con un' ovvia modificazione dell' ordinario ragionamento e tenendo conto delle proprietà ammesse per la quadratica (1), si dimostra che le radici delle equazioni (32), (33)$_a$ sono tutte reali e che le direzioni delle dilatazioni principali, come pure quelle delle pressioni principali, formano una terna ortogonale.

In virtù delle equazioni (31)$_a$, l' espressione (23)$_a$ del lavoro virtuale interno diventa

$$(34) \qquad \int dS \, \Sigma_{hk} \, \phi_{hk} \delta\psi_{hk} \, ,$$

e dalle note considerazioni si conclude che deve esistere una funzione intera — Π delle sei quantità ψ_{hk}, omogenea e quadratica rispetto a queste, di cui la somma contenuta sotto il segno integrale è la variazione esatta. La mutua dipendenza fra le *sei* quantità ψ_{hk}, che definiscono lo *stato di deformazione* del corpo, e le *sei* quantità ϕ_{hk}, che ne definiscono lo *stato di tensione*, è quindi espressa dalle sei equazioni

$$(34)_a \qquad \phi_{ii} = -\frac{d\Pi}{d\psi_{ii}}, \qquad 2\phi_{hk} = -\frac{d\Pi}{d\psi_{hk}}, \qquad \left(h \gtrless k\right).$$

L' integrale

$$(34)_b \qquad \int \Pi \, dS$$

è l'espressione dell'*energia di deformazione.*



LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELLE RESINE; NOTA PRELIMINARE DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

I. In questa nota preliminare non farò altro che accennare concisamente ad alcuni dei resultati ottenuti nello studiare la conducibilità di molte resine, balsami, gomme resine ecc., dico un solo cenno, perchè a voler dare l'esposizione di tutte le misure fatte occorrerebbe un volume di gran mole.

II. Le resine da me studiate sin quì sono [1]) Ambra (liquida sopra 280°); Ambra grigia; Asfalto (liquido verso 100°); Resina di Guajaco (liquida sopra 80°); Belzoino (si rammolisce e poi divien liquido sopra 98°); Sandracca (fonde sopra 95°); Dammara (fonde sopra 130°); Mastice di Scio (si rammollisce verso 78° e poi divien liquido); Coppale (si rammollisce a 160°; a 250° è un liquido viscoso); Olibano (si rammollisce a + 85°, a 150° è liquido); Taccamacca (si rammollisce a 50° ed a 88° è ben liquida); Sagapeno (si rammollisce a + 35° ma non diventa mai liquida); Gomme lacche di diverse specie (si rammolliscono a temperature piuttosto elevate); Galbano (si rammollisce ma non fonde); Assafetida (si rammollisce ma non fonde); Elémi di diverse specie (fondono bene, alcune a + 76° sono liquide, altre prima); Euforbio (sopra 80° rammollisce ma non fonde); Laudano (rammollisce ma non fonde a causa delle impurità che sempre contiene); Sciarappa (ammollisce sopra 80° e poi divien semiliquida); Scamonea (rammollisce sopra 100° ma non fonde); Sangue di drago (rammollisce verso 130°); Storace calamita (a 80° rammollito, a + 90° è ben liquido); Aloe soccotrino (verso 50° rammollisce, a più alta temperatura si trasforma in una massa viscosa); Resina copaive (a 100° rammollita, a + 132° è liquida); Resine estratte dalle foglie dell'olivo (fondono a piuttosto elevate temperature); Gomma Benzoe (liquida sopra 95°); Mirra (rammol-

1) Per la composizione e l'origine di queste resine compara: Gmelin, *Handbuch der Chemie*. Bd.VII, VIII. ec. — Watt's, *Dictionnary of Chemistry* (passim). — Kekulé, *Lehrbuch der organischen Chemie* (passim). — Guibourt, *Histoire naturelle des drogues simples*, settima ediz. Parigi 1876. — Wiesner, *Die technisch verwendeten, Gummiarten, Harze, Balsame, Erlangen*, 1869. — *Jahresberichte der Chemischen Technologie*, Leipzig (passim). Flückiger, *Pharmacognosie*, ec. ec.

lisce ma non fonde); Pece navale (fonde verso 60°); Pece di Borgogna (ben fusibile); Colofonia (fusibile verso 110°); Balsamo del Canadà (semisolido); Balsamo del Perù; Balsamo del Tolù; Storace liquido; Balsamo di Copaive; Trementina di Chio; Trementina di Venezia; Olio di abete; Catrame di abete; Idem di Cade; Idem di Betulla ec. ec. (questi ultimi sono semiliquidi alla temperatura ordinaria; solidi a più basse temperature).

Della maggior parte di queste resine ho potuto studiare campioni di diversa provenienza, alcuni donatimi, altri acquistati. Altri mi furono procurati dai sigg. E. Merck (Darmstadt), E. Pegna (Firenze); A. Bizzarri (Firenze); C. Erba (Milano) ecc molti altri ed anzi la maggior parte mi furono gentilmente favoriti da diversi miei amici, ai quali rinnuovo quì le più sentite grazie per la premura con la quale hanno corrisposto alle mie domande. Vengo ora senz'altro a dire dei resultati ottenuti.

III. Le diverse resine diversificano per la composizione, per la coesione; durezza ecc. diversa allo stato solido e per il loro comportarsi col riscaldamento. Per quel che riguarda la composizione in generale tutte sono mescolanze di più e diversi composti organici; alcuno dei quali è spesso di natura acida, mentre altri possono essere idrocarburi, o composti derivati da questi per ossidazione; alcune riscaldate si alterano, cioè o perdono dei principii volatili, o soffrono alterazione i loro componenti. Altre restano inalterate. Per quel che riguarda lo stato fisico: 1° alcune si rammolliscono col calore, senza mai prendere lo stato liquido, ed anche senza nemmeno ridursi ad avere *orizzontale* la superficie terminale: 2° altre prendono nettamente lo stato liquido, come l'asfalto, lo storace calamita, ec. ec., diversificano solo per la diversa viscosità dei liquidi ai quali danno luogo. Così mentre scorrevole è il liquido che deriva dalla fusione dell'asfalto, ecc. invece quello che deriva dalla fusione della pece, delle trementine dell'olio di abete, e di alcuni balsami, è viscosissimo tanto che giudichiamo dello stato liquido di tali sostanze più che altro dal vederle trarsi in fili e dal tendere a riacquistare la superficiale terminale orizzontale.

Nelle tavole seguenti sono esempii relativi alla conducibilità delle resine appartenenti a questi tre diversi tipi fisici.

Tavola I.

Olibano (lacrime)

Lento riscaldamento.

Temp.		Conducibilità relative
+ 0°	solido	0,011
+ 10°	»	0,090
+ 20°	»	0,761
+ 50°	»	14,00
+ 60°	»	191,00
+ 67°	»	461,20
+ 70°	semisolido pastoso	2321,80
+ 150°	Semiliquido pastoso	37508,0
+ 110°		91750,0

Tavola II.

Balsamo del Tolù (solido)

Lento raffreddamento.

Temp.		Conducibilità relative	Temp.		Conducibilità relative
0°	solido	0,031	+ 100°	liquido	71,25
+ 10°	»	0,080	+ 108°	»	115,86
20°	»	0,094	+ 119°	»	331,25
40°	»	0,105	+ 128°	»	708,60
72°	liquido	1,08	+ 138°	»	1907,68
78°	»	4,26	+ 143°	»	2409,08
81°	»	9,13	+ 160°	»	5603,30
86°	»	18,21	+ 185°	»	9897,30
			+ 195°	»	13074,60

Tavola III.

Balsamo del Canadà

Lento raffreddamento.

Temp.		Conducibilità relative	Temp.		Conducibilità relative
+ 0°	semisolido viscosissimo	0,28	+ 105°	liquido	7,08
+ 10°	»	0,75	+ 117°	»	14,02
+ 30°	»	1,64	+ 130°	»	19,08
+ 40°	»	2,08	+ 144°	»	38,21
+ 90°	ben liquido	3,12	+ 162°	»	61,74
			+ 194°	»	110,20

IV. Per quel che riguarda la conducibilità delle resine possiamo dire che

1° « La conducibilità di tutte le resine da me studiate (e di cui l'elenco è in principio di questo lavoro) non presenta veruna singolarità col riscaldamento in vicinanza della temperatura di fusione o di rammollimento » fatto questo, tanto più notevole in quanto che le resine essendo costituite dalla mescolanza di tanti corpi diversi, poteva benissimo avvenire che per qualcheduna di esse si verificasse il fenomeno da me accennato nella comunicazione precedente « *sulle conducibilità elettriche delle mescolanze* » [1]).

2° Si può anche aggiungere che « *tutte senza eccezione le resine studiate, allo stato solido e a sufficiente distanza dalla temperatura di fusione o di rammollimento, isolano quasi perfettamente* », purchè si abbia cura ben s'intende di sperimentare su resine ben secche: il che si può fare p. es. tenendole entro una larga campana rovesciata, contenente in fondo uno strato di acido solforico: chiusa la campana in alto da una grossa lastra di vetro munita di due fori, attraverso i quali passano fissati con tappi di gomma due tubi capillari di vetro che portano gli elettrodi di platino fino al voltametro dove è contenuta la resina che si vuole studiare.

Trascurando tali precauzioni può accadere molte volte di avere forti segni di conducibilità dovuti all'umidità sulle superficie ecc.

3° « *Tutte quante le resine rammollite o fuse per l' azione del calore conducono più o meno l'elettricità: e la loro conducibilità cresce quasi sempre regolarmente, col crescere della temperatura* ».

Ben inteso però che non si oltrepassino le temperature che altererebbero o modificherebbero la resina: altrimenti la conducibilità come tutte le altre proprietà fisiche può trovarsi molto variata. Così le conducibilità dei balsami semiliquidi alla temperatura ordinaria, non ritorna la medesima quando sono stati scaldati a temperature un po' elevate: e nello stesso tempo molte volte accade, che di liquidi che erano alle temperature ordinarie si trasformano in resine fusibili ad elevate temperature.

1) Compara, *Transunti della R. Acc. dei Lincei*. Giugno 1885.

Per quel che riguarda la diversa conducibilità allo stato liquido, od allo stato di massa viscosa o pastosa.

4° « In generale sono più conduttrici allo stato liquido, o rammollite per le temperature, quelle resine che contengono in maggior copia acidi, o composti fusibili molto ossigenati; sono meno conduttrici quelle per la maggior parte costituite da mescolanze di idrocarburi con composti poco ossigenati, o di composti poco ossigenati ».

Nella tavola seguente sono classificate le resine secondo la loro conducibilità allo stato liquido, o allo stato di rammollimento.

Resine che conducono bene liquide o rammollite dal calore. — Storace liquido; Resina di sciarappa; Resina di scamonea; Sangue di drago; Storace calamita; Succino; Resina del balsamo del Perù; Balsamo del Tolù; Balsamo Copaive; Balsamo del Perù liquido; Gomma lacca; Gomma Benzoe; Belzoino; Resina di Guajaco; Taccamacca; Sagapeno; Galbano; Assafetida; Ammoniaca; Laudano, Aloe soccotrino, Olio Cade, Olio di Betulla; Catrame di Abeto; Olibano; Mirra; Trementina di Venezia.

Resine che liquide o rammollite dal calore conducono mediocremente. — Resina Copaive; Trementina di Chio; Pece nera comune; Colofonia; Asfalto; Euforbio; Manna cannula deacquificata; Resine estratte dal Prof. Bechi dalle foglie di ulivo, ecc.

Resine che fuse o rammollite dal calore conducono poco. — Olio di abeto; Balsamo del Canadà; Elémi; Resina di pino salvatico; Coppale, Mastice di Scio; Dammara; Sandracca.

Si osserva che oltre alla composizione delle resine, influisce anche la viscosità che esse hanno allo stato liquido: la viscosità diminuisce la conducibilità. Così ad esempio aggiunto alla resina di Guajaco una quantità uguale in peso od anche quattro volte maggiore di *Naftalina pura* la quale è perfettamente isolante ed ha un punto di fusione presso a poco uguale a quello della resina suddetta, si ha un miscuglio omogeneo, il quale ha una conducibilità molto maggiore di quella che alle stesse temperature presenta la resina sola.

In questa nota preliminare non ho potuto per mancanza di spazio che accennare ad alcuni dei resultati ottenuti. Non posso però tacere di un fatto di qualche interesse che ho osservato con alcune resine « che se si sperimenta in condizioni tali che

la resina durante il riscaldamento non soffra alterazione nè perdita veruna, allora si ottengono col raffreddamento delle conducibilità che sono maggiori di quelle ottenute alle stesse temperature col riscaldamento; per quanto lentamente si proceda così nel riscaldare come nel raffreddare; la curva delle conducibilità è poi più bassa quando il raffreddamento è più rapido e più elevata quando esso è più lento ».

Firenze, 1. Giugno 1885.



DENSITÀ DI UN SOLIDO IN CUI ENTRINO TUTTI I CORPI SEMPLICI SERBANDOVI LE LORO DENSITÀ ALLO STATO SOLIDO E SUO CONFRONTO CON LA DENSITÀ MEDIA DELLA TERRA; NOTA DI A. BARTOLI.

(Letta alla *R. Accad. dei Lincei* nella seduta 21 giugno 1885).

Calcoliamo la densità media di un solido nel quale entrino allo stato solido, senza combinarsi, tutti gli elementi fin quì conosciuti, oppure anche combinati parzialmente, purchè ciascuno vi serbi la densità che gli appartiene allo stato solido.

È chiaro che la densità media del solido risultante sarà determinata quando siano dati i rapporti delle masse dei componenti e le densità dei componenti stessi.

Le ipotesi più rilevanti che si possono fare relativamente alle proporzioni delle masse dei componenti sono molte, ma quì ne esamineremo soltanto tre:

1ª Le masse di tutti i corpi semplici che entrano a comporre il solido sono uguali.

2ª Le masse di tutti i corpi semplici che entrano a formare il solido sono tali, che i volumi dei solidi corrispondenti a quelle masse siano uguali.

3ª Le masse di tutti i corpi semplici stanno fra loro come i loro pesi atomici.

Nella tavola seguente sono le densità accettate pei diversi corpi semplici ed i loro pesi atomici sono cioè i dati di cui mi sono servito per calcolare le conseguenze delle ultime tre ipo-

tesi. Pubblico anche la tavola perchè alcune di queste densit non sono già state trovate sperimentalmente ma dedotte da ipo- tesi plausibili. Segue senz' altro la tavola corredata di oppor- tune annotazioni.

	P peso atomico L. Meyer [1])	D peso specifico [1])		P peso atomico L. Meyer [1])	D peso specifico [1])
Alluminio	27.04	2,60	Niobio	93,7	7,2
Antimonio	119,60	6,71	Osmio	195	22,5
Arsenico	74,90	5,73	Palladio	106,2	11,4
Bario	136,86	3,75	Fosforo	30,96	2,12 [3])
Berillio	9,08	2,07	Platino	194,3	21,50
Piombo	206,39	11,37	Mercurio	199,8	14,19 [4])
Bromo	79,76	3,15 liq.	Rodio	104,1	12,1
Boro	10,9	2,5	Rubidio	85,2	1,52
Cadmio	111,7	8,60	Rutenio	103,5	12,26
Cesio	132,7	1,88	Ossigeno	15,96	1,90 [5])
Calcio	39,91	1,57	Solfo	31,98	2,00 [6])
Cerio	141,2	6,68	Selenio	78,87	4,5 [7])
Cloro	35,37	1,33 liq.	Argento	107,66	10,53
Cromo	52,45	6,50	Silicio	28,0	2,2 [8])
Didimio	145,00	6,54	Azoto	14,01	2,46 [9])
Ferro	55,88	7,86	Stronzio	87,3	2,54
Gallio	69,9	5,95	Tantalio	182	10,4
Oro	196,2	19,32	Tellurio	127,7	6,4
Indio	113,4	7,421	Tallio	203,7	11,85
Iridio	192,5	22,42	Torio	231,96	11,00
Iodio	126,54	4,95	Uranio	239,8	18,7
Potassio	39,03	0,87	Vanadio	51,1	5,5
Cobalto	58,6	8,6	Idrogeno	1	0,18 [10])
Carbonio	11,97	2,57 [2])	Bismuto	207,5	9,80
Rame	63,18	8,92	Wolframio	183,6	19,10
Lantanio	138,5	6,1	Zinco	64,88	7,15
Litio	7,01	0,59	Stagno	117,35	7,29
Magnesio	23,94	1,74	Zirconio	90,4	4,15
Manganese	54,80	8,00	Scandio	43,97	2,20
Molibdeno	95,9	8,6	Titanio	50,25	4,37
Sodio	22,995	0,98	Ittrio	89,6	3,98
Nichel	58,6	8,9	Fluoro	19,06	1,96

1) I pesi atomici sono presi da Loth, Meyer e K. Seubert. *Die atom. gewicht der Elemente*, Leipzig 1883. I pesi specifici dall' opera *Phisikalisch-Chemische Tabellen*

Nella prima ipotesi, in quella cioè che le masse siano uguali la densità media del solido resultante viene uguale a

$$\frac{64}{\sum_1^n \frac{1}{D_n}} = \frac{64}{23{,}716} = 2{,}698$$

Nella seconda ipotesi, in quella cioè che siano uguali i va-

del Landolt e Börnstein, Berlin 1883, pag. 41 e dal *Rammelsberg Hanbuch der Krystallographisch-Physikalischen Chemie*, Leipzig 1881-82.

2) Le densità 2,57 scritte pel carbonio è la media di quelle 3,5; 2,3; 1,9, date nel Landolt e Börnstein per le densità del diamante, della grafite e del carbon di storta.

3) Le densità delle diverse modificazioni del fosforo sono 1,83; 2,20; 2,34 (vedi Landolt e Börnstein opere citate) di cui la media è appunto 2,12.

4) Densità del mercurio allo stato solido al punto di fusione (Mallet).

5) Dal volume atomico 7,8 che ha l'ossigeno nell'acqua. (Per le regole di Kopp, si dedurrebbe in via approssimativa) la densità $\frac{15{,}96}{7{,}8} = 2{,}05$ (allo stato liquido): e dal volume atomico 12,2 che esso ha in altre combinazioni si dedurrebbe dalle stesse regole di Kopp (approssim. perchè le regole di Kopp sono inesatte), la densità $\frac{15{,}96}{12{,}20} = 1{,}31$: (allo stato liquido). Invece dalla curva di L. Meyer costruita coi pesi atomici degli elementi per ascisse e coi volumi atomici per ordinate si trae dalla posizione dell'ossigeno il volume atomico 6,8, onde si deduce per densità allo stato solido 2,35. La media di 1,31; 2,05; 2,35 è appunto 1,90.

6) Le densità dello zolfo sono 1,92; 2,07 (Landolt opere citate) di cui la media è 2,00.

7) Le densità del selenio sono 4,2 e 4,8 di cui la media è 4,5 (Landolt, *l. c.*).

8) Le densità del silicio sono 2,0 a 2,4 di cui la media è 2,2 (Landolt, *l. c.*).

9) La curva di L. Meyer (*Die modernentheorien der chemie*, Breslau 1884) dà per l'azoto solido il volume atomico 5,7 da cui la densità 2,46 che è quella scritta.

10) Dalle regole di Kopp, il volume atomico dell'idrogeno nell'acqua e negli idrocarburi ecc. sarebbe 5,5 (alle temp. di ebullizione sotto 76 cent.) onde la densità $\frac{1}{5{,}5} = 0{,}182$ che è quella trascritta. Nelle leghe col palladio il Graham calcola la densità dell'idrogeno = 0,733 ma io ho preso il vol. atomico che esso ha nell'acqua e che è la combinaz. più abbondante alla sup. della terra.

11) Dal peso atomico dello Scandio, del Titanio, e dell'Ittrio, si deducono graficamente con la curva di L. Meyer, i volumi atomici 20; 11,5; 22,5 rispettivamente e perciò le densità 2,20; 4,37; e 3,98.

12) Pel fluoro il Thorpe (*On the Relation between the molecular weights of substances and their specific gravities when in the liquidstate. Jo[illegible] the Chem. Soc. March* 1880 pag. 151) calcola il volume atomico 9,2 allo [illegible], dal quale si deduce la densità $\frac{19{,}06}{9{,}2} = 2{,}07$. Dalla curva di L. Meyer [illegible] deduce graficamente pel fluoro solido il volume atomico 10,3 onde per la densità allo stato solido $\frac{19{,}06}{10{,}3} = 1{,}85$. La media di queste due densità è $\frac{2{,}07 + 1{,}85}{2} = 1{,}96$ che è quella che ho trascritta.

lori dei corpi semplici ecc., la densità media del solido risultante viene uguale a

$$\sum_1^n \frac{D_n}{64} = \frac{449,72}{64} = 7,027.$$

Nella terza ipotesi, cioè che le masse dei diversi corpi semplici stiano come i loro pesi atomici viene per densità media del solido resultante

$$\frac{\sum_1^n P_n}{\sum_1^n \frac{P_n}{D_n}} = \frac{6032,21}{1044,38} = 5,776.$$

Si noti che i calcoli precedenti verrebbero di poco modificati con la scoperta (se verrà fatta in seguito) di alcuni altri corpi elementari previsti dalla classificazione di Lotario Meyer e di Mendelejeff: come ce ne possiamo assicurare ricostruendo la curva dei volumi atomici come ordinate e coi pesi atomici degli elementi per ascisse.

La densità calcolata nella terza ipotesi è 5,78 e molto vicina a quella 5,67 assegnata come densità media della terra dietro le esperienze di Forbes con la bilancia di Cavendish.

Può essere che questa quasi coincidenza della densità calcolata con la terza ipotesi sia fortuita: però mi è sembrata tanto interessante da doverla far conoscere [1])

Firenze, 1° Giugno 1885.



1) Si osservi che nei composti allo stato solido i componenti serbano in molti casi il loro volume atomico. Questa regola, se non sempre, almeno in molti casi si verifica in via approssimativa. Vedi i Diz. di Chimica agli Articoli *Atomico* (Volume) dei solidi: Compara anche L. Meyer; *Die modernen Theorien der Chemie* pag. 297 (Breslau 1884). Perciò anche nel caso che i diversi elementi che compongono il solido formassero diverse combinazioni allo stato solido, si otterrebbero ancora per solido resultante densità poco diverse da quelle sopra trovate.

I VOLUMI MOLECOLARI E LE DILATAZIONI DEI LIQUIDI ALLE TEMPERATURE CORRISPONDENTI [1]) — CRITICA DELLE TEORIE DI *Kopp* — MEMORIA DI ADOLFO BARTOLI.

(Letta alla *R. Accademia dei Lincei* il 15 Giugno 1884).

Sunto fatto dall' Autore.

Il peso molecolare di una sostanza diviso pel suo peso specifico è stato successivamente chiamato volume atomico, volume specifico e volume molecolare.

Questa ultima denominazione è oggi generalmente accettata. Furono soggetto di molti studii i volumi molecolari dei solidi cristallizzati e così pure dei liquidi, ma di questi soli mi occuperò in questa memoria.

Il Kopp paragonando i volumi molecolari dei varii liquidi alle rispettive temperature di ebullizione normale (cioè a 76 centimetri di mercurio) osservò certe relazioni fra la composizione del liquido ed il suo volume molecolare mentre non potè constatare *nessuna regolarità*, se i volumi molecolari erano paragonati ad una temperatura uguale per tutti.

Queste regolarità osservate dal Kopp possono essere enunciate nei termini seguenti:

1° « Il volume molecolare di un liquido composto è uguale alla somma dei volumi atomici occupati dagli elementi ».

2° « Nei composti che posseggono una costituzione chimica simile, lo stesso elemento possiede sempre lo stesso volume atomico ».

Il volume atomico degli elementi carbonio, idrogeno, ossigeno vien determinato dal Kopp con le considerazioni seguenti che risultano dall' esame dei dati della esperienza. *a)* Nei composti omologhi per ciascun accrescimento di CH_2 il volume molecolare cresce di circa 22. *b)* Due composti nei quali l' uno

1) Chiamo col Clausius temperature corrispondenti di due liquidi quelle alle quali i loro vapori saturi hanno la stessa tensione. Qualche volta chiamerò temperatura corrispondente normale o barometrica quella a cui la tensione del vapore saturo è di 760 millimetri. Clausius, sopra due leggi ec. ec. relative alla tensione ed al calor latente di diversi vapori Pogg. Ann. Bd. LXXXII pag. 274 anno 1854.

possiede nC in più ed nH_2 in meno hanno lo stesso volume molecolare. Da queste due proposizioni segue subito che il volume atomico di C deve essere 11 e quello di H la metà di 11.

Il volume atomico dell'ossigeno è nell'acqua 7,8 : nello acetone 11,3-11,6 e nell'aldeide ordinaria 12,0-12,9 (secondo i diversi sperimentatori).

Il Kopp venne così costretto ad ammettere un volume atomico diverso per l'ossigeno, secondochè esso è contenuto allo stato di ossigeno tipico o fa parte di un radicale: nel primo caso egli prende per volume atomico 7, 8, dedotto dal volume molecolare dell'acqua; nel secondo caso egli fra i valori variabili da 11 a 13 che fornisce la esperienza, sceglie un po'arbitrariamente il numero intermedio 12,2

Stabiliti i volumi atomici A, B, C, D del carbonio, idrogeno ecc. il volume molecolare di un composto che contiene *a* atomi di carbonio, *b* di idrogeno, *c* di ossigeno contenuto nel radicale *d* di ossigeno tipico, vien calcolato dal Kopp con la formula seguente:

$$V = aA + bB + c\dot{C} + dD \quad (1)$$

Il Kopp calcola pure i volumi atomici del cloro, bromo, iodio sottraendo dal volume molecolare dei cloruri, bromuri, ioduri quello dei corrispondenti gruppi idrocarburati. Trova i numeri 22,8; 27,8; 37,5 pel cloro, bromo, iodio respettivamente: ma questi valori si allontanano di molto da quelli che l'osservazione diretta assegna al cloro ed al bromo.

Per lo solfo il Kopp è costretto ad ammettere due volumi atomici diversi; l'uno 22,6 quando come nel mercaptano sostituisce l'ossigeno tipico: l'altro 28,6 nel solfuro di carbonio.

Il volume atomico dello azoto, nelle basi volatili è 2,3; nel cianogeno 17; e quando è combinato coll'ossigeno come nel gruppo nitrossilo è 17,4.

Ho voluto riassumere le regole del Kopp, servendomi quasi delle stesse parole che adopera il Wurtz nel più diffuso fra i dizionarii di Chimica [1]).

1) A. Wurtz, *Dictionnaire de Chimie*, Paris 1874, T. I. pag. 475-480. L'articolo è del Wurtz. Compara anche Watts *Dictionary of, Chemistry*; Third Supplement, Part II, Vol. VIII, pag. 2117 a 2129; alla parola *Volume specific*, e Vol. I. pag. 640, (Articolo Atomic Volume).

Queste regole di Kopp quantunque comunemente accettate come vere non sono certo da considerarsi che come una prima approssimazione.

La incertezza dello stesso illustre scuopritore di queste regolarità (così il Kopp le chiama), il metodo poco rigoroso, quantunque semplicissimo tenuto per stabilire i valori delle costanti A, B, C, D ecc., le differenze fra i volumi molecolari degli isomeri [1]) infine anche il fatto stesso che il Kopp fu costretto ad ammettere per alcuni elementi diversi volumi atomici, mentre per altri *elesse un valore unico*, bastano a far nascere qualche dubbio nell'animo di chi spregiudicatamente si accinga ad esaminare la questione.

Al tempo in cui Kopp scuoprì quelle regolarità, poterono essere considerate di sufficiente approssimazione, ma oggi rese più esatte le osservazioni la formula di Kopp è stata trovata insufficiente a rappresentarle rigorosamente: si è dovuto ammettere che il volume atomico di certi elementi variasse a seconda della loro concatenazione con gli altri della molecola, ed anche a seconda della complessità della molecola ecc.

Ed anzi a volere essere esatti si può dire « che per ciascheduna sostanza sono sensibilmente diversi i valori delle costanti A, B, C, D che esprimono il volume atomico degli elementi dai quali è composta » e di questa verità sarà persuaso chiunque, avvezzo al rigore dei calcoli, voglia rideterminare le costanti A, B, C, D servendosi dei valori più certi che si conoscono ora per i volumi molecolari delle sostanze.

Alla teoria dei volumi molecolari può farsi una osservazione di gran peso, osservazione che non sfuggì allo stesso Kopp.

Infatti se le regolarità osservate dal Kopp e le stesse loro eccezioni, le quali secondo alcuni spiegano la diversa concatenazione degli atomi del carbonio ecc., costituissero una *legge fisica* esse dovrebbero valere a punti di ebullizione sotto qualunque pressione diversa da 760 ma uguale per tutti i liquidi: altrimenti

1) Vero è che il Kopp credeva che le sostanze isomere appartenenti ad una stessa famiglia, avessero lo stesso volume molecolare: sono le ricerche posteriori, quelle del Thorpe e quelle dello Staedel specialmente che informano l'asserzione del Kopp.
Thorpe, *Journal of the Chemical Society* March 1880.
Staedel, *Chem. Ber.* 15 pag. 2559, 1882.

sopra un'alta montagna o su un altro pianeta le stesse leggi non varrebbero.

Ma anche dato e non concesso che siano vere le regole di Kopp alla temperatura normale di ebullizione, io dimostrerò che esse non saprebbero valere a temperature di ebullizione sotto diversa pressione. Quindi è che le regole di Kopp sui volumi molecolari perdono tutta quella importanza teorica che da alcuni si era loro voluto attribuire, ed appaiono affatto ingiustificati i tentativi recenti di alcuni chimici di fondare sulle regole di Kopp la costituzione di alcuni composti organici, peggio poi di cambiare la costituzione stabilita da formule chimiche sicure, per mettere questa costituzione in armonia colle regole di Kopp.

E quello che si dice per le regole di Kopp può estendersi ad altre regolarità osservate paragonando proprietà fisiche diverse al punto di ebullizione. Sarebbe invece miglior consiglio paragonare le proprietà fisiche dei corpi (volumi molecolari, costanti capillari ec. ec.), a temperature assolute proporzionali alla temperatura critica assoluta [1]): ciò formerà il soggetto di una memoria che farà seguito alla presente.

Si può dimostrare che la condizione più semplice perchè le regole di Kopp supposte vere alla ordinaria temperatura di ebullizione si mantengano tali anche alle altre temperature corrispondenti, si è che: — Volumi uguali di diversi liquidi, misurati alla temperatura ordinaria di ebullizione, si mantengano eguali a tutte le altre temperature corrispondenti.

E oggi abbiamo dati sufficienti per giudicare se ciò sia vero e quando non sia, per riconoscere se le dilatazioni o le contrazion fra due temperature corrispondenti presentino qualche regolarità e ad ogni modo abbiamo dati sufficienti per calcolare i volum molecolari a temperature corrispondenti a pressioni assai più alte e più basse di quella atmosferica.

Difatti principalmente i bei lavori di Regnault e poi anch quelli di Schumann, Naccari e Pagliani, Landolt, Staedel, Browi Hahn, ci fanno conoscere per molte sostanze pure le formul

1) A queste temperature i diversi liquidi hanno coefficienti di dilatazione inversamente proporzionali alla respettiva temperatura critica assoluta, come ha stabilito Van der Waals (Fortschritte der Physik, Bd. XXXVI s. 564 e Die continuität des gasförmiger ecc. Leipzig. 1881 pag. 152 della traduzione tedesca).

che collegano la tensione massima del vapore con la temperatura: d'altra parte i lavori del Pierre, del Kopp, del Rossetti dell'Hirn, del Drion, dello Andreeff, del Louguinine, del Naccari e Pagliani, del Paternò e Pisati, del Pierre e Puchot, del Thorpe dello Staedel ecc. ci hanno fatto conoscere per un numero anche molto maggiore di liquidi puri le formule della dilatazione termica.

Unica difficoltà la quantità enorme dei calcoli, derivante specialmente dalla natura della formula che esprime la tensione massima in funzione della temperatura.

Questi calcoli furono da me incominciati parecchi anni or sono, e gli ho compiuti in questo ultimo biennio coll'assistenza del mio collega prof. E. Stracciati e dei sigg. Galitzine di Pietroburgo ed A. Mochi di Firenze.

Per temperature corrispondenti ho scelto quelle alle quali le tensioni massime erano in millimetri di mercurio.

20; 60; 160; 260; 360; 460; 560; 660;

760.

1260; 1760; 2260; 2760; 3260; 3760; 4260; 5260; 6260; 7260; 8260; 9260; 10260.

Per alcuni liquidi si potevano estendere i calcoli fra i limiti sopracitati senza nessuna lacuna; per altri bisognava arrestarsi a tensioni più basse, di 1760^{mm}, mancando ogni dato per temperature superiori a quella di ebullizione sotto tale pressione: in altri casi quantunque mancasse alle temperature corrispondenti ad alte tensioni uno dei dati sperimentali (la densità) pure tenuto conto della regolarità delle curve che ne esprimevano la legge di dilatazione, e l'analogia di queste con quelle di altro liquido di simile composizione di cui la dilatazione era stata studiata fra limiti più estesi, ho creduto di estendere le formole che esprimono il volume in funzione della temperatura oltre i limiti entro i quali erano state verificate dagli sperimentatori: in tal caso però ho segnato un asterisco a destra in alto del numero calcolato.

Quanto al modo di eseguire i calcoli è presto detto:

La tensione F del vapore saturo è collegata con la temperatura T con la formula empirica

(2) $$\log. F = a + b\,\alpha^{T} + c\,\gamma^{T}$$

nel caso nostro si trattava dato un valore f di F calcolare la temperatura T con un errore non superiore ad $\frac{1}{100}$ di grado centigrado: non potendo risolvere direttamente la equazione precedente rispetto a T si procedeva per via di approssimazioni successive [1]).

Il peso specifico del liquido a questa temperatura si calcolava con la formula

$$(3) \qquad D_T = D_0 (1 - a\,T - b\,T^2 - c\,T^3 - \text{ecc.})$$

se questa era data oppure dal peso specifico a zero diviso pel volume a T gradi dato dalla formula

$$(4) \qquad V_T = 1 + \alpha\,T + \beta\,T^2 + \gamma\,T^3 + \text{ecc.}$$

oppure dall'altra

$$(5) \qquad \log V_T = A\,T + B\,T^2 + C\,T^3 + \text{ecc.}$$

i cui coefficienti erano dati dai diversi sperimentatori.

Però invece di calcolare i volumi molecolari alle temperature corrispondenti ho creduto più semplice e più conveniente, per lo scopo mio, di dividere i volumi V_T, calcolati alle temperature corrispondenti, per il volume V_E (che qualche volta indico anche con V_{760}) del liquido alla temperatura di ebullizione; oppure, ciò che fa lo stesso, dividere il peso specifico D_E del liquido alla temperatura di ebullizione pel peso specifico D_T alle temperature corrispondenti, quando nella memoria dell'Autore che ha studiata la dilatazione fosse stata prescelta la formula (3).

Quì non possono essere riportate tutte le tavole calcolate pei 47 liquidi studiati, perchè occuperebbero oltre 100 pagine in 8°: chi desidera vederle può consultare gli Atti della R. Accademia dei Lincei dove la memoria è pubblicata per intiero.

Mi limito a riprodurre la tavola relativa all'alcole etilico per mostrare con quale accuratezza sono stati fatti i calcoli.

Nella tavola seguente sono inscritte nella prima colonna segnata F le pressioni in millimetri di mercurio, nella seconda segnata T le temperature corrispondenti in gradi centigradi, la

1) In quei casi come nelle esperienze dello Schumann, in cui l'Autore non dà i coefficienti della formula (2), ho supplito con una costruzione grafica ottenuta coi dati sperimentali fornitimi dalla memoria dell'Autore.

zero corrispondendo alla fusione del ghiaccio ec. ec., nella terza segnata V_T i volumi corrispondenti e nella quarta sono inscritti i valori $V_T : V_E$: i quali rappresentano i volumi del liquido alle temperature corrispondenti, avendo preso per unità il volume alla temperatura normale di ebullizione. Più sperimentatori avendo studiata la stessa sostanza le colonne T, V_T ; $V_T : V_E$ sono ripetute più volte.

Alcole etilico $C_2 H_6 O$

F	T Regnault	V_T Hirn	$\frac{V_T}{V_E}$ Hirn	V_T Pierre	$\frac{V_T}{V_E}$ Pierre	V_T Kopp	$\frac{V_T}{V_E}$ Kopp
20	7°,01	1,005667	0,919803	1.007437	0,921305	1,007345	0,920938
60	25°,18	1,023982	0,936556	1,027535	0,939685	1,026999	0,938072
160	43°,53	1,045983	0,956678	1,049075	0,959384	1,048269	0,957496
260	53,53	1,058924	0,968515	1,061356	0,970615	1,060692	0,968843
360	60,61	1,068414	0,977184	1,070289	0,978784	1,069918	0,977271
460	66,19	1,076079	0,984205	1,077470	0,985351	1,077471	0,984169
560	70,82	1,082572	0,990144	1,083522	0,990886	1,083938	0,990076
660	74,80	1,088260	0,995346	1,088798	0,995719	1,089652	0,995296
760	78,30	1,093348	1	1,093488	1	1,094802	1
1260	91,57	1,113347	1,018291	1,111737	1,016597	1,115457	1,018866
1760	101,05	1,129132	1,032728	1,125231	1,029029	1,131411	1,033438
2260	108,56	1,142389	1,044854	1,136195	1,039055	1,144827	1,045693
2760	114,84	1,154252	1,055704	1,145553	1,047613	1,156610	1,056455
3260	120,28	1,165199	1,065716	1,153801	1,055156	1,167251	1,066175
3760	125,12	1,175549	1,075182	1,162249	1,062882	1,177074	1,075147
4260	129,48	1,185424	1,084213	1,168050	1,068187	1,186220	1,083502
5260	137,14	1,204215	1,101401				
6260	143,78	1'222216	1,117865				
7260	149,67	1,239710	1,133865				
8260	155,00	1,256933	1,149618				
9260	159,89	1,274023	1,165249				
10260	164,41	1,291012	1,180788				

Osservazioni. - I valori di T sono calcolati con la formula di Regnault $\log F = a + b\alpha^t + c\gamma^t$ dove $a = 5,4562028$ $b = -4,9809960$ $c = 0,0485397$; $\log \alpha = 1,9970857$ $\log \gamma = 1,9409485$ $t = T + 20$ verificata da $T = -20$ a $T = +150$. Regnault, *Memoires de l'Academie des Sciences*, T. XXVI, pag. 372.

Per i valori di V_T hanno servito le formule

$V_T = 1 + 0,000\,738\,922\,65\ T + 0,000\,010\,552\,35\ T^2 - 0,000\,000\,092\,480\,842\ T^3 + 0,000\,000\,000\,404\,135\,67\ T^4$ valevole fra $T = 63°,6$ e $T = 150,4$ Hirn, *Memoire sur la thermodinamique*, Paris, Gauthier-Villars 1867, pag. 19; e *Ann. de Ch. et de Phys.* 4. s. T. X, pag. 32-92; T. XI, pag. 1-112.

$V_T = 1 + 0,001\,048\,630\,106\ T + 0,000\,001\,750\,991\ T^2 + 0,000\,000\,001\,345\ T^3$ verificata fra $-32°$ e $+77°$, Pierre, *Ann. de Chim. et de Phys.* 3. s, T, XV, pag. 354;

Segue ora una tavola. In essa sono riferiti pei 47 liquidi studiati i volumi relativi, alle temperature corrispondenti, preso come 100 il volume alla temperatura corrispondente alla pressione di 760mm. Dall' esame di questa tavola si deduce con tutta certezza che volumi uguali dei diversi liquidi, misurati alla temperatura di ebullizione normale, non restano uguali alle altre temperature corrispondenti, tanto che le disuguaglianze possono raggiungere e superare il 15 per 100 [1]).

$V_T = 1 + 0{,}001\,041\,39\,T + 0{,}000\,009\,7836\,T^2 + 0{,}000\,000\,017\,618\,T^3$ Kopp, *Pogg. Ann. Bd.* 72, s. 60 (anno 1847).

Mendelejeff (*Zeits. Chem. Pharm.* 1861, 33) ha misurati i volumi dell' alcole ad alte temperature ed ha trovato

a 0° . . . 1,0000
a 99°,9 . . . 1,1294
a 139°,9 . . . 1,1895

numeri che concordano con quelli calcolati con la formula di Hirn (*Compara Watt 's Dictionary of Chem.* Vol. III, pag. 66).

1) E supererebbero il 20 per 100 se si prendessero volumi uguali alla temperatura corrispondente a 20 millimetri di mercurio e se si confrontassero a quelle corrispondenti a 10260 millimetri.

TAVOLA XLVIII *della Memoria originale.*

	20	160	360	560	760	1260	3760	10260	Per la tens. del vapore	Per la dilataz.
Acqua . . .	96,08	97,57	98,66	99,41	100	101,16	104,72	109,82	R. [1]	Ros. H.
Alcool etilico .	91,98	95,67	97,72	99,01	100	101,83	107,52	118,08	R.	H.
idem	92,09	95,75	97,73	99,01	100	101,89	107,51	—	R.	K.
idem.	92,13	95,94	97,88	99,09	100	101,66	106,29	—	R.	P.
Etere etilico . .	90,93	94,47	96,97	98,66	100	102,58	110,76	125,48	R.	H.
idem.	89,15	94,17	96,84	98,61	100	102,72	111,36	—	R.	K.
idem	88,72	94,03	96,84	98,61	100	102,73	111,61	—	R.	P.
Solfuro di carbonio	90,89	95,10	97,39	98,86	100	102,13	108,53	118,93	R.	H.
idem	90,88	95,10	97,35	98,83	100	102,27	109,47	—	R.	P.
idem	90,84	95,12	97,38	98,85	100	102,22	109,15	—	R.	Th.
Tetracloruro di carb.	90,09	94,50	97,02	98,69	100	102,52	110,34	123,49	R.	H.
idem	89,70	94,34	96,92	98,64	100	102,65	110,97	—	R.	P.
idem	89,77	94,41	96,98	98,66	100	102,60	110,73	—	R.	Th.
Cloroformio . .	90,06	94,15	96,74	98,57	100	102,92	112,58	—	R.	P.
idem.	90,18	94,73	97,18	98,77	100	102,33	109,29	—	R.	Th.
Cloruro di etilo	90,40	94,75	97,19	98,76	100	102,38	109,66	—	R.	Dr.
idem.	90,14	94,58	97,10	98,73	100	102,39	109,39	—	R.	P.
Bromuro di etilo	90,23	94,74	97,19	98,77	100	102,34	109,37	—	R.	P.
Ioduro di etilo	88,92	94,35	96,93	98,63	100	102,69	111,64	—	R.	P.
Bromuro di etilene	90,07	94,73	97,19	98,78	100	102,32	109,24	—	R.	Th.
Cloruro di silicio	89,02	93,78	96,50	98,41	100	103,36	116,11	—	R.	Pi
Cloruro fosforoso	90,08	94,68	97,14	98,74	100	102,42	110,00	—	R.	Th.
Anidride solforosa	—	—	97,13	98,75	100	102,34	108,92	—	R.	An.
idem.	—	—	97,24	98,83	100	102,17	108,44	—	R.	Dr.
idem.	—	—	97,35	98,82	100	102,05	—	—	R.	P.
Ammoniaca . .	93,45	96,28	97,97	99,11	100	101,74	107,03	—	R.	An.
Benzolo . . .	89,88	94,43	96,94	98,71	100	102,41	109,34	—	R.	Lou.
idem.	89,92	94,46	97,03	98,70	100	102,48	109,99	—	R.	K.
idem.	85,85	90,08	93,44	96,72	100	—	—	—	R.	Pat.
Toluene . . .	89,98	94,42	97,02	98,69	100	102,40	—	—	N.	Lou.
idem.	89,77	94,36	96,90	98,68	100	102,46	—	—	N.	N.
Essenza di trement.	89,02	94,02	96,73	98,54	100	102,97	—	—	R.	H.
idem.	89,65	94,63	97,17	98,77	100	102,29	—	—	R.	K.
idem.	89,93	94,59	97,08	98,77	100	102,50	—	—	R.	Fr.
Alcool metilico .	91,76	95,62	97,65	98,97	100	101,99	108,01	—	R.	K.
idem.	90,34	94,39	97,47	98,94	100	101,97	107,51	—	R.	P.
Alcool propil. prim.	91,90	95,56	97,60	98,97	100	102,23	—	—	N.	N.
Alcool isobutilico	91,46	95,25	97,40	98,85	100	102,27	—	—	N.	N.
Acetone . . .	90,00	94,31	96,90	98,64	100	102,61	110,43	—	R.	K.
idem.	90,06	94,37	96,97	98,68	100	102,48	109,49	—	R.	Th.

1) Le iniziali indicano i nomi degli Autori: cioè R. Regnault; Ros. Rossetti; H. Hirn; K. Kopp; P. Pierre; P. e Pu Pierre e Puchot; N. Naccari; Sch. Schumann; Lan, Landolt; Th. Thorpe; Dr. Drion; An. Andreeff; Lou. Louginine; Pat. Paternò e Pisati; Fr. Frankenheim; Er. ed H. Erlenmeyer ed Hell.

	20	160	360	560	760	1260	3760	10260	Per la tens. del vapore	Pe dilat
Mercurio. . .	99,72	99,86	99,93	99,97	100	100,05	100.18	—	R.	R
Formiato d'etilo.	90,01	94,64	97,14	98.76	100	102.36	—	—	N.	N
idem.	89.77	94,51	97.07	98,72	100	102.43	—	—	N.	P
Acetato d'etilo .	89,39	94.04	96.73	98,55	100	102.89	—	—	N.	N
idem.	89.38	94,04	96.72	98,54	100	102.93	—	—	N.	K
idem.	90,11	94.64	97,11	98,73	100	102.45	—	—	N.	P
Propionato d' etilo	88,64	93.81	96.67	98.53	100	102,81	—	—	N.	N
idem.	—	93,67	96,57	98,46	100	103,00	—	—	Sch.	K
Ossalato di metilo	—	94,54	97.13	98,75	100	102,30	108.89	—	R.	K
Formiato di etilo	—	94,38	97,02	98,68	100	102.47	—	—	Sch.	P
idem.	—	94,46	97,05	98,68	100	102,53	—	—	Sch.	K
Formiato di propilo	—	94,28	96,94	98,67	100	—	—	—	Sch.	P. e
» di metilo	—	95,22	97,22	98,77	100	102,36	—	—	Sch.	K
Acetato di metilo	90.65	94,36	96,86	98.59	100	102.45	—	—	Sch.	K
idem.	90.82	94,55	96,99	98,65	100	102,31	—	—	Sch.	P
Acetato di propilo	88,82	93,79	96,66	98,50	100	—	—	—	Sch.	P. e
Propionato di propilo	—	93.05	96.12	98,27	100	—	—	—	Sch.	P. e
Butirrato di metilo	—	93,56	96,51	98,46	100	102.98	—	—	Sch.	K
idem.	—	93,85	96,68	98,53	100	102,84	—	—	Sch.	P
Butirrato di etilo	—	93.24	96,35	98,40	100	103,11	—	—	Sch.	K
» di propilo	—	93,06	96,21	98,29	100	—	—	—	Sch.	P. e
» di amilo	—	92,84	96,15	98,31	100	—	—	—	Sch.	P. e
Valerianato di metilo	—	93,74	96,63	98,52	100	102.86	—	—	Sch.	K
» di etilo	—	93,47	96,33	98,40	100	—	—	—	Sch.	P. e
» di propil.	—	92,65	96,09	98,23	100	—	—	—	Sch.	P. e
Acido formico .	90,96	95,19	97,43	98,87	100	—	—	—	Lan.	K
» acetico. .	89,36	94,57	97,17	98,78	100	102.41	—	—	Lan.	K
» propionico.	88,92	94,58	97,23	98,82	100	102.22	—	—	Lan.	K
» butirrico .	87,42	93,93	96,94	98,70	100	102.40	—	—	Lan.	K
» valerianico	86,09	93,10	96,42	98,50	100	102.88	—	—	Lan.	K
idem.	86,73	93,65	96,78	98,67	100	102.49	—	—	Lan.	Er

L'esame dei numeri iscritti in questa tavola conduce evidentemente alle conseguenze che seguono:

1° Le variazioni provate dall' unità di volume dei liquidi, dalla temperatura normale di ebullizione ad un altra temperatura corrispondente qualunque sono in generale diverse pei diversi liquidi, tantochè per alcuni stanno come i numeri 10 e 25,5 (acqua ed etere alla temperatura corrispondente a 10260^{mm}) e per altri come 65 a 111 (ammoniaca e ioduro di etilo alla pressione di 20^{mm}).

2° Scelto come tipo o termine di confronto uno qualunque

dei 47 liquidi studiati le variazioni della unità di volume alle temperature corrispondenti (così sopra come al di sotto di 760 millimetri) di un altro liquido differiscono con perfetta continuità dalle corrispondenti variazioni del liquido scelto come tipo, e rimanendo in valore assoluto o sempre più grandi o sempre più piccole di quello.

3° In generale in una serie di composti omologhi o della stessa formula, l'unità di volume di un liquido si dilata o si contrae tanto più quando vien portata ad un altra temperatura corrispondente qualunque, per quanto più elevato ne è il peso molecolare, e più complessa la formula.

4° Ho voluto studiare la influenza della funzione organica a cui appartiene il composto sulla dilatazione della unità di volume fra due temperature corrispondenti. Perciò sono stato costretto a ricorrere al metodo delle medie, come all'unico che mi si offriva. Ho calcolato per gl'idrocarburi, alcoli, eteri, acidi ecc. i valori medii del volume ed i valori medii delle variazioni di volume alle temperature corrispondenti.

Dall'esame di questi valori medii si deduce che fra due stesse temperature corrispondenti, in media si dilatano meno gli alcoli che gli acidi, e questi meno che gli idrocarburi e gli eteri; e che negli stessi limiti, l'acqua e l'ammoniaca si dilatano meno di tutti i composti precedenti, beninteso che queste dilatazioni si riferiscono alla unità di volume misurato al punto corrispondente più basso.

Questa ultima conseguenza però avrebbe bisogno di essere confermata con lo studio di un maggior numero di dati di quelli che la scienza possiede fin qui.

Segue da quanto ho esposto qui sopra, che le regolarità del Kopp non hanno verun fondamento teorico; dacchè variano col variare la pressione *a cui si misura il punto di ebullizione.*

Se volumi uguali dei diversi liquidi misurati alla temperatura di ebullizione ordinaria, si mantenessero pure uguali, alla temperatura di ebullizione comunque diversa, certamente le regole di Kopp presenterebbero il carattere di una vera legge fisica.

Ma ciò è ben lontano dal verificarsi: e perciò lo studio dei volumi molecolari alle temperature corrispondenti non offre nessuna utilità nè teorica nè pratica. Temerario sarebbe, chi su queste mal sicure teorie volesse fondarsi per determinare la struttura di un nuovo composto organico; peggio deve dirsi di chi volesse, appoggiandosi sopra tali considerazioni, modificare la costituzione di composti, la quale ci è già ben determinata da sicure considerazioni di ordine puramente chimico.

Varrebbe però la pena di confrontare i volumi molecolari dei diversi corpi, non pur alle temperature corrispondenti, ma a *gradi critici uguali* cioè a quelle temperature che si ottengono dividendo per tutti i corpi, l'intervallo fra lo zero assoluto delle temperature e la temperatura critica assoluta (cioè contata da — 273°) in tante parti uguali, per esempio in cento parti uguali [1])

Tale confronto è stato già fatto da me in collaborazione col Prof. E. Stracciati per gli idrocarburi $C_n H_{2n+2}$ dei petrolii, al 65 grado critico; ora stiamo estendendo questo studio a tutti quanti i corpi di cui è nota la dilatazione, applicando le formule e le considerazioni di Van der Waals e di Clausius ecc.

Firenze, Gabinetto di Fisica dell'Istituto Tecnico.



1) Infatti risulta dalle teorie di Van der Waals, ed è dimostrato dall'esperienza, che volumi uguali di diverse sostanze presi ad un certo grado critico, rimangono uguali agli altri gradi critici uguali. Vedi Van der Waals: *Die continuität des Gasformigen und Flussigen Justandes*, Leipzig 1881, pag. 156.

RICERCHE SULLE SCARICHE INTERNE ED ESTERNE DEI CONDENSATORI; MEMORIA DEL PROF. EMILIO VILLARI.

Nel momento che si carica o scarica istantaneamente un condensatore, si producono intorno ai bordi delle sue armature delle frange luminose, che possono distinguersi in *frange di carica* e *di scarica:* ed esse costituiscono quel fenomeno già descritto e studiato da me, col nome di *scarica interna dei condensatori* [1]). Tali frange producono sul vetro, ove si formano, delle correnti elettriche e del calore che possono, in alcuni casi, influire sulle correnti e sull'energia della scarica esterna od ordinaria dei condensatori. Io ho studiato questi varii fenomeni, ed esporrò qui di seguito i risultati ottenuti.

§ I.

Delle frange di carica e scarica e delle correnti da esse prodotte.

Quando si carica un condensatore nel modo consueto, le due armature prendono stati elettrici opposti, i quali diffondonsi sulle superficie circostanti del vetro, non solo per la sua imperfetta coibenza, ma ancora perchè l' una armatura, l' interna positiva, per es. attira le particelle d' aria sul vetro esterno che lo caricano negativamente, e viceversa. Codeste diffusioni s' aiutano a vicenda, s' estendono spesso a notevoli distanze, e col miscuglio Villarcy danno luogo alle figure elettriche di carica descritte altra volta da me [2]).

Nel momento della scarica, l'elettricità diffusa sul vetro ritorna in parte alle armature, come opinarono il Belli ed il Poggendorff, producendo così le frange luminose di scarica e le scariche interne, pur rimanendo le facce del vetro con residui omologhi alle cariche originarie. Infatti il Poggendorff, saggiando

1) Sulla scarica interna dei condensatori. Atti dell'Acc. delle Scienze di Bologna, p. 101, 1881.

2) Sulle figure elettriche dei condensatori. Atti dell'Acc. delle Scienze di Bologna, p. 663, 1882.

con un piano di prova un quadro di recente scaricato, ne tro le facce prossime alle armature con lievi residui omologhi al cariche originarie di esse armature. La qual cosa io ho conf mato nei quadri e nelle bottiglie, quando saggiavo una del loro facce di vetro col piano di prova, mentre dissimulavo la c rica dell'altra faccia: ed ho notato altresì che i detti resid possono riscontrarsi a notevole distanza (15 o 20 cm.) dalle a mature.

Codeste diffusioni possono in alcuni casi divenire oltremo energiche; così se si carica ad esuberanza un condensatore si odo in esso, assai di sovente, dei rumori o scoppiettii speciali i qua accompagnano una o più scintille lunghe. luminose. arboresce e crepitanti, che portano molta elettricità dalle armature s vetro, e formano ciò che io chiamo *scariche parziali intern* Inoltre se si uniscono le armature di una bottiglia con quel d'una batteria portata ad elevato potenziale, la bottiglia si cari istantaneamente, e dalle armature guizzano grosse e fitte sci tille arborescenti, che ho chiamate *frange di carica,* le qu trasportano sul vetro tanta copia di elettricità da poterne ott nere cospicue scintilline, quando vi si accosti il dito od alt corpo non isolato. E codeste elettricità, nel momento della sc rica, ritornano in gran parte alle armature.

Da ciò che precede risulta, che durante la carica di un co densatore si produce come un flusso elettrico diretto dalle a mature al vetro ed un riflusso verso le armature, nel momen della scarica. I quali movimenti elettrici ho studiato con un ga vanometro a specchio ed a lungo filo di rame di 1^{mm}, ricoper da un doppio strato di guttaperca (diametro totale 9^{mm}): ed es filo era avvolto su due grossi rocchetti con le testate di ebanit sulle quali, ad opportuni serrafili, fissavansi i capi del filo. L'is lamento era eccellente e tale che i fili, che riunivano il galv nometro alle bottiglie nelle varie esperienze, davano distint scintilline anche alcuni secondi dopo avvenuta la scarica attr verso di esso. Lo specchio era astasiato il meglio possibile, l scala ed un eccellente cannocchiale di Merz erano a 2,40 m. d galvanometro, in modo da renderlo assai sensibile.

Ad osservare le correnti sul vetro dei condensatori adoper una giara cilindrica *A* (Fig. 1 Tav. II), alta 50 cm., larga 13 cm

la quale all'esterno portava avvolto strettamente sul vetro un filo di rame *ab* a circa 40^{mm} dall'armatura. Detta giara era sostenuta da un panchetto a piedi di vetro verniciati, ed unita con l'armatura esterna alla bottiglia elettrometrica E, che misurava le cariche comunicatele. Il galvanometro *g* per mezzo di lunghi fili isolati era unito con uno dei capi al filo *ab*, e con l' altro poteva mettersi in comunicazione col bicchiere a mercurio *e* comunicante stabilmente con l'armatura esterna della giara: la quale poteva scaricarsi per mezzo dell'eccitatore A*e*. Ciò premesso le esperienze si praticavano nella seguente maniera.

Si toglieva l'eccitatore e s'allontanava il filo *ge* dal bicchierino *e:* quindi si caricava la bottiglia con quattro unità misurate dalla bottiglia elettrometrica; si riuniva poscia il galvanometro con *e*, e quando era tranquillo, con l' eccitatore A *e* si scaricava la bottiglia. In tal caso si producevano le note frange, ed il galvanometro accusava una corrente derivata misurata dalle seguenti deviazioni.

2,9
2,9
2,9
2,9.

La corrente era diretta dall'armatura al vetro, come indicano le frecce della figura 1, quando l'armatura esterna era negativa.

Tali deviazioni di scarica sono più cospicue se si sperimenta con una bottiglia stata caricata istantaneamente, a cagione della maggiore diffusione elettrica sul vetro; ed inoltre nel momento della carica istantanea producendosi vigorose le *frange di carica*, si può studiare la corrente elettrica che le acccompagna.

L' apparecchio adoperato per tali ricerche è rappresentato schematicamente nella figura 2. Per sperimentare, si isolava il galvanometro *g* sollevando l' asta di ebanite *pp'*; quindi si caricava la batteria B'B' di 6 bottiglie, con 27 unità, misurate dalla bottiglia elettrometrica E, e poscia abbassando l'asta *pp'* dell'interruttore II, si riuniva il galvanometro al filo *ab* ed all' armatura esterna della bottiglia B. Quando il galvanometro era in quiete, mercè un' eccitatore isolato si riunivano le armature interne *i*, *i'* della batteria e della bottiglia, ed essendo le armature esterne unite metallicamente fra loro si produceva la carica istan-

tanea della bottiglia. Le frange di carica invadevano il filo *ab*, ed il galvanometro accusava una corrente derivata di carica. Quando il galvanometro era nuovamente in quiete si scaricava la bottiglia e s'osservava la corrente di scarica. Tuttavia quest'ultima corrente era meglio osservarla più direttamente nel modo seguente. Prima si caricava istantaneamente la bottiglia, poscia s'univa il galvanometro ai bicchierini *d*, *c* e dopo si scaricava la bottiglia. Così sperimentavasi più rapidamente e minori erano le perdite della bottiglia stata davanti caricata: ma in tal maniera operando bisognava fare due esperienze separate, una per la corrente di carica, l'altra per quella di scarica. In quest'ultimo modo ripetei più volte le misure, sia caricando la batteria e la bottiglia esternamente in meno, sia in più; ed i risultati di queste diverse esperienze sono i seguenti:

TABELLA I.

ARMATURA ESTERNA			
POSITIVA — Deviazione per		NEGATIVA — Deviazione per	
Carica	Scarica	Carica	Scarica
— 2,5	+ 2,8	+ 4,8	— 2,0
— 2,1	+ 2,0	+ 3,0	— 2,0
— 2,5	+ 2,9	+ 2,2	— 3,0
— 3,0	+ 3,0	+ 4,0	— 2,0
— 3,1	+ 2,7	+ 1,9	— 2,5
medie — 2,64	+ 2,48	+ 3,18	— 2.

Questi risultati mostrano: 1° che la corrente di carica è un po' superiore a quella di scarica, sia per un po' di dispersione, e sia anche perchè, come si disse, non tutta la elettricità diffusa ritorna alle armature: 2° che la corrente di carica è opposta a quella di scarica: 3° che invertendo la carica della bottiglia s'inverte la direzione delle correnti. Circa poi codesta direzione dirò che quando l'armatura esterna è negativa la corrente di carica va dal vetro all'armatura (Fig. 3), e quella di scarica dall'armatura al vetro (Fig. 4): nel caso dell'armatura esterna positiva la corrente di carica va dall'armatura verso il vetro (Fig. 5), e

quella di scarica parte dal vetro ed arriva all'armatura (Figura 6).

Questi diversi risultati si possono facilmente esprimere nel modo seguente. Sia A (Fig. 7) la sezione di un quadro, *p* l'armatura positiva, *n* la negativa. È chiaro che la carica in eccesso di *p* si diffonderà sul vetro circostante, mentre intorno all'armatura *n* si formerà una zona di vetro deficiente. Se riuniamo le armature *p* ed *n* con quelle *p'* ed *n'* di un secondo quadro simile B, allo stato naturale, è manifesto che l'eccesso in *p* decrescerà, e parte della carica diffusa sul vetro accorrerà all'armatura, producendo correnti dirette da quello a questa, secondo le frecce *p*. Per lo contrario *p'* da neutra che era caricandosi per eccesso darà luogo ad un flusso elettrico diretto verso il vetro, come indicano le frecce *p'*. L'armatura neutra *n'*, unita alla negativa *n*, cederà a questa parte della propria elettricità, ed il vetro circostante neutro riparerà parte di codeste perdite, con correnti dirette verso l'armatura *n'*, come indicano le frecce. L'armatura *n*, finalmente ricevendo elettricità da *n'* si troverà con carica esuberante, rispetto al vetro circostante, ed invierà ad esso delle correnti nel senso delle frecce *n*. I quali fenomeni si possono in breve così riassumere:

« Quando in un condensatore in equilibrio elettrico una delle armature perde elettricità, il vetro circostante supplisce in parte tali perdite con correnti dirette verso le armature: se invece un'armatura acquista elettricità, allora parte di essa si diffonde sul vetro circostante dando luogo a correnti dirette verso il vetro ».

Chiarita così l'origine delle indicate correnti e delle frange che producono la scarica interna dei condensatori, passai a studiare l'influenza che aveva su codeste correnti il modo di caricare e scaricare la bottiglia. Per ciò ripetei le misure precedenti caricando la bottiglia istantaneamente e scaricandola lentamente, per mezzo di un cordone bagnato di 30 a 40 cm. di lunghezza. La scarica fu poscia sempre completata con un circuito metallico, in modo che ad ogni nuova misura la bottiglia trovavasi sempre egualmente scarica; e le correnti dettero le seguenti deviazioni al galvanometro:

TABELLA II.

Deviazioni del galvanometro per la Carica istantanea		Deviazioni del galvanometro per la Scarica lenta	
4,6		0,0	
3,5		0,0	
2,5		1,1	
4,6		0,0	
3,0	3,5	0,9	0,3
3,8		0,2	
3,4		0,0	
3,7		0,0	
3,0		1,1	
2,8		0,1	

I risultati precedenti mostrano che per la scarica lenta la corrente derivata fu quasi nulla.

Poscia servendomi della solita batteria, e adoperando l'eccitatore prolungato dal cordone bagnato, studiai le correnti prodotte per la carica e scarica lenta, ultimata ciascuna con circuito totalmente metallico, ed i risultati furono i seguenti:

TABELLA III.

Deviazioni del galvanometro per la Carica lenta		Deviazioni del galvanometro per la Scarica lenta	
I. Serie			
+ 1,0		— 0,2	
+ 2,0		— 0,2	
+ 1,2	1,5	— 0,4	0,2
+ 1,5		— 0,0	
+ 2,0		— 0,1	
II. Serie			
+ 1,9		— 0,3	
+ 2,1		— 0,2	
+ 2,0	2,2	— 0,6	0,2
+ 1,9		— 0,1	
+ 3,0		— 0,0	

Questi risultati ottenuti alternamente con quelli della penultima Tabella, mostrano che le correnti di carica e di scarica lenta sono inferiori agli altri ottenuti dopo la carica istantanea.

Finalmente ripetei di seguito tutte le precedenti misure dopo aver sottoposto al filo *ab* una striscia di stagnola, larga 115^{mm} e distante 30^{mm} dall'armatura; ed in tal caso i risultati furono identici ai precedenti, salvo che le deviazioni furono un po' più cospicue, forse pel migliore contatto fra il filo ed il vetro. Tali deviazioni sono riunite nel quadro seguente:

TABELLA IV.

DEVIAZIONI DEL GALVANOMETRO per la			
Carica istantanea		Scarica istantanea	
+ 3,0	4,2	— 4,0	3,9
4,2		— 3,0	
4,2		— 4,5	
4,2		— 3,6	
5,5		— 4,2	
Carica istantanea		Scarica lenta	
+ 5	5,8	— 1,0	0,8
+ 1,5?		— 0,9	
+ 5,2		— 0,3	
+ 5,9		— 0,9	
+ 7,0			
Carica lenta		Scarica lenta	
+ 4,8	3,9	— 0,0	0,1
+ 3,2		— 0,1	
+ 3,9		0,0	
+ 3,7		0,2	
Carica istantanea		Scarica istantanea	
4,6	4,8	— 5,6	4,3
5,7		— 3,4	
4,0		— 3,8	

Dalla indicata origine di codeste correnti rilevasi come esse debbono variare d'intensità variando la distanza del filo *ab* dalla armatura; e ciò scorgesi chiaramente dalla tabella seguente:

TABELLA V.

DISTANZE in millimetri dall' armatura	DEVIAZIONI DEL GALVANOMETRO per la	
	Carica istantanea	Scarica istantanea
3	+ 0,2	— 0,1
10	+ 1,7	+ 1.3
21	+ 3,1	+ 2.2
30	+ 2,7	2,2
40	3,3	2,7
55	3,4	4,3
125	0,9	0,1
180	0,0	0,0

Dai numeri precedenti si scorge che le correnti derivate ebbero il loro massimo valore quando il filo di derivazione *ab* distava dal bordo dell'armatura da 20 a 55^{mm}; per distanze maggiori o minori le deviazioni diminuirono così che a 180^{mm} si ridussero a zero, ed a 3^{m} divennero quasi impercettibili. Quando il filo di derivazione è avvolto sulla stagnola la corrente manca affatto, il che ci assicura che i fenomeni precedenti non sono dovuti ad induzioni perturbatrici.

Aggiungerò inoltre che codeste derivazioni mi parvero costanti, sia scaricando il condensatore fra punta e pallina, sia fra due punte, sebbene io abbia dimostrato che la scarica interna e le frange siano sensibilmente più energiche nel primo che nel secondo caso.

Ho detto, che quando il filo di derivazione *ab* (Fig. 1) è avvolto sulla armatura esterna, il galvanometro non accusa alcuna corrente nè di carica nè di scarica; pure ciò non dimostra che attraverso il filo non vi sia movimento elettrico. Infatti apparecchiai la bottiglia come indica la figura 8, con uno spinterometro in *a* ed uno in *ei* [1]). Quindi caricavo vigorosamente la bottiglia così che si scaricava spontaneamente producendo in *a* una scintilla di 22^{mm} di lunghezza; e contemporaneamente se ne produceva una in *ie* di circa 2^{mm}. Tuttavia se riunivo i capi del galvanometro alle palline *i* ed *e*, esso non accusava alcuna variazione

1) Le palline *i* ed *e* erano di 16^{mm} di diametro: la superiore in *a* era di 15^{mm},5 e l'inferiore di 13^{mm},2.

al momento della scarica in *a*. Il che non credo possa attribuirsi a difetto del galvanometro, in primo luogo perchè esso era assai sensibile, ed in secondo perchè la scintilla in *ie* era abbastanza vigorosa. Invece io inclino a credere che la scintilla in *ie* sia dovuta alle così dette scariche laterali, studiate prima dal Belli e dal Riess e poi dal Righi. Dette scariche sono prodotte da una variazione istantanea del potenziale nel circuito *nea* nel momento della scarica onde l'elettricità in *ei* passa prima da una pallina all'altre e poscia, pressochè in egual quantità, si muove in senso opposto.

In altre esperienze attaccai tutto in giro una foglia di stagnola S (Fig. 9) sul vetro esterno di una bottiglia, e distante circa 30^{mm} dall' armatura corrispondente, larga 160^{mm}, così che raggiungeva il bordo della bottiglia stessa. Caricandola quindi istantaneamente con la batteria, questa e la bottiglia si scaricavano con forte detonazione, come un colpo di pistola, ed una grossa scintilla dall'armatura interna scavalcando il bordo della bottiglia guadagnava l' armatura esterna. Il galvanometro deviò di 15 a 17 gradi, mostrando una corrente diretta esternamente nel senso delle frecce e quale si sarebbe prodotta per la sola carica istantanea. In questo caso la deviazione è dovuta alla sola scintilla suindicata che va dall' armatura interna positiva alla esterna; giacchè le deviazioni galvanometriche prodotte dalle successive frange di carica e scarica della bottiglia, essendo quasi eguali ed opposte, devono annullarsi. E qui giova far notare che se l'intiera scarica della batteria lungo la bottiglia ha prodotto nel galvanometro una deviazione di soli 17^{mm}, le deviazioni di 4 a 5^{mm} corrispondenti alle frange luminose devono ritenersi come assai cospicue.

Ho poscia sperimentato sulle bottiglie doppie; perciò rivestii le due superficie nude di vetro, di uno dei consueti condensatori, (Fig. 11) con due foglie di stagnola *c* larghe 52^{mm}, situate a circa 30^{mm} dalle due armature: in tal modo si aveva un condensatore in *c* ed uno in *d*. Il galvanometro era disposto come indica la figura. Caricavo istantaneamente questo condensatore al modo solito con 8 bottiglie con 28 cariche, e poscia lo scaricavo istantaneamente, ed ottenni così i dati seguenti:

Tabella VI.

Deviazioni del galvanometro per la			
Carica istantanea		Scarica istantanea	
+ 5,1	4,7	— 4	3.9
+ 4.1		— 3,5	
+ 4,9		— 3,5	
+ 4,6		— 4,6	

I numeri precedenti mostrano che nei condensatori doppi si producono delle correnti simili ed un po' più energiche di quelle osservate nei condensatori ordinari.

Inoltre, nel momento della carica e scarica istantanea produconsi fra le armature molteplici e vigorose scintille bianche, che accusano il movimento elettrico fra loro. Ma se si uniscono con listarelle di stagnola *ab* le armature interne ed esterne (Figura 10, allora ai bordi delle stagnole si producono, nel momento della carica e scarica istantanea, non più le scintille notate di sopra, ma le consuete frange. E se finalmente si riuniscono solo le due armature esterne fra loro più non si producono, come è naturale, le deviazioni del galvanometro: ma il singolare si è che in questo caso mancano le frange di carica e scarica sì intorno alle armature esterne che interne; e mentre l'elettrico si muove esternamente attraverso la lista di stagnola *ab*, internamente tutta la carica va dall'armatura interna alla stagnola superiore e viceversa per mezzo di una sola e vigorosa scintilla, che striscia dietro la detta lista *ab*. Onde quasi può dirsi che le cose accadono come se il flusso elettrico che percorre la striscia *ab* attrae quello di direzione contraria che ha luogo fra le due stagnole interne. Analoghe azioni ho notato verificarsi fra le ramificazioni delle scariche parziali, che si producono dalle armature eccessivamente cariche, sul vetro circostante, così che le figure elettriche che poscia si formano col mescuglio Villarcy, sulle due facce del condensatore, sono sovrapponibili: e lo stesso può osservarsi fra le tracce interne ed esterne di una di quelle scintille che scavalcando il bordo d'una giara ne promuovono la scarica spontanea: ed inoltre consimili attrazioni mostrano le tracce profonde

lasciate da scintille, che in opposte direzioni strisciano contemporaneamente sulle due facce di una lastra di vetro [1]).

§ II.

Delle correnti di carica e scarica dei condensatori.

Dopo di avere studiato le diffusioni elettriche nei condensatori, cercai di determinare se esse potevano far variare il valore della carica e scarica, le quali misuravo col galvanometro sopra descritto: prima però fu necessario osservare se esso funzionava regolarmente, anche nel caso che fosse percorso dalle correnti mólto poderose dei condensatori. Per lo che misurai le deviazioni galvanometriche prodotte dalla scarica di 6 unità impartite successivamente ad un diverso numero di giare eguali; le quali così venivano a caricarsi ad un diverso potenziale, ed i risultati ottenuti furono i seguenti:

1) Villari. *Ricerche microscopiche sulle tracce delle scintille elettriche ecc.* — *Nuovo Cimento* pag. 48, Tomo XV, 1884.

TABELLA VII.

CARICHE	NUMERO DI BOTTIGLIE	DEVIAZIONI DEL GALVANOMETRO	
6	12	35 35,3 37 37 33,8	35,6
6	8	37 36 35 35,5 36,8	36,1
6	4	35,2 35,3 35,8 35 36	35,5
6	3	36 36 36,8 36 35,2	36,0
6	2	36 36 36,8 36 35,5	36,1

Nelle esperienze precedenti la carica del condensatore rimase sempre costante, ma il potenziale da piccolissimo divenne elevatissimo, essendo variato nel rapporto di 1 : 6; nulladimeno la scarica produsse sempre la medesima e costante deviazione; il che evidentemente ci assicura della bontà del galvanometro e della esattezza delle misure con esso eseguite.

La quantità di elettricità che carica un condensatore è diversa a seconda del modo di caricarlo: così se noi carichiamo una giara con la macchina nel modo ordinario o con una batteria ma lentamente, e poi vi soffiamo il miscuglio, si formeranno delle figure

elettriche sempre assai ristrette. Se per lo contro si carica la bottiglia istantaneamente con la batteria, allora sul vetro di quella si diffonde tanta copia d'elettricità da poterne ottenere delle distinte scintilline: soffiandovi inoltre il noto miscuglio si producono delle estese e splendide figure elettriche altra volta descritte da me. Quando poi si scarica istantaneamente la bottiglia, quasi tutta l'elettricità diffusa si neutralizza; ed invece rimane quasi affatto inalterata scaricandola lentamente: come mostrano le figure elettriche che dopo la scarica vi producono le polveri.

Ad analoghe conclusioni conducono gli studi galvanometrici eseguiti per misurare le cariche e le scariche dei condensatori. L'apparecchio adoperato per confrontare il flusso che costituisce la carica è indicato dalla figura 12. e consta di una batteria A di 8 bottiglie (delle quali due soltanto sono indicate nella figura) e di una bottiglia B, le cui armature esterne comunicavano stabilmente fra di loro. Le interne erano unite per mezzo di grossi fili di rame ricoperti di guttaperca, ai bicchierini di vetro *b*, *b'* contenenti mercurio, coi quali potevano riunirsi i fili *a* ed *a'* del galvanometro *g*, abbassando un'asta *aa'* di ebanite che li portava. La batteria si caricava con 27 unità e quindi abbassando l'asta *aa'* si scaricava nella B, attraverso il galvanometro. La carica di B poteva farsi istantaneamente od anche lentamente attaccando ai serrafili *a*, *a'* dei cordoni bagnati, che tesi da palline metalliche s'immergevano pei primi nel mercurio: e seguitando ad abbassare l'asta *aa'* il circuito si chiudeva immediatamente dopo metallicamente, e si completava così la scarica in un tempo sempre assai breve rispetto all'oscillazione del galvanometro. Dopo ciascuna esperienza si scaricava la bottiglia e la batteria con un eccitatore, il quale si portava sempre a contatto delle loro due armature. Così le esperienze furono eseguite più volte e dettero i seguenti risultati:

TABELLA VIII.

Deviazioni del galvanometro per la carica	
Istantanea	Lenta
83,0	76,0
80,8	74,0
78,0	76,8
86,5	75,5
86,0	76,0
88,0	75,0
85,0	74,8
84,9	79,5
83,0	78,0
84,9	76,0
	78,0
	76,0
	76,0
medie 84,1	76,3

Questi numeri dimostrano come la carica istantanea porta nella bottiglia maggiore quantità di elettricità che la carica lenta, nel rapporto di 1,14 ad 1. Altre esperienze analoghe, che per brevità non riporto, condussero a risultati identici.

Queste diverse cariche accumulate nella medesima bottiglia devono produrre correnti di scarica di diversa intensità. Ed invero, dopo aver caricato nella maniera precedente la solita bottiglia, con la batteria di 8 bottiglie e 27 unità, una volta rapidamente ed un'altra lentamente, la scaricavo poscia istantaneamente attraverso il galvanometro G (Fig. 13), abbassando l'asta d'ebanite *aa'*. Le indicazioni galvanometriche della scarica così ottenute sono riportate nella Tabella seguente:

TABELLA IX.

BOTTIGLIA CARICATA		
	Rapidamente	**Lentamente**
	Deviazioni della carica istantanea	
	I. Serie	
	48	42,8
	48	43
	45,5	42
	48	42
	48	44
	47	
medie	47,4	42,8
	II. Serie	
	49,6	44
	48	42,3
	45	43
	46	43
	47	43
	48,8	43
	47	
medie	47,3	43

La Tabella qui sopra mostra con tutta evidenza come la scarica che seguì la carica istantanea fu sensibilmente più energica di quella che seguì la carica lenta: imperocchè alla scarica istantanea di un condensatore prende parte la elettricità sottoposta alle armature non solo, ma ancora quella diffusa intorno ad esse sul vetro. E siccome la diffusa sul vetro è molto minore quando la bottiglia fu caricata lentamente, così la scarica successiva alla carica lenta deve risultare di minore elettricità che quella successiva alla carica istantanea.

Quando si carica istantaneamente un condensatore e poscia lo si scarica istantaneamente, quasi tutta l'elettricità diffusa, come si disse, si neutralizza; ma ciò non accade con la scarica lenta.

Ed infatti se dopo la carica e scarica istantanea della bottiglia vi si soffiano le polveri, si producono delle figure che mo-

strano l'elettricità diffusa essersi quasi affatto neutralizzata: invece se le polveri si soffiano dopo avvenuta la scarica lenta, le figure che si formano indicano che quasi tutta l'elettricità diffusa è rimasta inalterata.

Ad identiche conclusioni conducono gli studi galvanometrici. Mercè una batteria di 8 bottiglie caricata con 27 unità, caricai istantaneamente, nel modo indicato dalla figura 12, una bottiglia; la quale poi per mezzo dell'interruttore *aa'* (Fig. 13) scaricavo attraverso il galvanometro G, una volta rapidamente ed un'altra lentamente, avendo attaccato in quest'ultimo caso ai serrafili *a*, *a'* i soliti cordoni bagnati. La scarica si completava immediatamente dopo con circuito tutto metallico, immergendo le palline *a*, *a'* nei sottoposti bicchierini *b*, *b'*. I risultati ottenuti sono i seguenti:

TABELLA X.

DEVIAZIONI DEL GALVANOMETRO per la scarica			
Num. d'ordine	Rapida	Num. d'ordine	Lenta
	I. Serie		
1	46	2	
3	45,5	4	41
5	45	6	40
7	49	8	40,8
9	46	10	
	medie 46,3		40,6
	II. Serie		
1	47,0	2	39,0
3	49,0	4	40,0
5	47,8	6	38,8
7	46,5	8	38,5
9	45,0	10	40,0
11	47,0	12	41,0
13	48,0	14	38,8
	medie 47,2		39,4

I numeri precedenti mostrano che dopo la carica istantanea, la scarica rapida fu prodotta da maggiore quantità di elettricità

che la scarica lenta, nel rapporto medio di 1,17 ad 1, che è presso a poco eguale a quello trovato fra la carica istantanea e la lenta che fu di 1,14 ad 1.

E qui può farsi un'altra considerazione. La bottiglia fu caricata con una batteria di 8 bottiglie eguali attivate da 27 unità onde è che la bottiglia sperimentale ricevè circa 3 unità elettrometriche: la scarica sua lenta produsse una deviazione di 40^{mm}, in media. Ciò premesso caricai la medesima bottiglia con la macchina, cioè lentamente, comunicandole tre unità elettrometriche, e poi la scaricai (lentamente od istantaneamente, che in questo caso vale lo stesso), attraverso il galvanometro, ed esso deviò di 40^{mm}. Laonde si conclude che la scarica lenta o rapida d'una bottiglia, nella quale non siavi una eccessiva diffusione elettrica, produce una corrente eguale a quella che ha luogo quando la stessa bottiglia, con eccessiva elettricità diffusa sul vetro, si scarichi lentamente. Il che dimostra, come già si era stabilito, che nella scarica lenta d'una bottiglia con eccessiva diffusione, l'elettricità diffusa quasi non vi prende parte alcuna: e nella scarica istantanea invece si neutralizza quasi tutta l'elettricità diffusa, onde la deviazione del galvanometro s'accresce; e nel caso contemplato da 40^{mm} salì a 46 o 47^{mm}.

I resultati della Tabella precedente si ottennero alternando la scarica lenta con la rapida: i seguenti invece furono ottenuti caricando sempre la bottiglia [1]) istantaneamente e poscia scaricandola attraverso il galvanometro nel modo indicato dalla figura 13, in una prima serie di esperienze sempre rapidamente, ed in una seconda sempre lentamente; e completando però in quest'ultimo caso la scarica coll'immergere le palline *a*, *a'* nei bicchierini *b*, *b'*:

1) La bottiglia fu caricata con la solita batteria di 8 bottiglie e 27 unità. Ad ogni nuova esperienza la batteria veniva previamente scaricata completamente con circuito tutto metallico.

TABELLA XI.

DEVIAZIONI DEL GALVANOMETRO per la scarica

Num. d'ordine	Rapida	Num. d'ordine	Lenta
	I. Serie		II. Serie
1	46,8	1	40,8
2	45	2	39,0
3	47	3	40,8
4	47	4	39,0
5	45,3	5	41,0
6	47,0	6	42,0
	medie 46,3		40,4

Anche i resultati precedenti mostrano che la scarica rapida consta di maggiore elettricità che la lenta. Il che dovette accadere perchè la scarica rapida avendo scaricata, oltre le armature, anche la zona di diffusione, questa potè ricaricarsi ad ogni nuova carica rapida; il che non poteva aver luogo dopo la scarica lenta, giacchè in tal caso era rimasta inalterata l'elettricità diffusa sul vetro. Od in altri termini possiamo dire che la bottiglia, nel caso della scarica lenta, si comporta ad un dipresso come un condensatore dell'ampiezza delle sole armature; e nel caso della scarica rapida agisce come un condensatore dell' ampiezza delle armature aumentate della zona di diffusione.

(Continua)

RIVISTA

SUNTI di ANNIBALE STEFANINI.

Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied. XXV, 1885.

5. — L. LORENZ. *Determinazione della resistenza elettrica di colonne di mercurio in misura elettromagnetica assoluta.* — Il metodo seguito in queste misure è quello che fu già indicato dall'A. nel 1873; ma è stato opportunamente perfezionato nell'apparecchio di rotazione. Fu determinato appositamente per queste misure il coefficiente termico della resistenza del mercurio, che fu trovato 0,0009013 fra 0°, e 27,32 c., e 0,000916 fra 8°,32 e 35, 31 c. Per ciò che si riferisce all' influenza della capillarità sulla resistenza del mercurio, l' A. trovò che pei tubi di cui si servì, e che avevano i diametri di mm. 0,606 e 0,273 non era sufficente la correzione indicata dal Rayleigh, cioè di aggiungere, nel calcolo della resistenza, alla lunghezza della colonna di mercurio la frazione 0,82 del diametro interno del tubo; ma che invece occorreva la correzione $0,82 - 0,35 \frac{d_i}{d_e}$ essendo d_i il diametro interno e d_e quello esterno del tubo. Salvo questa osservazione, da tutte le misure eseguite resultò che l' influenza della capillarità è appena misurabile.

Tenendo conto di tutte le correzioni necessarie l' A. trova

$$1\ ohm = 1{,}0593\ \frac{m}{mm^2}\ \text{di H}g\ \text{a}\ 0^0$$

che concorda molto coi valori trovati da F. Kohlrausch e dal Ròiti con metodi affatto diversi; e dopo che Wild ha indicato la correzione da farsi al suo resultato preliminare, ne consegue che tutti i metodi conducono per l' *ohm* a valori molto prossimi fra loro. Se si posson quindi ritenere accidentali le differenze fra i diversi valori fin qui trovati per l' *ohm*, si può concludere, secondo l' A. che il numero 1,06, adottato dall' ultima Conferenza degli elettricisti, abbia raggiunto il voluto grado di esattezza.

F. STENGER. *Contribuzioni alla conducibilità elettrica dei gas.* — Dalle proprie esperienze e da quelle eseguite da altri, l'A. deduce che non si può fare una distinzione netta fra la scarica ad arco e quella luminosa e indica quali sono le condizioni che determinano la produzione di una forma piuttosto che dell'altra.

H. JAHN. *Sulla validità della legge di* Joule *per gli elettroliti.* — Quantunque da considerazioni teoriche si potesse dedurre la validità della legge di Joule anche per gli elettroliti l' A. la

trovò verificata anche sperimentalmente. Per misurare la quantità di calore svolta nell'elettrolita adoprò un calorimetro a ghiaccio di Bunsen, e la misura dell'intensità della corrente fu fatta graduando il galvanometro incluso nel circuito con un voltametro ad argento. Le correnti di polarizzazione erano eliminate facendo gli elettrodi coi metalli che formavano la base degli elettroliti; nonostante ciò, siccome il passaggio della corrente durava 1 ora, il lavoro A eseguito da quella corrente nel tempo T fu calcolato colla formula

$$A = \int_0^T V J \, d t = V \int_0^T J \, d t,$$

ove J è l'intensità della corrente e V la forza elettromotrice. Il valore di $\int_0^T J \, d t$ fu calcolato colla regola di Simpson, servendosi delle determinazioni di J fatte a uguali intervalli di tempo. Le variazioni dell'intensità J furono soltanto del 3 o 4 per $^0/_0$ del valor medio.

Il rapporto fra la quantità di calore svolto nell'elettrolita e il lavoro in esso eseguito dalla corrente fu trovato in media uguale a 0,2374, mentre adoprando un filo metallico l'A. aveva trovato per quel rapporto il valore 0,2395. Da ciò ne conclude che, come era stato indicato da Hittorff e da Clausius, è affatto trascurabile il lavoro eseguito nel trasporto degli ioni e del liquido non scomposto.

R. Lamprecht. *Sui conduttori pieghevoli sottoposti ad azioni magnetiche*. — Tenendo conto delle forze che un polo magnetico esercita su un elemento lineare percorso da corrente, e della condizione d'equilibrio d'un filo flessibile e inestendibile sottoposto all'azione di forze qualunque, l'A. trova dapprima che nel caso sopraindicato la tensione lungo tutto il filo deve essere costante. Integrando le equazioni differenziali ottenute, l'A. trova poi che la curva secondo cui si dispone quel conduttore nelle anzidette condizioni è una geodetica di un cono retto circolare col vertice nel polo magnetico. La curvatura di essa diminuisce pei punti che si allontanano dal polo magnetico. Riferendosi alle esperienze del Riecke (*N. Cim.* XVII, p. 164) l'A. considera anche il caso che il conduttore sia soggetto all'azione di due poli magnetici, e trova che quando le singole parti del conduttore sono diversamente distanti dai due poli la forma della curva differisce da quella circolare, avendo maggior curvatura le porzioni più vicine ai poli.

Le considerazioni precedenti possono applicarsi all'azione dei magneti sul fascio luminoso che si ha nella scarica elettrica nei gas rarefatti.

J. J. Balmer. *Nota sulle linee spettrali dell' idrogeno.* — L'A. ha trovato che le lunghezze d'onda delle diverse linee spettrali dell'idrogeno si ottengono tutte dal numero $h = 3645{,}6 \times 10^{-7}$ (che egli chiama numero fondamentale) moltiplicandolo per $^9/_5$, $^4/_3$, $^{25}/_{21}$ e $^9/_8$ respettivamente. Questi coefficenti si deducono dall'espressione $\frac{m^2}{m^2 - n^2}$, in cui m ed n sono numeri interi. Se si tien conto anche delle linee osservate nella regione ultravioletta da Vogel e da Hugghins, le lunghezze d'onda H corrispondenti alle linee fin qui osservate per l' idrogeno coincidono benissimo con quelle calcolate dalla formola.

$$H = \frac{m^2}{m^2 - 2^2} h,$$

dando ad m i valori da 3 a 16. L' A. non ha potuto trovare se anche per gli altri elementi valga la stessa regola.

F. Vogel. *Variazione dell' indice di refrazione nel vetro e nello spato calcare colla temperatura.* — La temperatura fu fatta variare da 12 a 260°, e l'A. trovò che pel vetro bianco e pel flint si ha

$$n_t = n_t' + \alpha (t - t') + \beta (t - t')^2;$$

ma i coefficenti α e β hanno valori diversi per i diversi vetri e per i diversi colori.

Per lo spato calcare l'indice di refrazione cresce proporzionalmente alla temperatura.

W. Voigt. *Le proprietà ottiche degli strati metallici sottilissimi.* — L' A. applica la teoria che già stabilì per l' assorbimento della luce nei mezzi isotropi, al caso di lamine sottilissime di argento e d'oro; e trova che i resultati teorici così ottenuti concordano colle osservazioni fatte sperimentalmente su tal soggetto dal Quincke.

J. Elster e H. Geitel. *Nota su un duplicatore sensibile.* — Il principio dell'apparecchio è quello stesso della macchina elettrica ad efflusso d'acqua, del Thomson; soltanto qui l' anello influenzante è mantenuto a un potenziale costante con un elemento Daniell.

Due getti d'acqua cadono da un serbatoio comune in due recipienti metallici A, A' posti su due sgabelli isolanti. Al di sopra di A è posto un cilindro metallico R più piccolo, aperto dalle due parti, sostenuto da un piede isolante, e posto in comunicazione col polo + di un elemento Daniell, di cui l' altro polo è derivato a terra. Un cilindro uguale R' è sostenuto al di sopra di A' mediante un braccio metallico in comunicazione col recipiente A. Il recipiente A' comunica coll' elettroscopio. I due getti d' acqua, prima di cadere nei sottostanti recipienti attraversano i cilindri R ed R';

e si comprende facilmente come la carica negativa che prende per induzione l'acqua che è passata entro il cilindro R si comunichi al recipiente A, e da questo al cilindro R', la cui carica crescente influenza il getto d'acqua che cade in A' tanto da aumentarne la tensione fino a far divergere le foglie dell'elettroscopio.

Non è possibile ottenere una tensione molto forte, perchè quando è stato raggiunto un certo limite, l'acqua soggetta alle attrazioni elettriche spruzza fuori dei recipienti, e ne diminuisce l'isolamento.

Detti. *Osservazioni sulle azioni elettriche nelle nubi temporalesche. — Sullo svolgimento d'elettricità nella formazione della pioggia.* — Gli A. hanno eseguita la seguente esperienza. Un cilindro cavo metallico A, lungo 50 c. m. e del diametro di 8 c. m. aperto dalle due basi, è stato sospeso verticalmente a un sostegno isolante. Entro a quel cilindro ne è stato messo uno più piccolo B, lungo 15 c. m. del diametro di 4 c. m., chiuso inferiormente e munito in basso di un cannello sottile. Se al cilindro A si comunica una piccola carica + E, e il cilindro B pieno d'acqua si fa scorrere entro il primo, l'acqua che sgorga da B divien negativa e il recipiente positivo. Se quando ciò è avvenuto si pongono a contatto i cilindri A e B, la carica di B si trasporta alla superficie di A, e ricominciando l'operazione precedente il recipiente B si carica più fortemente. Così continuando più volte si può trarre una scintilla dal cilindro A.

Gli A. suppongono che qualche cosa di analogo avvenga nelle nubi temporalesche quando si risolvono in acqua; e pensando anche all'aumento di tensione che resulta dalla diminuzione di superficie che si deve alla formazione di grosse gocce d'acqua a carico di quelle più piccole spiegano le scariche temporalesche anche senza ammettere uno sviluppo d'elettricità per lo strofinio delle gocce o per la condensazione del vapor acqueo. Basterebbe quindi ammettere che le nubi inferiori acquistassero una carica iniziale, anche assai debole, forse quella dovuta all'elettricità dell'aria; e con l'ipotesi suaccennata l'equivalente del lavoro necessario a produrre le differenze di potenziale cui si devono le scariche temporalesche si ritroverebbe nella forza viva delle gocce che cadono.

H. Kayser. *Sulle fotografie dei lampi.* — Se durante i temporali che avvengono di notte si dirige verso le nubi temporalesche l'apparecchio fotografico, si posson prendere molto facilmente le fotografie dei lampi. Da quelle ottenute dall'A. resulta che un lampo non rappresenta sempre una scarica sola fra due punti; ma che ordinariamente la scarica parte da un punto e si dirige a più altri. Dal filetto centrale si partono delle diramazioni laterali numerose, da far somigliare le fotografie anzidette alle carte che rap-

presentano il sistema idrografico di una regione. Una di quelle fotografie, che viene riprodotta in una tavola che accompagna la Memoria, mostra 4 linee luminose, che procedono parallelamente fra loro, colle stesse tortuosità; e l' A. spiega questo fenomeno ammettendo che si tratti di una scarica oscillante fra la nube e la terra.

Dalle dimensioni dell' immagine ottenuta e dagli spazi oscuri che separano i 4 tratti luminosi, il Kayser deduce anche le grandezze degli spostamenti che il canale formato dalla prima scarica deve aver subito, e trova che ciò concorda colla volocità del vento che dominava nel momento della scarica. Tali distanze corrisponderebbero a intervalli di 0",362, 0",041 e 0",074 fra le diverse scariche oscillanti.

Una circostanza notevole è che il filetto più grosso, dovuto alla prima scarica, mostra una stratificazione perpendicolare alla linea di propagazione, ma che interessa soltanto la parte di esso verso cui si trovano gli altri tre filetti; e di ciò l' A. non trova ragione plausibile, e non crede si possa trovarne finchè non si siano raccolte molte fotografie in condizioni diverse.

G. F. Fitzgerald. *Sulla memoria del Sig.* Kundt, *sulla rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione della luce pel ferro, cobalto e pel nichel.* — V. *N. Cim.* vol. XVIII, pag. 282.

Hanichi Muraoka. *Sugli specchi magici giapponesi.* — Saldando sul dietro di una lastra quadrata d'ottone una croce metallica, saldando anche sul contorno della lastra un nastro metallico che inquadri la croce anzidetta, e fissando il tutto con ceralacca su un disco di legno, l' A. fece pulire la faccia anteriore fino a renderla speculare, ed ebbe così uno specchio magico. Un' altra lastra simile fu riempita nei vani con lega di Wood, che fu fatta raffreddare lentamente. Dopo pulita la lastra non si ebbe nessun fenomeno magico; ma la croce si presentò nella luce riflessa quando fu tolta la lega ponendo lo specchio già formato nell' acqua bollente.

Queste esperienze provano che non è la pressione diversa nei vari punti che dà la proprietà magica agli specchi; ma che è invece il maggior grado di convessità che durante la pulitura prende la lastra nei punti ove lo spessore è minore.

K. Exner. *Osservazione sulla velocità della luce nel quarzo.* — Da un' esperienza di Cornu resulta che nella direzione dell' asse del quarzo la media delle due velocità di propagazione della luce è uguale alla volocità del raggio ordinario nella direzione perpendicolare all' asse. Questa legge è contenuta in una formula di V. v. Lang, e in quelle che si posson dedurre dalla teoria di Cauchy. L' A. partendo dalla formula di Cauchy dimostra che la media aritmetica dei quadrati delle due velocità di propagazione in due

direzioni qualunque, è uguale alla media aritmetica dei quadrati di quelle velocità che nelle stesse direzioni si avrebbero se il cristallo non avesse poter rotatorio. Ma secondo un teorema di Cornu, questa legge, che vale per i quadrati delle velocità, deve valere per qualunque funzione di quei quadrati; quindi anche per la media delle semplici velocità.

6. — E. Wiedemann e Ch. Lüdeking. *Sul calore che svolgono i colloidi nell' assorbire l' acqua e nel disciogliersi.* — I colloidi erano posti in un tubo di ottone a pareti sottili, che funzionava da calorimetro, e protetto coi soliti espedienti dalle variazioni di temperatura dell' ambiente, che del resto erano di pochi decimi di grado in un giorno. Fu studiato il contegno dei colloidi nell' assorbimento dell' acqua e nella successiva fusione.

Per la gelatina fu trovato che quando assorbe l' acqua alla temperatura ordinaria svolge circa 6 piccole calorie per grammo; mentre la soluzione della gelatina, quando essa siasi già saturata d'acqua, è accompagnata da assorbimento di calore. La gelatina si scioglie anche alla temperatura ordinaria, quantunque in piccolissima quantità.

Contegno analogo fu riscontrato per altri colloidi, quali gomma arabica, gomma adragante, destrina, acido silicico, zucchero di canna, acido acetico, e bianco d' uovo.

Secondo Guthrie la tensione del vapor acqueo che si ha dalla soluzione dei colloidi sarebbe uguale a quella dell'acqua pura; ma ciò è inesatto perchè, anche secondo quanto resulta dalle esperienze stesse di Guthrie, il punto di ebullizione delle soluzioni di gelatina è più elevato di quello dell' acqua, e anche perchè l' unione dell'acqua alla gelatina è accompagnata da assorbimento di calore. Infatti fu riscontrato che le soluzioni di gomma hanno una tensione più piccola di quella dell' acqua pura.

A. Blümcke. *Come dipenda dalla temperatura il calorico specifico di alcuni miscugli di acqua e d' alcool.* — Facendo variare la quantità d' alcool nel miscuglio, e operando con un calorimetro di Bunsen alquanto modificato negli accessori, l' A. trovò che per temperature comprese fra 0° e 98° c. il calorico specifico del miscuglio mostra un massimo per una concentrazione che varia, a seconda delle temperature, dal 15 al 20 per $^0/_0$ di alcool; ma che del resto l' andamento generale è comune per tutti i miscugli. La diversità fra i limiti di temperatura adoperati in queste e in esperienze analoghe di altri Fisici, rende impossibile il confronto dei risultati trovati dai vari sperimentatori; l' A. fa notare peraltro che la formula proposta dal Thomson può ritenersi soltanto come approssimata.

L. Graetz. *Nota sulle dimensioni dei vortici molecolari di* Maxwell *e sulla densità dell' etere luminoso.* — Secondo Maxwell astraendo dalla dispersione, la costante ω di Verdet è data da

$$\omega = \frac{\pi}{2\sqrt{\pi}} \frac{r \mu i}{s^{\frac{3}{2}} \Lambda^2 V} \tag{1}$$

essendo Λ la lunghezza d'onda, V la velocità di propagazione della luce nell' etere libero, r il raggio di un vortice, s la densità dell' etere luminoso (nel vuoto), μ la costante d'induzione magnetica ed i l'indice di refrazione per la sostanza considerata. Con questa formula posson calcolarsi i raggi relativi dei vortici molecolari conoscendo i valori relativi di ω, μ, i. Prendendo a tipo l' acqua e osservando che per tutte le sostanze, eccetto Fe, Ni, Co, il valore di μ si può ritenere lo stesso, l' A. trova così che per le seguenti sostanze

	H_2O,	CS^3,	HNO_3,	Vetro di Faraday,	Creosoto
si ha	$r = 1$	2,23	0,60	3,20	0,77,

mentre, secondo Kundt e Röntgen si ha

	H,	Aq,	CO
	$r = 0{,}00057$,	0,00047	0,00100.

Tenendo conto del grandissimo poter rotatorio del ferro, e assumendo $\mu = 32$ per le ricerche del Claus, e $i = 2$ per quelle di Jamin, si troverebbe per il ferro $r = 3000$, essendo sempre 1 quello dell' acqua. Pel nichel si avrebbe $r = 1510$ e pel cobalto $r = 3400$.

Secondo Maxwell la grandezza di un vortice è piccolissima di fronte a quella della molecola; ma pel ferro (e anche pel Ni e Co) è ammissibile che l' etere della molecola sia in moto vorticoso come un tutto unico, e già Maxwell fece questa stessa ipotesi. Ciò posto l'A. osserva che la grandezza del vortice molecolare nel ferro sarà al più quella della molecola, e dalle ricerche di Loschmidt e di Koch deduce che pel ferro sarà

$$r \leq 0{,}95 . 10^{-8} \text{ c. m.},$$

e quindi per l' acqua

$$r \leq 3{,}1 . 10^{-12} \text{ c. m.}$$

Conosciuta r per l' acqua, siccome per essa $\frac{\mu}{\pi s} = \frac{1}{4}$, dalla (1) si ottiene il valore di s, cioè la densità dell' etere rispetto all'acqua, che resulta

$$s < 9.10^{-16}$$

Da una formula del Thomson, stabilita su principii affatto diversi, si dedurrebbe

$$s > 0{,}1.10^{-17}.$$

Quindi l' A. conclude che la densità dell' etere sarà al più 100 volte maggiore o 100 volte minore della 10^{17} parte di quella dell'acqua. Da questo valore l'A. deduce anche che l'ampiezza di vibrazione della luce è $\geq 6.10^{-10}$ c. m. La densità sopra calcolata dell'etere sarebbe quella che l'atmosfera avrebbe all'altezza di 33 miglia, se fino a quel limite seguisse la legge di Mariotte e si mantenesse di temperatura costante.

O. Lehmann. *Sui cambiamenti spontanei di forma prodotti da forze interne nei corpi solidi cristallizzati.* — L'A. ha osservati questi cambiamenti, che avvengono al variare della temperatura in alcuni composti organici, per es. nell'acido protocatetico e nel sale ammoniaco, mediante un suo microscopio costruito per osservazioni cristallografiche.

Dai fenomeni osservati l'A. deduce delle considerazioni sulle teorie delle trasformazioni allotropiche, quali l' allotropia, l' isomeria, la geminazione, . . . e sulle anomalie che presentano i corpi riguardo alla legge di Mariotte, alla capillarità, ai punti di fusione . . . . ; ma è impossibile riassumer brevemente tutto ciò che si riferisce ai vari soggetti considerati.

V. Hausmaninger. *Sulla teoria dell' urto longitudinale dei corpi cilindrici.* — Cauchy e de S. Venant trattarono il problema dell' urto dei corpi cilindrici tenendo conto anche del tempo impiegato dall'onda longitudinale nel riflettersi alla estremità libera; e Boltzmann, Voigt e l'A. stesso trovarono sperimentalmente che le divergenze dei resultati dall'antica teoria di Newton, quantunque sieno sempre nel senso della teoria di S. Venant, tuttavia sono sempre più piccole di quelle che si dedurrebbero dalla ricordata teoria del S. Venant.

Voigt ed Hertz hanno ricercato le cause di quelle divergenze, ed hanno sviluppato le loro considerazioni soltanto per mostrare che le loro teorie coincidono con quella di Newton se l'onda longitudinale prodotta dall' urto, percorre più volte le due sbarre du-

rante il tempo della loro azione reciproca. L' A. applica le considerazioni di Voigt a due casi in cui la lunghezza d' onda anzidetta non sia molto maggiore del doppio della lunghezza della sbarra più lunga, e si riserva di fare tali ricerche anche per la teoria data da Hertz.

W. Wernicke. *Sui cambiamenti di fase nella riflessione, e sul piano di vibrazione della luce polarizzata.* — L'A. stabilisce che il minimo della intensità della luce riflessa da uno strato isotropo di spessore d ha luogo quando sia sodisfatta la condizione

$$(2\,d \cos\alpha_1 + \Delta - \Delta' + D)\,\frac{2\pi}{\lambda} = q\,\pi$$

ove α_1 è l' angolo fra il raggio luminoso nell' interno dello strato e la normale, Δ, Δ' e D, quando siano moltiplicati ciascuno per $\frac{2\pi}{\lambda}$ sono i ritardi di fase dovuti alla riflessione sulla prima e sulla seconda superficie di separazione e alla refrazione sulla prima superfice; λ la lunghezza d' onda della luce nell' interno della sostanza e q un numero intero dipendente da d e da λ.

La determinazione di Δ, Δ' e D è stata fatta fin qui mediante ipotesi arbitrarie, ed ha condotto a resultati contradittori. Così secondo le ipotesi di Fresnel e Cauchy, le tre anzidette grandezze sarebbero nulle per la luce polarizzata parallelamente al piano di incidenza, mentre secondo Naumann e Mac Cullag sarebbero nulle per la luce polarizzata perpendicolarmente al piano d' incidenza.

Ammettendo che sia $\Delta - \Delta' + D = 0$, allora dalla suaccennata condizione per lo spessore dello strato si avrebbe

$$2\,d = \frac{1}{2}\,\frac{q\lambda}{\cos\alpha_1}\,;$$

ed è mediante questa formula, che è stata dedotta da considerazioni meccaniche e senza l' aiuto di nessuna ipotesi, che l' A. ha cercato di riconoscere quale delle anzidette teorie sia vera; perchè dovrebbe coincidere coll' esperienza per luce polarizzata parallelamente o perpendicolarmente al piano d' incidenza a seconda che fosse vera la teoria di Cauchy o quella di Naumann.

Da numerose ricerche, fatte con uno spettrometro che è impossibile descrivere senza l' aiuto di disegni, l' A. ha concluso che i corpi isotropi di piccolo potere assorbente riflettono la luce polarizzata parallelamente al piano d' incidenza senza sensibile variazione di fase, tanto che la riflessione sia interna quanto che sia esterna; e che la fase subisce un cambiamento soltanto se la luce è polarizzata ad angolo retto col piano d' incidenza. Secondo l' A.

non sarebbero quindi sostenibili quelle teorie che non corrispondessero a questi resultati.

E. Pfeiffer. *Sulla conducibilità elettrica dei miscugli di acqua e alcool.* — Il metodo adoperato nelle misure è quello del Kohlrausch colle correnti alternate. Per avere piccola resistenza nella colonna liquida, l' A. ha costruito un recipiente formato essenzialmente da due cilindri di platino coassiali, che funzionano da elettrodi: il liquido si pone nello spazio anulare compreso fra i due cilindri.

Dalle esperienze eseguite resulta, che la curva ottenuta prendendo per coordinate la conducibilità elettrica e il per cento di alcool contenuto nei miscugli anzidetti mostra due massimi e un minimo che si corrispondono perfettamente per due temperature diverse, cioè di 0 e di 15° c. Quel minimo corrisponde poi al massimo della curva costruita col prender per coordinate il per cento di alcool e il coefficiente termico della resistenza.

Riferendosi poi alla relazione fra la resistenza elettrica e l'attrito interno dei liquidi, l' A. trova che l' una e l' altra non sono fra loro proporzionali; e trovando che il miscuglio dei due liquidi ne altera la conducibilità, crede si possa ritenere che nei miscugli di acqua e d' alcool si abbia a che fare con degli idrati, che possedano una conducibilità ora maggiore ora minore dei costituenti.

C. L. Weber. *Sulla conducibilità elettrica e sul coefficiente termico del mercurio solido.* — Il mercurio era introdotto in tubi di vetro del diametro di 1 mm. e lunghi 18 c. m. piegati ad U e con espansioni cilindriche alle quali facevano capo i reofori di un ponte Thomson. L' abbassamento di temperatura fu prodotto con acido carbonico solido ed etere. I resultati sono i seguenti. Nel solidificarsi il mercurio acquista una conducibilità circa 4 volte maggiore di quella che ha allo stato liquido; il poter conduttivo specifico del mercurio solido a zero sarebbe 3,5; il coefficiente termico del mercurio solido si avvicina a quello degli altri metalli, e gli diventerebbe uguale se si potesse prendere sufficentemente lontano dal punto di fusione.

K. Strecker. *Su una riproduzione dell' unità di mercurio* Siemens. — Scopo di queste esperienze, che furono eseguite dall'A. in occasione della determinazione dell'*ohm* fatta dal Kohlrausch, fu di dedurre la resistenza di alcuni tubi di vetro dalle loro dimensioni, e di costruire con quei tubi dei campioni di resistenza esatti fino al decimillesimo.

L'A. riferisce tutte le precauzioni che prese per ottenere quell' esattezza; e dal confronto fatto fra le colonne di mercurio da lui

costruite e i campioni di resistenza già adoperati nella pratica, gli resultò:

$$\left.\begin{array}{l}1 \text{ B. A.} = 1{,}04894 \\ 1 \text{ U. S.} = 1{,}00017\end{array}\right\} \frac{m}{m.m.^2} \text{ Hg a } 0^0$$

$$1 \text{ B. A.} = 1{,}004877 \text{ U. S.}$$

D. Kreichgauer. *Sulla determinazione del momento d'inerzia col metodo delle oscillazioni.* — L'A. passa in rassegna i vari metodi usati, e le varie cause d'errore che possono presentarsi nelle determinazioni sperimentali del momento d'inerzia; ed espone il calcolo relativo al caso in cui il metodo delle oscillazioni si riduca a quello di due pendoli sospesi l'uno all'altro.

E. v. Fleischl. *La deformazione dell'onda luminosa in un campo magnetico.* — L'A. si propone di ricercare se la doppia refrazione dovuta alla rotazione magnetica può rappresentarsi nel modo solito con una superficie d'onda, e in tal caso quale sia la forma di quella superficie, partendo dal principio che se la rotazione magnetica del piano di polarizzazione è dovuta a una doppia refrazione, deve esistere un luogo geometrico determinato ad ogni punto del quale il moto che vi giunge in un istante qualunque sia dovuto alla perturbazione dell'equilibrio dell'etere luminoso in un punto del campo magnetico.

Suppone perciò che la luce polarizzata linearmente che si propaga in una porzione del campo nella quale le linee di forza sono fra loro parallele, consista in due raggi polarizzati circolarmente, e che quindi la superficie d'onda sia formata da due superficie sferiche che si sovrappongono in una sola. L'effetto del campo magnetico consisterebbe, secondo l'A. nel trasformare quelle due superficie in quelle di due ellissoidi di rivoluzione, e nello spostarle l'una rispetto all'altra, dimodochè la superficie d'onda resulterebbe formata da due ellissoidi di rivoluzione che si tagliano.

Dal confronto di questa ipotesi colle esperienze già note sulla rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione, ne risulta, secondo l'A., l'accordo più perfetto. È da notare che i due elissoidi anzidetti devon ritenersi estremamente poco diversi da sfere, e che essi hanno centri molto prossimi fra loro.

J. W. Giltay. *Nuovo elettrodinamometro.* — L'A. ha costruito un elettrodinamometro simile a quello descritto dal Bellati, il cui principio è affatto diverso da quello che serve nella costruzione degli altri apparecchi di questo genere.

L'elettrodinamometro Bellati che è stato costruito dall'A. consiste in un galvanometro ordinario, nel quale l'ago magnetico è sostituito da un fascio di fili di ferro dolce, che si dispongono a 45 gradi del piano delle spire mediante una sospensione bifilare.

Il piano delle spire è a sua volta inclinato di 45° sul meridiano magnetico, talchè il fascio dei fili di ferro è sottratto all'azione direttrice terrestre. Quel fascio, che acquista polarità contrarie per correnti contrariamente dirette, tende sempre a disporsi normalmente alle spire qualunque sia il senso dalle correnti che le percorre, e munito del solito specchietto per le letture al cannocchiale è di una sensibilità notevole. Così il Giltay, con un elettrodinamometro sul cui castello sono avvolte 2400 spire di filo di 0,1 mm., che ha un fascio di fili di ferro lunghi 18 mm. e sospeso a due fili di bozzolo lunghi 30 c.m. e distanti 0,3 mm. ha ottenuto delle deviazioni notevoli colle correnti telefoniche.

Se nell' elettrodinamometro passa una sola corrente troppo forte, il fascio di fili di ferro resta magnetizzato, e il punto di riposo cambia d' assai; per farlo ritornare al punto di prima, basta introdurre nel circuito un telefono e cantarvi la vocale O con voce via via decrescente. Le rapide inversioni della magnetizzazione, d'intensità via via minore, tolgono al fascio il magnetismo residuo.

È facile poi trovare che le deviazioni del fascio sono, per piccoli archi, proporzionali al quadrato dell' intensità della corrente che le produce.

7. — L. Graetz. *Sulla conducibilità termica dei liquidi.* — È questa la seconda parte di un lavoro cominciato nel 1883; ed ora è indicata più completamente la teoria matematica del metodo adoprato nelle ricerche sperimentali. Questo metodo consiste essenzialmente nel far passare il liquido studiato, che ha la temperatura T_1, attraverso un tubo stretto di platino le cui pareti sono alla temperatura T_0, e nel determinare la temperatura media U e il volume del liquido uscito in un tempo determinato. Applicando la formola di Poiseuille, l' A. stabilisce un' equazione differenziale che gli serve per calcolare i resultati delle sue esperienze. Da ciò che ha ottenuto per otto liquidi diversi l'A. deduce che la conducibilità termica varia di poco da liquido a liquido, e che è quasi indipendente dalla vischiosità dei liquidi, concordemente a ciò che era stato trovato da H. F. Weber; ma dal confronto dei propri resultati con quelli del Weber, il Graetz deduce che per i corpi diatermani i coefficenti indicati da Weber son troppo grandi, in seguito all' irraggiamento di cui esso non tenne conto: nel metodo seguito dall' A. la diatermaneità non ha nessuna influenza.

La conducibilità termica cresce poi pei liquidi, in generale, colla temperatura; ma l'aumento, che è di $^1/_2$ a 1 per $^0/_0$ per ogni grado, non è stato possibile determinarlo con molta esattezza.

W. Müller-Erzbach. *Sull' uso della bilancia nelle determinazioni relative delle tensioni dei vapori, e nel confronto dell' affinità chimica coll' adesione.* — Il metodo cui qui si allude fu riferito

già in questo Giornale (XVIII pag. 80); ora vien comunicato il confronto di alcuni resultati, ottenuti con quel metodo, con quelli avuti direttamente dal Regnault per diverse soluzioni di $H_2 SO_4$, e dal Wüllner; e da quel confronto è confermata l'esattezza del metodo seguito dall'A. che è poi il solo adoprabile per piccolissime tensioni.

Per ciò che si riferisce al confronto dell'affinità coll'adesione, le esperienze dell'A. si aggirano sull'assorbimento del vapor acqueo, al di sotto del punto di ebollizione, per mezzo di polveri igroscopiche. Da esse resulta che alcuni ossidi metallici assorbono quantità considerevoli di vapor acqueo, e che la forza di assorbimento può esser paragonata con quella delle azioni chimiche.

S. Wroblewski. *Sull' uso dell' ossigeno, dell' azoto, dell' ossido di carbonio e dell' aria atmosferica bollenti, come refrigeranti.* — Coll'aiuto di alcuni disegni l'A. descrive l'uso di quei gas liquefatti per ottenere temperature assai basse; e lo scopo di questa descrizione è di porre in grado ogni sperimentatore di poter adoprare quei potenti mezzi di raffreddamento; ma non possono riassumersi brevemente le molte indicazioni fornite, per le quali dobbiamo rimandare alla memoria dell'A., contenuta per esteso nei resoconti dell'Acc. delle Scienze di Vienna (marzo 1885), e della quale ciò che è pubblicato nei *Wiedem. Ann.* è un largo sunto.

L. Arons. *Calore di diluizione e calorico specifico delle soluzioni saline.* — Dietro i suggerimenti di Helmholtz l'A. ha cercato se introducendo nelle formule stabilite da Kirchhoff e da Helmholtz per il contegno termico delle soluzioni saline, una relazione indicata dal Clausius in luogo della legge di Mariotte-Gay-Lussac, si potesse avere una maggior concordanza fra i resultati teorici e quelli sperimentali, dacchè le formule originariamente proposte da Helmholtz è in contradizione colle esperienze di Wüllner e di Babo. Colla sostituzione indicata, quella contradizione non si ha più; ma per poter confrontare coi dati sperimentali la formula corretta, bisogna combinarla con una relazione empirica data dal Wüllner; e anche i resultati così ottenuti non sono del tutto concordanti colle esperienze.

A. Blümcke. *Sui calorici specifici delle soluzioni concentratissime di soda.* — Le soluzioni di soda erano racchiuse in palloncini di vetro o di ferro; e fu trovato che il calorico specifico presenta un massimo corrispondente alla soluzione che contiene circa il 75 per °/₀ di soda.

A. Blümcke. *Su un miglioramento del termostato a liquido.* — La modificazione ha per oggetto di poter variare sollecitamente la temperatura a cui deve funzionare il termostato; ma non è possi-

bile darne un' idea senza l'aiuto del disegno di cui è corredata la breve comunicazione dell' A.

W. F. Magie. *Sulle costanti di capillarità.* — Queste ricerche sono state fatte principalmente allo scopo di verificare se i resultati ottenuti dal Quincke colle goccie liquide sono esatti. Il metodo che è stato adoprato, e che è stato suggerito all' A. da Helmholtz consiste nel determinare i raggi di curvatura principali che compariscono nella nota formula

$$g p z = \frac{H}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$$

adoprando come specchio una piccola porzione del menisco, i cui raggi di curvatura si determinano misurando con un microscopio munito di micrometro oculare le dimensioni relative di un oggetto e dell'immagine che quel menisco ne produce.

Con questo metodo, per la costante a^2 del mercurio l' A. ha trovato il valore 6, 764, da cui resulta $\frac{H}{2} = 45{,}82$, che è vicinissimo ai valori ottenuti da Laplace, da Poisson, da Desains e da Danger, ma che differisce assai da quello 55,03 del Quincke. Invece resultano ben concordanti i valori di a^2 ottenuti dall'A. per i liquidi che bagnano il vetro, con quelli che per gli stessi liquidi dedusse il Quincke dal dislivello nei tubi capillari; ma discordano da quelli avuti colle misure fatte sulle gocce liquide, anche se nelle formule adoprate dal Quincke si introducono alcune correzioni che son rese necessarie dalle limitate dimensioni delle gocce.

K. R. Koch. *Contribuzioni sulla elasticità del ghiaccio.* — Trovandosi nel 1882-83 nel Labrador, come membro della Commissione polare tedesca, l'A. intraprese delle esperienze sulla elasticità del ghiaccio, e da misure fatte sulla flessione di sbarre tagliate perpendicolarmente e parallelamente alla superficie di congelazione, trovò per valore medio del coefficente di elasticità il numero $696 \frac{C\,g.}{m.\,m.^2}$, tanto per le une che per le altre. Questo resultato, tanto diverso dal coefficente 236, 3 indicato da Reusch nel 1880, indusse l' A. a ripetere le esperienze a Freiburg con mezzi più acconci, e quivi trovò i coefficienti 641,5 col metodo della flessione e 884 col metodo della velocità di propagazione del suono nelle sbarre di ghiaccio. L' A. accenna poi anche alla grande elasticità susseguente del ghiaccio e alla sua plasticità, che cresce in vicinanza del punto di fusione, ma che è sensibile anche a temperature inferiori.

A. Miller. *Osservazioni a una memoria di* H. Tomlinson: *sull'influenza della tensione e della deformazione sull'azione delle forze fisiche.* — Le osservazioni che l'A. fa alla indicata memoria si riferiscono ad alcune considerazioni sul modulo di elasticità, che non gli sembrano del tutto rigorose.

W. Hempel. *Macchina elettrica ad influenza ad alta tensione.* — La macchina è una Töpler-Holtz. È racchiusa in una cassa a pareti di vetro quando si voglia far funzionare in gas differenti: la chiusura è idraulica, e si ottiene praticando una scanalatura sul tavolo che porta la macchina, riempiendola di mercurio e facendovi immergere le parti inferiori della cassa di vetro. Quando si voglia adoprare a forti pressioni, la macchina è chiusa in una cassa di ferro, e allora la rotazione del disco si effettua mediante un piccolo motore elettrico situato nella cassa. Con questa disposizione l'A. ha trovato che la natura dell'ambiente in cui funziona la macchina ha influenza sulla quantità di elettricità ottenuta, e che questa cresce enormemente aumentando la pressione del gas racchiuso nella cassa.

J. Elster e H. Geitel. *Nota su una macchina ad influenza di forma semplicissima.* — Attorno ad un asse orizzontale sono girevoli sei conduttori cilindrici C formati da tappi di sughero coperti di stagnola, portati da sei raggi isolanti D. Quei conduttori passano, ruotando, attraverso due cilindri cavi matallici E isolati, verticali, che, per dar passaggio ai raggi D, sono tagliati longitudinalmente nella parte rivolta verso l'asse di rotazione. Questi cilindri cavi, dalla loro metà fino all'estremità da cui escono i conduttori C sono tagliati anche obliquamente, onde avere la massima distanza possibile fra i cilindri stessi e i conduttori mobili nel momento che questi escono da quelli. I cilindri fissi, all'estremità per la quale entrano nel loro interno i conduttori C, portano due molle metalliche F, che vengono toccate dai conduttori C.

Per mezzo di fori praticati nel loro mezzo, in ciascuno dei cilindri E penetra una molla G, isolata da tutto il resto, che può essa pure esser toccata dai conduttori C. Queste molle G possono mettersi in comunicazione metallica fra loro o esser poste a terra: sono cioè in comunicazione coi reofori della macchina.

Il funzionamento della macchina, che è fondata sul principio del *replenisher* di Thomson, è il seguente. Si comunichi ad uno dei cilindri E una piccola carica $+ e$. Quando un conduttore C tocca la molla G corrispondente, si carica negativamente per influenza. Uscito dal primo cilindro, quel conduttore entra nel secondo, ne tocca la molla F e lo carica negativamente, per rimaner carico per influenza positivamente quando tocca la corrispondente

molla G, e per aumentare poi la carica positiva del primo cilindro E quando ne tocca la molla F, e così via.

La macchina potrebbe esser più energica se ai conduttori C si sostituissero altrettanti settori di stagnola portati da un disco di vetro. Così si ricadrebbe essenzialmente nella costruzione Töpler; e se si togliessero anche i settori di stagnola e se si sostituissero i contatti a molla con dei pettini, si avrebbe la Holtz ordinaria.

E. RIECKE. *Sulla rotazione elettro-magnetica di un liquido.* — Sul contorno di un disco circolare di rame del diametro di mill. 132 fu saldato un anello parimente di rame. Fu costruito poi un anello di zinco dello stesso diametro esterno di quello di rame, dello spessore di $4^{mm},02$ e della larghezza di 21^{mm}. Sulla faccia inferiore di questo anello fu masticiata una lastra di vetro, e fu poi avvitato sull' anello di rame anzidetto. Nel mezzo di questa specie di vaschetta fu posto un disco di zinco dello spessore di mill. 4,08 e del diametro di mill. 19,48, e fu coperto il tutto con un disco di vetro. Versando del solfato di zinco nella vaschetta fu ottenuto un anello circolare di liquido, racchiuso lateralmente da superficie cilindriche di zinco, che servivano da elettrodi per mandare delle correnti radiali nel liquido; perchè le comunicazioni con la pila furon fatte mettendone un polo in comunicazione col centro del disco di zinco, e l' altro col centro del disco di rame sul cui contorno è avvitato l' anello di zinco. Tutto l' apparecchio fu posto su un' estremità orizzontale di un elettromagnete forato nel senso dell' asse. Eccitando l' elettromagnete, il liquido percorso da correnti si poneva in rotazione, e i movimenti delle sue varie parti furono osservati mediante fini ritagli di ceralacca in esso sospesi. Di queste particelle si notava la distanza dall' asse e il tempo di una rotazione. L' A. stabilisce la teoria del fenomeno, e per la velocità angolare di una particella di liquido ottiene una serie di esponenziali e di funzioni circolari i cui resultati concordano assai bene con le misure eseguite direttamente.

J. FREYBERG. *Esperienze colla bilancia magnetica di Töpler.* — La bilancia si compone di un magnete verticale e di un giogo leggero di ottone, saldati in croce, e girevoli attorno a un asse orizzontale che passa per il centro della croce. Alle estremità del giogo sono appesi due piatti leggerissimi di alluminio. Le letture delle deviazioni si fanno per mezzo dello specchio e del cannocchiale nel solito modo; ma il cannocchiale e la scala sono fissati alla cassa che chiude la bilancia, e prendono parte così alla rotazione che la bilancia stessa può compiere attorno a un asse verticale.

Per determinare il prodotto MH del momento magnetico per l' intensità orizzontale si dispone il piano d' oscillazione della bilancia nel meridiano, si mette un peso Q_1 in uno dei piatti e

fissa qual' è il punto della scala che si vede col cannocchiale. Si ruota la bilancia di 180°, e sia Q_2 il peso che occorre mettere sullo stesso piatto per veder col cannocchiale lo stesso punto di dianzi: allora si ha

$$M H = \frac{1}{2} (Q_1 - Q_2)\ l.\ g.$$

essendo l la lunghezza del braccio corrispondente al piatto su cui son posti i pesi.

Con questa bilancia l' A. ha determinato le variazioni $d\varphi$ nella declinazione magnetica disponendo il piano di oscillazione perpendicolarmente al meridiano, per mezzo della formola

$$\frac{d\,A}{d\,\varphi} = \frac{1}{2} (Q_1 - Q_2)\ e\,,$$

ove $d\,A$ è la deviazione osservata della bilancia per la variazione $d\varphi$ nella declinazione, ed e rappresenta la deviazione che risente la bilancia per un eccesso di carica uguale a 1 m. g. Queste determinazioni richiedono temperatura costante, perchè altrimenti varia la sensibilità della bilancia, come è stato dall' A. constatato direttamente.

La bilancia può servire anche a determinare la direzione del meridiano magnetico. (Cfr. *N. C.* XV. pag. 78).

H. Jahn. *Sul lavoro della corrente nella decomposizione degli elettroliti.* — È noto che dalle esperienze fatte fin qui si può dedurre che molto probabilmente la massima parte dell' energia di una corrente che, attraversando un elettrolita, non si trasforma in calore deve essere impiegata nel lavoro chimico, cioè nel trasporto degli ioni. In tal caso l'equivalente termico di questo lavoro chimico dovrebbe coincidere col calore di formazione dell' elettrolita. Collo stesso metodo seguito per verificare la legge di Joule negli elettroliti (pag. 161) l' A. ha sottoposto al controllo dell' esperienza la proposizione suaccennata, che resultò confermata pienamente.

L' A. osserva poi che moltiplicando il lavoro totale della corrente pel coefficiente 0,2395, trovato in queste e nelle precedenti esperienze, (*l. c.*), si dovrebbe avere il numero di calorie che si sarebbero prodotte se tutta l' energia della corrente si fosse trasformata in calore. Sottraendo da quel prodotto il calore effettivamente trovato, la differenza esprime il calore di formazione dell'elettrolita. Anche questa conseguenza è stata verificata per tre casi; quindi il coefficiente suindicato può servire alla determinazione delle calorie di formazione dei sali scomponibili dalla corrente.

O. E. Meyer. *Due modelli per spiegare la refrazione della luce.* — Non è possibile indicare come sono costruiti, senza potersi riferire ai disegni relativi.

F. Narr. *Su una variazione nella pompa a mercurio di* Jolly. — La modificazione portata alla nota pompa consiste nel fare le

giunzioni dei recipienti di vetro ai pezzi d'acciaio senza adoperare i mastici che, staccandosi spesso in piccoli frammenti, disturbano notevolmente l'andamento della pompa.

Il recipiente destinato a ricevere il mercurio, e che servirà poi da camera barometrica, l'A. lo fa di forma cilindrica, ed ha le aperture simili alla bocca di una bottiglia; ma i labbri sono spianati e smerigliati, e possono essere, per mezzo di manicotti e tiranti convenienti, premuti fortemente contro le pareti metalliche dei tubi della pompa, in modo da evitare ogni comunicazione coll'esterno. Questa disposizione può usarsi con vantaggio anche in altri apparecchi.

8. — C. Dieterici. *Influenza del tempo sulla formazione dei residui elettrici nella paraffina.* — Scopo dell' A. è stato di stabilire la teoria del fenomeno seguendo il metodo che fu tenuto dal Clausius nella trattazione dei dielettrici, e di paragonare le conseguenze teoriche coi resultati di opportune esperienze fatte su lastre piane di paraffina poste fra le armature di un condensatore. Dalle esperienze fatte resulta che l'andamento qualitativo della carica residua dipende dalla durata della carica iniziale, mentre è indipendente dalla grandezza della carica comunicata.

Partendo dalle formule stabilite dal Clausius l'A. ottiene per il potenziale ϕ che il dielettrico polarizzato possiede in un tempo t qualunque, l'espressione:

$$\phi = \phi_0 e^{\beta t} \left(1 - 2\psi(\alpha \sqrt{t})\right)$$

ove ϕ_0 è il valore di ϕ per $t = 0$, β ed α sono costanti, e ψ indica la funzione che esprime il valore di $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^R e^{-r^2} dr$ in termini del limite superiore.

Se k è la capacità dell' armatura superiore del condensatore, l'elettricità libera che si porta su di essa, cioè la carica residua, sarà quindi

$$R = K \phi_0 \left\{ 1 - e^{\beta t} (1 - 2\psi(\alpha\sqrt{t})) \right\}$$

Queste formule corrispondono completamente coi dati della esperienza.

E. Budde. *Sulla grandezza delle particelle elettriche elementari.* — Esistono in natura particelle elementari, discrete, di elettricità? come sono esse grandi? A queste domande l'A. risponde che per l'analogia coi pesi atomici degli elementi, se tali particelle elettriche esistono, in molti fenomeni deve figurare una quantità di elettricità sempre costante. Ora l'A. osserva che la legge di Faraday può enunciarsi così: « Sia K A un elettrolita, che sia scomposto dalla corrente nelle parti K e A, di cui ciascuna ha la valenza n; sia q la quantità di elettricità positiva che va al catodo con ciascun atomo o con ciascun radicale K: allora q/n è una quan-

tità assolutamente costante per ogni corpo e per ogni intensità di corrente ». Quindi colla stessa probabilità con cui diciamo, per es., che 12 è il peso atomico relativo del carbonio, possiam pur dire che q/n è la grandezza assoluta di una particella elementare di elettricità.

È facile calcolare q/n. Sia h l' intensità magnetica di quella corrente che in 1″ svolge 1 m. g. di idrogeno: ch sia la sua intensità in misura meccanica, N il numero delle molecole d' idrogeno contenute in 1 m. g.; allora in 1 m. g. vi sono 2 N atomi, e questi portano al catodo la quantità $ch/2$ di elettricità positiva, perchè $n = 1$. Perciò la quantità di elettricità che sta unita ad un atomo è data da

$$E = \frac{C h}{4 N};$$

e ponendo (in mm., m.g, sec.): $H = 957$, $c = 3, 10^{11}$, $N = 14{,}10^{19}$, si ha approssimativamente

$$E = 0{,}000\,00051, \text{m. g.}^{\frac{1}{2}}\ \text{mm.}^{\frac{3}{2}}\ \text{sec.}^{-1}$$

Questo valore rappresenta, secondo l' A., la grandezza probabile dell'atomo di elettricità.

E. Budde. *Sulla teoria delle forze termoelettriche*. II. mem. — Riferendosi alla sua prima memoria e alle osservazioni fattegli dal Kohlrausch (*N. Cim.* XV, pag. 80 e XVIII, pag. 78), l' A. osserva che partendo dalla teoria del Kohlrausch nell' espressione della f. e. m. di una coppia termoelettrica compariscono soltanto i quadrati delle temperature finali, ciò che è in disaccordo con le esperienze conosciute. Perciò il Budde continua a ritenere insostenibile la teoria del Kohlrausch, in confronto di quella del Clausius.

E. Budde. *Su una dimostrazione della legge elementare delle azioni elettrodinamiche*. — In una lettera a W. Weber nel 1845 Gauss espresse l' opinione che la differenza fra le azioni elettrostatiche e quelle elettrodinamiche fosse dovuta al fatto che le azioni elettriche non sono istantanee, ma richiedono un tempo per propagarsi, come la luce. L' A. passa in rassegna le diverse formule che sono state stabilite per le azioni elettrodinamiche, e dopo aver fatta un' estesa critica del metodo proposto da C. Neumann per stabilire la formula elementare, espone quali considerazioni occorre fare sulla natura dell' emissione, della propagazione e della recezione delle azioni elettriche, per farle concordare coi resultati sperimentali. Trova così che la formula del Clausius è la più semplice che possa stabilirsi per le azioni elettriche. Tuttavia fra la formula cui giunge l' A. e quella del Clausius v' ha sempre una differenza, che l' A. spiega col mettere in dubbio l' ipotesi del Clausius che una corrente chiusa fissa e costante non eserciti azione su una particella d' elettricità in quiete. La formula cui giunge l' A. coincide con quella del Clausius per le azioni fra i circuiti

chiusi; e vi coinciderebbe sempre purchè si ammettesse che l'elettricità positiva e quella negativa abbiano la stessa velocità assoluta nella corrente elettrica. Non ammettendo questa ipotesi le correnti elettriche chiuse dovrebbero esercitare azioni elettrostatiche, le quali dovrebbero tuttavia formar soggetto di opportune ricerche.

G. KIRCHHOFF. *Su alcune applicazioni della teoria delle deformazioni che subisce un corpo che si magnetizza o si polarizza dielettricamente.* — Viene applicata al caso dei liquidi e specialmente ai casi trattati dal Quincke (*N. Cim.* XVI, pag. 257) la teoria che fu stabilita dall' A. per i corpi solidi, e che fu accennata in questo Giornale nel Vol. XVIII, pag. 168.

W. KÖNIG. *Determinazione di alcuni coefficienti di attrito, e ricerche sull' influenza della magnetizzazione e della elettrizzazione sull' attrito dei liquidi.* — I coefficienti d' attrito sono stati determinati col metodo del disco oscillante e dell' efflusso dei tubi capillari. Quanto all' influenza che su essi può avere lo stato magnetico o elettrico del liquido, i resultati furon sempre negativi.

F. RÜDORFF. *Sulla solubilità dei miscugli salini.* — Non è possibile dare un breve cenno di questo lavoro, che del resto interessa più specialmente la chimica.

E. LOMMEL. *Sulla teoria della fluorescenza.* — L' A. confuta le obiezioni che gli furon mosse dal Wüllner (*Lerbuch der Experimentalphysik*) contro la teoria che della fluorescenza pubblicò nel 1878.

J. B. MESSERSCHMITT. *Ricerche spettrofotometriche di alcuni sensibilizzatori fotografici.* — Queste ricerche sono relative agli spettri di assorbimento di alcune sostanze colorate (essina, cianosina, fluorescina, amidoazobenzolo, solfato di chinino ecc.) che vengono adoperate in alcuni processi fotografici. L' azione della luce sui sali d' argento, specialmente sul bromuro, vien modificata da quelle sostanze, che rendono attivi anche i raggi poco rifrangibili che esse assorbono, e che altrimenti non decomporrebbero i sali stessi. Queste sostanze sono state chiamate sensibilizzatori ottici, per distinguerle dai sensibilizzatori chimici, che favoriscono la scomposizione già cominciata dei sali d' argento.

W. WERNICKE. *Correzione di due formole.* — La correzione si riferisce a formule contenute nel lavoro di Jochmann sulla riflessione e sulla rifrazione della luce negli strati metallici sottili.

A. ELSAS. *Osservazioni alla memoria del sig.* Melde: *Sulle ricerche acustiche sperimentali.* — L'A. fa notare che il metodo da esso indicato per mettere in vibrazione un filo (*N. Cimento*, XVII, pag. 161) non deve servire ad altro che a mettere in evidenza la suddivisione delle corde vibranti, e a riscontrare la legge di Mersenne; e che le obiezioni fattegli dal Melde derivano da un errore nella stampa di una serie di osservazioni fatte col suo appa-

recchio. Correggendo quell' errore i resultati suoi concordano perfettamente con quelli del Melde.

E. Lommel. *Modificazione della macchina ad influenza.* — Nel disco fisso della macchina di Holtz sono soppresse le finestre. Le due armature di carta si estendono per un arco di circa 100° ciascuna, hanno una larghezza di circa la metà del raggio del disco, e sono disposte simmetricamente rispetto al diametro verticale. Dalla parte inferiore dell' armatura di sinistra, e dalla superiore di quella di destra partono due sbarrette metalliche che sono piegate sopra il disco mobile, al quale rivolgono le punte di cui sono provviste. I conduttori fissi, muniti delle solite punte, sono orizzontali, in corrispondenza perciò della metà delle armature, e il conduttore diametrale è inclinato di 45° sul diametro orizzontale. La macchina si attiva comunicando una debole carica ad un' armatura, e funziona assai meglio delle ordinarie Holtz, specialmente in ambienti non troppo asciutti. In fondo essa è una Töpler-Holtz senza strofinatori.

T. Habler. *Su un' inesattezza della teoria dell' elettroscopio a foglie d' oro.* — Nel descrivere come si carica per influenza un elettroscopio, si nota generalmente che avvicinandogli un corpo elettrizzato, e toccando la pallina superiore con un dito, le foglie d' oro si abbassano. Ciò ha luogo effettivamente; ma solo perchè le foglie d' oro sono circondate da corpi conduttori (non fosse altro la guarnitura metallica e le striscioline di stagnola), che sono parimente influenzati, e perciò le foglie d' oro non possono conservare una carica elettrica. Ma se l' elettroscopio a campana di vetro si adopra molto lontano da ogni conduttore (come si ammette nella spiegazione che si dà del modo con cui esso si carica) e si fa uso di una sorgente d' elettricità non troppo debole, nel toccare col dito la sferetta superiore anche le foglie d' oro restano influenzate e divergono ancor più di quando non erano poste in comunicazione col suolo.

Journal de Physique [1] 1885.

Maggio. — Potier. *Sopra la teoria del contatto.* — Un disco di zinco è riunito ad un disco di rame, per mezzo di un filo di rame; e così i due dischi formano un condensatore di capacità C e di carica $e = VC$; e se attraendosi si riavvicinano fra loro, producono un lavoro $\frac{1}{2} d (V^2C)$. Sia dq la quantità di calore necessaria a darsi al sistema perchè resti a temperatura costante, mentre la quantità de passa attraverso la saldatura zinco e rame, e mentre diminuisce la carica del sistema; e sia dU la variazione di energia: avremo, I essendo l' equivalente meccanico del calore,

1) Abbiamo già altra volta avvertito che in questa Rivista non comprendiamo i lavori compresi nella Rivista dei *Comptes rendus*.

$$\mathrm{I}dq = d\mathrm{U} + \frac{\mathrm{V}^2}{2}\, d\mathrm{C}\,.$$

Il fenomeno è invertibile, ed applicando il secondo principio, si ha

$$\frac{d\mathrm{U}}{d\mathrm{C}} + \frac{\mathrm{V}^2}{2} = \mathrm{T}\frac{d}{d\mathrm{T}}\left(\frac{\mathrm{V}^2}{2}\right) = \mathrm{V}\mathrm{T}\frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{T}}\,.$$

Ora $\frac{d\mathrm{U}}{d\mathrm{C}}$ si compone di due termini: l'uno è la variazione di energia del condensatore, $\frac{1}{2}\mathrm{V}^2$, e l'altro è relativo al cangiamento che il passaggio di de produce nella costituzione delle superfici. Se $\alpha\, de = \alpha\, \mathrm{V}\, d\,\mathrm{C}$ rappresenta quel cangiamento, avremo

$$\alpha\,\mathrm{V} + \frac{\mathrm{V}^2}{2} + \frac{\mathrm{V}^2}{2} = \mathrm{V}\,\mathrm{T}\frac{d\mathrm{V}}{dt}\,,\ \text{ossia}\ \alpha = \mathrm{T}\frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{T}} - \mathrm{V}.$$

La teoria del contatto suppone $\alpha = 0$, e quindi $\mathrm{V} = \mathrm{T}\frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{T}}$, per cui le differenze di potenziale dovrebbero essere proporzionali alla temperatura assoluta, e si avrebbe un termometro perfetto per ogni temperatura. Per ora le esperienze, non confermando tal fatto non autorizzerebbero a porre $\alpha = 0$, onde parrebbe vi fosse una modificazione nelle superfici, ossia azion chimica e polarizzazione.

Duhem. *Inversione delle linee spettrali.* — Lo scopo di questa Nota, non suscettibile di un sunto, non molto lunga ma pur tanto da non poter trovar luogo qui, è di sviluppare sotto forma rigorosa le note idee del Kirchhoff sulla causa di quella inversione.

Meslin. — *Sulle dimensioni della forza elettromotrice e del potenziale, ed applicazione alla definizione della capacità.* — Giusta le conosciute notazioni per stabilire le formole delle dimensioni per le quantità elettriche, si hanno le uguaglianze $\mathrm{T} = \mathrm{FL} = ri^2t$ $e = ri$, $q = it$, per le leggi di Joule, Ohm e Pouillet; e si ha $\mathrm{V} = \frac{q}{\mathrm{L}}$ per definizione. Una quinta relazione si ha, come è noto, dalla legge di Coulomb o da quella di Ampère. Da quelle formule si ottiene $e = \frac{q}{\mathrm{L}} \cdot \frac{\mathrm{FL}^2}{q^2}$; e la dimensione di e diviene uguale a quella di V, se

$$\mathrm{F} = \frac{q^2}{\mathrm{L}^2}\,,$$

la qual cosa ha luogo nel sistema elettro-statico definendo la quantità di elettricità. Così nel sistema elettrostatico e e V hanno le stesse dimensioni, ma non così, come è noto, nel sistema elettromagnetico; per la qual cosa importa distinguerle fra loro. La capacità elettrica, quale si misura in unità elettro-magnetiche è il rapporto della quantità alla forza elettromotrice, e non al potenziale. È dunque quella definizione della capacità quella che si dovrebbe stabilire nel modo più generale.

Giugno. — J. Macé de l'Épinay. *Applicazione degli spettri cannellati di* Fizeau *e* Foucault. — In un precedente lavoro, l'A. studiò la dispersione della doppia refrazione del quarzo, e determinò i valori numerici necessari per calcolare con grandissima approssimazione, e per tutte le lunghezze d'onda comprese fra le strie B e la *h* dello spettro solare, i valori della funzione

$$Y = 2\,\frac{n' - n}{\lambda}\,.$$

I valori intieri della Y sono i numeri d'ordine delle frangie prodotte nello spettro da un quarzo parallelo all'asse grosso $0^{m},01$, posto fra il polarizzatore e l'analizzatore, e normalmente al raggio. Se quella lamina ha una grossezza *e* qualunque, i numeri d'ordine *p* delle frangie sono dati dalla formula $p\,\frac{\lambda}{2} = (n' - n)\,e$.

Ciò posto, l'A. procede alle seguenti applicazioni: 1.° determinare i numeri d'ordine di tutte le frangie date da una tal lamina. 2.° Calcolare in funzione del millimetro di Fraunhofer la grossezza della lamina. 3.° Graduare, col metodo di tal spettro cannellato, in lunghezze d'onda uno spettro prismatico qualunque. 4.° Studiare la dispersione di una sostanza qualunque. 5.° Determinare le differenze di cammino delle componenti di un movimento elittico vibratorio qualunque.

L. Cazes. *Modo di ottenere con la fotografia delle prove stereoscopiche prospettivamente esatte.* — Da alcune semplici considerazioni, l'A. conclude che le camere oscure devono fare con l'oggetto un angolo uguale a quello fatto dagl'occhi, che guardano un punto posto alla distanza della visione nello stereoscopio adoperato; e che devono esser poste alla distanza minima dall'oggetto, data dalla formula

$$D = \frac{10}{v}\,f\,d\,.$$

f è la distanza del centro ottico dell'obbiettivo alla immagine dell'oggetto; e *d* è la distanza fra i due piani estremi limitanti l'oggetto, e perpendicolari alla bisettrice delle due camere oscure. *v* è la distanza della visione normale ($0^{m},30$).

Agosto. — M. Mascart. *Sulla teoria della macchina di* Gramme. — L'A. esamina soltanto alcuni casi sufficientemente semplici, per non entrare nel problema generale delle macchine magnetoelettriche, e parte da alcuni dati esperimentali relativi alla macchina Gramme. La Nota è soltanto teorica, ma non sarebbe possibile il darne un sunto sufficientemente breve.

F. de Romilly. *Apparecchio per fare il vuoto.* — Questa Nota è un'aggiunta ad altra Nota, inserita nel tomo X, pag. 303, anno 1881, del *Journal de Physique*, nella qual Nota l'A. descrisse

il suo apparecchio, consistente di un getto di acqua o di mercurio che, escendo da un orifizio circolare inferiore, penetra attraverso ad un simile orifizio circolare superiore. In questa seconda Nota l' A. considera come si potrebbero rimediare alcuni difetti del suo sistema, che così com' è non potrebbe utilizzarsi nell' industria.

Settembre. — H. Dufet. *Ricerche esperimentali sulla variazione dell' indice di refrazione con la temperatura.* — È un sunto, di circa 30 pagine, di una Memoria stampata nel *Bulletin de la Société mineralogique,* tomo VIII, 1885. L'A. determinò le variazioni degl' indici, ordinario e straordinario, del quarzo e la variazione della doppia refrazione. Determinò la variazione dell' indice dell'acqua col metodo del prisma e col metodo delle frangie di Talbot, e la variazione d' indice della fluorina e del berillo. Per mezzo di una lamina di quarzo immersa nel liquido, l'A. determinò la variazione d' indice del solfuro di carbonio, della naftalina monobromata, della terebentina e dell' alcool.

Ottobre. — M. Terquem e Damien. *Sulle scariche irrompenti (disruptives) attraverso i solidi ed i liquidi.* — Una lamina di ghiaccio grossa un centimetro rimase forata dalla scarica di una macchina di Holtz, stando la lamina, unta con l' olio, fra due lamine di vetro attraversate dagl' elettrodi. Una scarica debole fornisce dapprima uno spettro continuo, che poi dopo presenta alcune strie lucide nel giallo e nel violetto, dovute all' aria che a poco a poco penetra nel canaletto ove avviene la scarica. Aumentando la scarica apparisce la linea del sodio; e continuando ad aumentarla (ma senza fare alcuna interruzione nel circuito) allontanando gli elettrodi, quella linea è rimpiazzata subitamente da una linea nera, prodotta dall' assorbimento dell' atmosfera gassosa del vapore di sodio attorno alla scintilla.

Gli A. provarono altre sostanze trasparenti, cercando di impedire, il più possibile, quel passaggio dell' aria, ma le sostanze cristallizzate si spezzarono subito. Altre sostanze diedero uno spettro continuo fino a che l' aria non potè penetrare. Fu esperimentata l' acqua, facendo uso di un gran rocchetto di Ruhmkorff. Con l' acqua e con altri liquidi isolanti si ottiene uno spettro brillante, continuo e sopratutto rimarcabile per la estensione e la intensità del violetto.

Per questi fatti gli Autori credono probabile che la scarica decomponga le molecole liquide; ma i gas incandescenti provenienti da tal decomposizione darebbero uno spettro continuo, come i gas in combustione. La maggior quantità di quei gas si ricombinerebbe dopo la scarica, ed un' altra, piccola quantità, resterebbe sviluppata. Bisognerebbe altresì ammettere un' alta pressione per quei gas, nell' atto del loro sviluppo.

A. Angot. *A proposito della Memoria del* Frölich *nella misura*

del calore solare. — La Memoria del Frölich è negli *Annali del Wiedemann*, e negli *Annales de Chemie et de Physique*, anno 1884. L' A. fa molti appunti a quella Memoria, la quale però è da lui riconosciuta molto interessante.

Novembre. — H. DUFET. *Sulla legge di* Gladstone, *e sulla variazione dell' indice molecolare.* — Come è noto, quella legge è espressa da

$$\frac{n-1}{d} = \text{costante},$$

ed è empirica. Il Mallard nel suo trattato di cristallografia fece osservare che secondo quella formula i corpi trasparenti sarebbero composti di molecole refringenti, distribuite in un mezzo identico all' etere nel vuoto. Sia, infatti, un' onda piana limitata ad una surface uguale all' unità, e che si sposti di una piccola quantità e, ma grande relativamente alle dimensioni delle molecole. Sopra ciascuna normale comune a due onde successive, o ai due successivi piani d' onda a distanza e, vi sarà uno stesso numero di molecole, onde il ritardo sofferto sarà il medesimo in ogni punto, e la seconda onda concorderà con la prima. Se dunque ε è la grossezza delle molecole, ed n è l' indice molecolare, il ritardo per ogni punto dell' onda sarà $e - \varepsilon + \varepsilon n$; e se N è l' indice apparente del corpo, avremo $Ne = e - \varepsilon + \varepsilon n$. Ma ε/e è il volume v occupato dalle molecole nell' unità di volume totale, onde avremo

$$(a) \qquad N - 1 = v\,(n - 1).$$

Pel caso dei corpi cristallizzati, nel quale questa dimostrazione sarebbe inesatta, l' A. arriva col calcolo alla stessa formula.

La quantità v è proporzionale alla densità d del mezzo, e si ha dunque

$$\frac{N-1}{d} = \text{cost.},$$

supponendo costante l' indice molecolare n.

Ciò premesso l' A. passa a considerare se o nò quell' indice n sia realmente costante, e conclude che approssimativamente soltanto si può ritenere n costante, quando non varia la temperatura. Quando poi la temperatura si innalza, l' indice di refrazione diminuisce insieme alla densità; e la legge di Gladstone mostra il senso del fenomeno, ma non vi corrisponde numericamente.

Dalla formula (a) derivando si ricava

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dv}{dt}(n-1) + v\frac{dn}{dt}.$$

Poichè la densità Δ del mezzo deve essere proporzionale a v, si ha

$$\frac{d\Delta}{dt}v - \frac{dv}{dt}\Delta = 0,$$

onde eliminando v, e $\frac{dv}{dt}$, si ha

$$\frac{1}{N-1}\frac{dN}{dt}-\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{dt}=\frac{1}{n-1}\frac{dn}{dt};$$

oppure, chiamando V il volume a t gradi del volume 1 a zero,

$$\frac{1}{N-1}\frac{dN}{dt}+\frac{1}{V}\frac{dV}{dt}=\frac{1}{n-1}\frac{dn}{dt},$$

formula più comoda pel calcolo. Siccome secondo la legge di Gladstone sarebbe zero il secondo membro della equazione precedente, le ricerche sono ricondotte ai valori numerici di quel secondo membro, ossia delle variazioni dell'indice.

In conclusione, dalle molte ed esatte ricerche dell'Autore risulta che pei liquidi la derivata dell'indice in funzione della temperatura è sempre negativa, ed ha un valore più grande di quello assegnabile con la legge di Gladstone. Risulta che pei solidi essa è ora positiva ed ora negativa, ed in quest'ultimo caso sempre più piccola che nol richiede quella legge; e, finalmente, che le soluzioni molto concentrate si comportano come i solidi, e le diluite come i liquidi.

Se questi dati si interpretassero come più sopra dicemmo si interpreta la legge di Gladstone, si avrebbero alcune leggi che riassumiamo come segue.

1° In tutti i liquidi, l'indice molecolare diminuisce se aumenta la temperatura, e nei liquidi poco refringenti la quantità $\frac{1}{n-1}\frac{dn}{dt}$ è sensibilmente la stessa.

2° In tutti i solidi, l'indice molecolare aumenta con la temperatura, e la quantità $\frac{1}{n-1}\frac{dn}{dt}$ ha valori prossimamente uguali fra loro, ma non identici.

3° I solidi disciolti conservano le loro proprietà.

4° La derivata di quell'indice non pare tenda a zero, aumentando la lunghezza d'onda; nei liquidi molto refringenti, sembra soltanto diminuire approssimandosi al valore che ha nei liquidi poco refringenti.

J. L. Soret. *Sul diapason.* — Come è noto, fu fatta una conferenza internazionale per fissare un *diapason normale*. Il *diapason* fino ad ora ha variato secondo i paesi, e diverse cause hanno contribuito ad innalzarne l'acutezza. Sembra all'A. che vi sarebbe vantaggio ad abbassarlo leggiermente fino ad 864 vibrazioni semplici; e fa osservare, che partendo da una vibrazione completa al secondo, si avrebbero per il do_{-2}, 16, per il do_1, 64, ecc. e per il do_3, 512 vibrazioni semplici al secondo, e quindi, per il la_2 432 vibrazioni complete, ossia 864 semplici al secondo. L'A. finisce la

sua Nota facendo osservare alcuni vantaggi che risulterebbero dalla sua proposta.

Dicembre. — V. NEYRENEUF. *Sulla determinazione della velocità del suono nel vapore dell' acqua bollente.* — Weber e Savart osservarono che un' ancia vibra o no, corrispondentemente a delle variazioni di lunghezza del suo tubo porta-vento, variazioni costanti, e che la somma di due intervalli successivi corrispondenti al suono ed al silenzio, è uguale alla lunghezza d' onda del suono proprio dell' ancia. Inoltre Biot ha verificato e l' A. ha confermato, essere il suono proprio dell' ancia indipendente dalla natura del gas nel tubo. Preparato dietro questi dati l' apparecchio, l' A. trovò per la anzidetta velocità il valore 40, 48 in metri.

M. D' OGAGNE. *Rappresentazione geometrica della formula delle lenti.* — Ox ed Oy son due assi coordinati, ed Oz la bissetrice dell' angolo da essi formato. Tiriamo una retta A B che taglia Ox in A, ed Oy in B. Se facciamo $OA = x$, $OB = y$ avremo

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 .$$

Un punto C di Oz avrà per coordinate $x = y = c$, onde

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} .$$

Facciamo sopra Ox ed Oy delle graduazioni comuni solite, e sopra Oz una graduazione tale che il punto e, la cui distanza da O contata nelle divisioni di Oz è e, abbia per coordinate $Ox = e$, $Oy = e$. Ciò posto se si riunisce il punto dell' asse Ox, numerato a, al punto della bissetrice numerato c, la retta che passa per questi due punti taglierà l' asse Oy in un punto numerato b, tale che verificherà la anzidetta formula. X.



VARIAZIONI DELL' ELETTRICITÀ ATMOSFERICA CON LE ALTEZZE; NOTA DEL PROF. L. PALMIERI.

(Dal *Rendiconto della R. Acc. delle Sc. di Napoli*).

Più volte fu asserito che le manifestazioni elettriche dell' atmosfera crescono di intensità al crescere delle altezze. Ma fino a che le osservazioni di meteorologia elettrica non furono comparabili, non era possibile fare osservazioni simultanee a diverse altezze e paragonarle tra loro.

Raggiunto da me questo scopo, mercè l' elettrometro bifiliare ed il conduttore mobile, mi diedi la pena di stabilire os-

servazioni contemporanee tra la Specola Universitaria e diversi punti della nostra città, ad altezze più o meno elevate. Con un apparecchio portatile feci osservazioni sul campanile di S. Chiara, sul forte di S. Elmo, sulla Specola di Capodimonte, sul molo nuovo di S. Vincenzo, cioè quasi al livello del mare, ecc. e nelle ore medesime il prof. Semmola faceva osservazioni nella Specola Universitaria. Messi d'accordo i nostri orologi, ciascuno di noi elevava il conduttore nelle ore convenute. Fatto il confronto, non sempre si verificò la maggiore tensione alle maggiori altezze, onde nel mese di luglio verso le ore 7 del mattino la maggior tensione si aveva presso al livello del mare, sul quale vedevasi una leggiera caligine.

Avuta più tardi (1872) la concessione del telegrafo tra la Specola Universitaria e l'Osservatorio vesuviano, stabilii una serie di osservazioni sincrone fatte più volte al giorno, non mai meno di quattro, elevando simultaneamente i conduttori ad un segnale convenuto tra le due stazioni.

Dopo due anni, presentai all'Accademia di Napoli i risultamenti comparativi per tutti i giorni sereni occorsi nel biennio; e quando la Memoria fu messa a stampa vi potetti aggiungere anche le osservazioni del 1875.

La Specola Reale di Capodimonte avendo anch'essa intraprese osservazioni quotidiane di meteorologia elettrica, il diligente osservatore Faustino Brioschi ebbe cura di stampare i risultamenti ottenuti sulla detta Specola e sulla Specola Universitaria, e queste due serie di osservazioni furono per qualche tempo pubblicate nei Rendiconti, quantunque per ragioni economiche la detta pubblicazione non sia stata poi continuata.

Dalle osservazioni fatte risultava, che in tutte le giornate calme e serene le intensità elettriche indicate nelle stazioni inferiori, superano quelle delle stazioni più elevate, avendo così non aumento ma diminuzione con le altezze; salvo certe rare eccezioni delle quali ho potuto conoscere le origini.

Postosi parecchi anni or sono un apparecchio sul Piccolo San Bernardo, ad oltre due mila metri sul livello del mare, ed un altro all'Osservatorio Carlo Alberto in Moncalieri, si è anche trovato che le tensioni misurate a Moncalieri sono superiori a quelle misurate sul Piccolo San Bernardo.

Io dunque mi son maravigliato vedendo che o ancor si trova

ripetuto che l'elettricità atmosferica cresce con le altezze, o che osservatori di merito si propongono di fare tali osservazioni come tentativi non ancora fatti. Mi duole che questa quistione venga in mente a qualche dotto osservatore italiano, il quale avrebbe il dovere di non ignorare quello che in Italia si è fatto in proposito.

Per la qual cosa, senza estrarre dai miei registri altri 10 anni di osservazioni fatte dal 1875 fin'ora, per dare un saggio di quello che ho asserito, prendo lo scorso mese di febbraio, con alcuni giorni di marzo, e ad onta delle continue variazioni del tempo, pure i numeri che rappresentano i valori dell'elettricità atmosferica, alla Specola Universitaria, alla Specola R. di Capodimonte ed all'Osservatorio vesuviano, mostrano ad evidenza quello che dico. Prendo una sola osservazione al giorno, alle ore 3 p. m., perchè il bullettino quotidiano meteorologico che la Specola di Capodimonte dà ad alcune nostre gazzette, questa sola riporta.

Credo utile notare che sebbene le stazioni da me citate non siano nella stessa verticale, pure i risultamenti costanti per anni interi di osservazioni, dimostrano a sufficienza la falsità della vecchia credenza, e credo anche necessario avvertire che volendo fare osservazioni sulla stessa verticale, bisognerebbe tenersi negli angusti limiti dell'altezza di un fabbricato, non evitando le perturbazioni che nascono quando in vicinanza degli apparecchi, e specialmente di sopra del loro livello, si trovino altri corpi, e però i risultamenti non potrebbero avere alcun significato. Più volte, in giorni feriali, ho messo l'apparecchio portatile nell'atrio della nostra Università, che pure è di una ampiezza considerevole, ed in tempi ordinarii non ho potuto avere alcuna indicazione.

Un'asta dei parafulmini sull'Osservatorio vesuviano che è alquanto prossima al conduttore mobile, e che si eleva presso a poco fino al punto ove questo arriva nella sua corsa, sottrae all'osservazione libera tre o quattro gradi di tensione, per cui conviene abbassarla nelle ore delle osservazioni, essendo appositamente articolata nella sua base. Ecco perchè giustamente il Prof. Wilde, Direttore dell'Osservatorio fisico centrale di Pietroburgo, mi domandava, alcuni anni or sono, a quale distanza dal parafulmine egli poteva collocare il conduttore mobile, senza riceverne perturbazione; e ricordo che furono fatti da me in quella

occasione appositi studii per dare una precisa risposta all'illustre osservatore.

Dimostrato evidentemente prima da Peltier e poi dalle mie lunghe osservazioni, che l'elettricità che s'appalesa sopra i nostri conduttori bene esposti ed isolati, è indotta e non comunicata ad essi dall'ambiente circostante, ed avendo credo a sufficienza dimostrato che l'elettricità inducente è nell'atmosfera, conviene supporre una zona inducente, ad una certa altezza, sul capo dell'osservatore, la quale si ha ove l'umidità relativa cresce pei vapori che pervengono dal suolo in una regione più fredda, o per correnti aeree di temperatura diversa che si sovrappongono. Risulta infatti dalle osservazioni di areonauti intelligenti, tra quali ricordo il Flammarion, che elevandosi nell'aria s'incontra sempre una certa zona d'umidità relativa massima, la quale talvolta rasenta il suolo e tal'altra s'incontra ad altezze superiori ai mille metri. In vece di una sola zona, nella quale l'umidità relativa cresce, possono alle volte formarsene due o più a diverse altezze.

Quando dunque questa zona inducente è più elevata, siccome interviene principalmente nelle ore calde della stagione estiva, in alto si ha più che in basso; ma se questa zona è più prossima al suolo o in vicinanza di questo se ne forma un'altra, può bene accadere l'opposto. Ed allorchè il conduttore mobile capiti nell'interno di questa zona le intensità delle indicazioni potranno avere differenze ch'è agevole prevedere. E se per avventura una caligine o una nebbia si formi in vicinanza del suolo, si avrà nuova ragione per avere in basso indicazioni più considerevoli. Così puossi agevolmente intendere eziandio perchè le ore de'massimi del periodo diurno non siano le stesse a tutte le altezze, siccome fu da me altra volta notato.

Nello specchietto che si pone in fine di questa nota [1]) non solo si vede mantenuta la legge da me indicata, salvo qualche rara eccezione, ma si può anche notare in quali condizioni si abbia elettricità negativa, e come con la caduta della pioggia le tensioni o potenziali smisuratamente crescono da non potersi più misurare.

Nel giorno 10 febbraio p. e. piove verso NNE della Specola Universitaria, la pioggia arriva alla specola di Capodimonte, ma

1) Per difetto di spazio non fu qui riportato quello specchietto.

non piove nè all' Università nè al Vesuvio. La tensione diviene ∞, positiva a Capodimonte, negativa alle altre due stazioni, secondo la legge da me trovata.

Ne' giorni 21 e 22 dello stesso mese la pioggia più estesa cadeva in Napoli ed al Vesuvio, e per tutti si ha infinito positivo.

Il giorno 23 da noi si ha — 8, 12 a Capodimonte e 16 al Vesuvio. Si vedea una pioggia sul mare. Dicasi lo stesso pe' giorni 26 e 28.

Dal dì 8 al 13 marzo, con vento di NE piuttosto forte, all'Università si aveva più che a Capodimonte, ed all' Osservatorio vesuviano si avevano tensioni che superavano quelle dell' Università. Del che si dà ragione supponendo sopra la nostra città una zona inducente molto bassa, oltre la quale si trovasse l' apparecchio di Capodimonte, ed un' altra zona inducente posta ad un livello superiore a quello dell' Osservatorio vesuviano. Ecco perchè quando le altezze differiscono di pochi metri generalmente si nota incremento con le maggiori elevazioni.

L' altezza della Specola universitaria sul livello del mare è di 57^m, quella di Capodimonte di 149 e finalmente di 637^m quella dell' Osservatorio vesuviano.

Giova finalmente avvertire che un grado elettrometrico corrisponde alla tensione che si ha da una coppia della mia *pila campione* il cui polo positivo comunica con l' elettrometro ed il negativo col suolo. Questa pila che trovasi già da molti anni descritta negli *Annali dell' Osservatorio vesuviano* è formata di 30 lamine quadrate di zinco ed altrettante di rame di 5 centimetri di lato, diligentemente isolate, unite per tensione ed immerse in acqua distillata contenuta in altrettanti bicchieri di vetro verniciati di gommalacca e posti sopra piedi isolanti. Il polo positivo di questa pila si fa comunicare con l' elettrometro ed il negativo col suolo: la deviazione dell' indice dell' elettrometro si mantiene costante per parecchi giorni, purchè non si trovi in un ambiente soverchiamente umido.

Io credeva che innanzi all' evidenza de' fatti i vecchi errori dovessero sparire, e pure di tempo in tempo li vedo riprodotti.

Nel congresso meteorologico internazionale tenutosi in Roma, io dimostrai in qual conto dovessero aversi le curve ottenute con l'apparecchio grafico Thomson perfezionato da Mascart, e rammento che l' eminente meteorologista francese pubblicamente di-

chiarò, che il mio apparecchio potea servire a verificare i risultamenti degli altri. La semplicità, la speditezza, la precisione sono le doti principali di esso. Leggendo le pregevoli memorie del Roiti e Pasqualini, che usano l'apparecchio grafico Thomson-Mascart, si notano già alcuni de' molti inconvenienti del detto apparecchio, il quale, ove si hanno mezzi e personale adatto potrebbe essere di qualche utilità, qualora si abbia l'apparecchio a conduttore mobile con l'elettrometro bifilare, specialmente come ora è ridotto, per dare a quelle curve le necessarie correzioni ed interpretazioni.

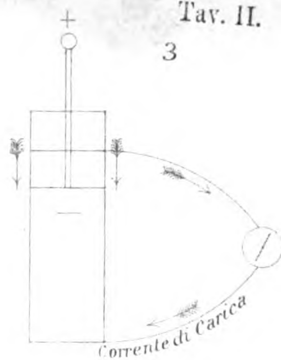
Con l'apparecchio Thomson perfezionato da Mascart, ad onta dell'acido solforico non si evitano le dispersioni che rendono le curve infedeli rappresentanti delle tensioni. La pila che dà le opposte tensioni a' quadranti dell'elettrometro può aversi costante per alcuni giorni, ma le tensioni polari non vanno esenti da dispersioni. Corre un certo tempo prima che l'indice dello strumento raggiunga il suo deviamento definitivo, e quindi lo strumento non solo non è pronto nelle indicazioni, ma alcune variazioni è incapace a registrarle. Figuratevi un termometro a grandissimo bulbo esposto all'ambiente e ditemi in qual conto terrete le sue indicazioni, specialmente se le variazioni della temperatura dell'ambiente siano notevoli e frequenti.

I fenomeni poi della vena liquida che io studiai nel 1850, suggerirono anche a me l'idea di applicarli alle osservazioni di meteorologia elettrica, ma le difficoltà di avere per lungo tempo costante la velocità di scolo, la necessità di dare alla vena liquida la stessa caduta, le perturbazioni nascenti dalle agitazioni prodotte dal vento sulla vena che discende, la sospensione del moto co' geli ecc., mi fecero preferire il metodo del conduttore mobile che, isolato a mio modo nell'interno della cameretta, quasi mai non patisce dispersioni e quando ve ne furono, lo strumento ve le dice e ve ne dà la misura.

Nel congresso meteorologico internazionale tenutosi in Roma, dietro la discussione avvenuta tra me e Mascart, fu deciso che si facessero osservazioni comparative con entrambi i metodi, ma finora, per quanto io mi sappia, non v'è alcun osservatorio nel quale questo studio comparativo siasi intrapreso.



Scariche dei condensatori.

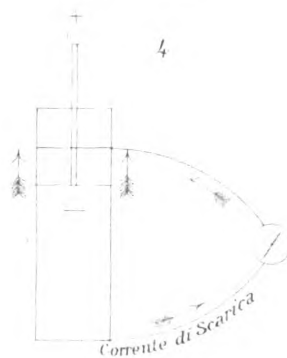


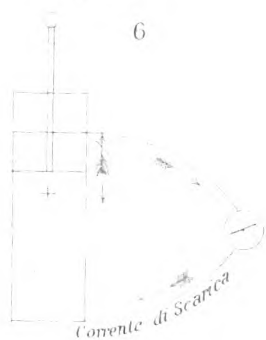
1

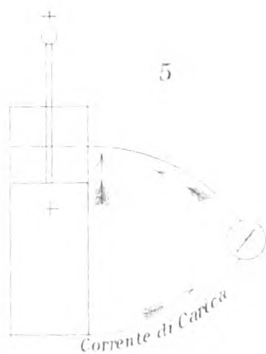
B'

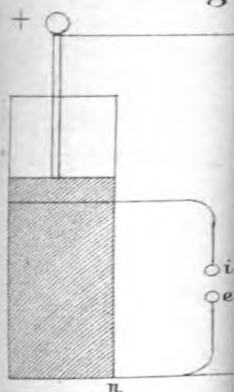
E

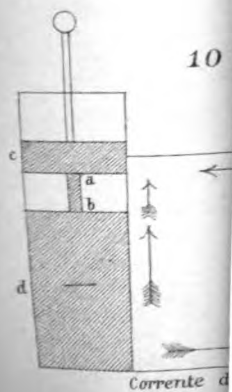
E

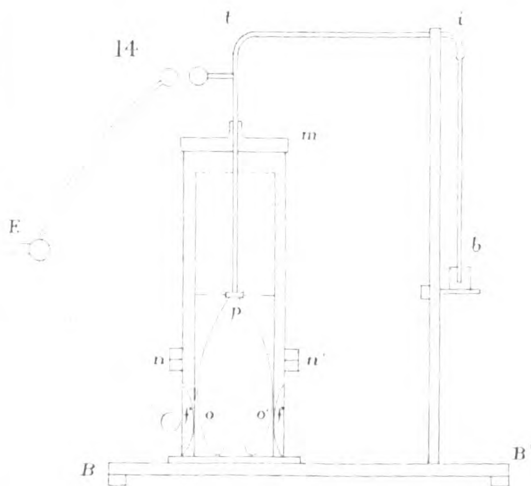


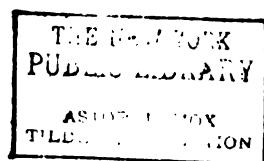












RICERCHE SULLE SCARICHE INTERNE ED ESTERNE DEI CONDENSATORI; MEMORIA DEL PROF. EMILIO VILLARI [1]).

Che realmente per la carica istantanea accorra nella bottiglia maggiore elettricità dopo averla scaricata rapidamente che dopo averla scaricata lentamente può dimostrarsi direttamente. Ed infatti, con una batteria di 8 bottiglie di 32 unità caricavo istantaneamente, attraverso il galvanometro, una bottiglia con 21 cm. di altezza di armature, e misuravo la corrente di carica, dopo che la bottiglia in una prima serie di esperienze era stata sempre scaricata istantaneamente, ed in una seconda sempre lentamente. Le misure furono così più volte eseguite ed i resultati ottenuti sono i seguenti:

TABELLA XII.

Num. d'ordine	Dopo la scarica	Corrente di carica		Num. d'ordine	Dopo la scarica	Corrente di carica	
1	Istantanea	69,5 72,5 730 740 74,8 730	72,62	3	Istantanea	730 73,2 71,5 740 710	72,52
2	Lenta	610 59,5 59,0 61,2 66,8? 620	60,6	4	Lenta	61,2 63,0 62,0 62,0 64,5 64,0 64,0 62,8 620	62,7

MEDIE

Istantanea	72,57
Lenta	61,60

Onde si vede che la corrente di carica fu di $72^{mm},6$, dopo la scarica istantanea, e di 61,6 dopo la scarica lenta [2]). Che poi

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 143.

2) Le scariche furono ciascuna volta completate con circuito metallico.

la differenza sia realmente dovuta al distruggersi o no della zon diffusa e quindi alla antecedente scarica più o meno complet può ancora dimostrarsi ripetendo le precedenti esperienze col ca ricare la bottiglia con la solita batteria, ma sempre lentament per mezzo di cordoni bagnati attaccati ai serrafili a, a'. Così o perando mancava la grande diffusione elettrica, ed allora per l carica passava sempre nella bottiglia, ad un dipresso, la stess quantità di elettricità comunque fosse stata scaricata dianzi cioè o rapidamente o lentamente. La Tabella seguente riporta i risultati di tali esperimenti:

TABELLA XIII.

I. SERIE			II. SERIE		
Dopo la scarica	Deviazione di carica		Dopo la scarica	Deviazione di carica	
Rapida	58,5 60,5 59,8 60,2 57,0 57,5 57,8 59,6	57,6	Rapida	58,0 59,5 61,5 60,4 59,0 61,2	59,9
Lenta	59,8 60,4 61,3 60,2 60,5 58,5	60,4	Lenta	58,0 57,8 58,7 58,9 59,5 58,5	58,7

MEDIE

Dopo la scarica	Deviazioni di carica
Rapida	58,75
Lenta	59,55

Onde si rileva che la bottiglia caricata lentamente e quindi scaricata, sia istantaneamente sia lentamente, ricevè dopo, per la nuova carica istantanea, sempre la stessa quantità di elettrico misurata da una deviazione di circa 59^{mm}.

Da ultimo aggiungerò che avendo caricato, al solito, una bottiglia istantaneamente con una batteria di 8 bottiglie e 27 cariche, ed avendo quindi col galvanometro misurata la sua corrente di scarica promossa, sia fra due palline, sia fra punte e palline, trovai detta corrente essere affatto costante nei due casi, come mostra la Tabella seguente:

TABELLA XIV.

DEVIAZIONI PER LA SCARICA fra			
Num. d'ordine	Palline	Num. d'ordine	Punte e palline
2	47	1	
4	47	3	46
6	47	5	47
8	48	7	47
10	46	9	46
12	44		
	medie 46,5		46,4
	Medesime	**Esperienze**	
1	46	2	45
3	43	4	45
5	47	6	46,6
7	45	8	48
9	45	10	47
11	47		43
13	47		44
15	47		47
17	45		
	medie 45,55		45,7

Onde se ne inferisce che in queste condizioni la quantità di elettricità che produce la corrente della scarica esterna non dipende, in modo sensibile, dalla maniera di scaricare il condensatore.

§ III.

Sul valore della scarica interna ed esterna dei condensatori.

Esposi già in altre Memorie i resultati relativi all'energia delle scariche, sì all'esterno che all'interno di condensatori, ora dirò di alcuni nuovi fenomeni osservati intorno al medesimo soggetto.

Le ricerche relative alle scariche interne furono eseguite col mio termometro Leido-elettrico altra volta descritto [1]). Esso, quale ultimamente l'ho costruito, è disegnato nella figura 14, ed è formato da una campana di vetro *mnn'* la quale ha il suo orlo inferiore masticiato in una ghiera di ottone *nn'*, che a vite si fissa al recipiente d'ottone *nn'*, *cc'* così strettamente da tener l'aria. Nel vano della campana e del recipiente, che costituisce il termometro, è contenuta una bottiglia di Leida cilindrica, alta 50 cm. e larga 10 cm. La sua armatura esterna, mercè tre forti molle *f, f* comunica col recipiente d'ottone, e l'interna del pari con tre forti molle *o, o'* è unita al tubo d'ottone *tp*, e per esso alle palline *q*. Il tubo passa attraverso un tappo di sughero che chiude ermeticamente l'apertura del coperchio *m* della campana, e poscia si continua con un tubo di gomma *ti* e col cannello di vetro *ib*, contenente un indice di alcool, il quale serve a misurare le dilatazioni dell'aria del termometro. L'apparecchio è unito ad una base di legno *BB'* che fa da sostegno. La pallina *q* serve per caricare o scaricare la bottiglia con l'eccitatore *E*. Perchè l'apparecchio funzioni regolarmente è necessario che le sue chiusure sieno perfette così da tenere l'aria, e che la campana *mnn'* sia verniciata internamente ed esternamente.

Avanti tutto dirò come le frange di scarica che si formano ai bordi delle armature svolgono del calore, pel quale non solo l'aria ma anche il vetro ove esse si producono si riscalda sensibilmente. Ed invero, se si carica e scarica più volte di seguito fortemente e con rapidità la bottiglia nel precedente termometro si vedrà, che esso mostra una dilatazione persistente di circa 10^{mm}

1) Villari. *Sulle scariche interne dei condensatori; l. c.*

per ogni cento scariche: la quale sparisce lentamente, e dopo parecchi minuti. Se le stesse esperienze si fanno con una bottiglia fuori del termometro, e poscia se ne esamini, con una termopila, la faccia esterna del vetro disarmato si troverà riscaldata soltanto la regione prossima al bordo dell'armatura.

Ciò premesso, le mie nuove indagini ebbero lo scopo di determinare l'energia delle scariche interne delle bottiglie nel momento della loro carica e scarica istantanea. Perciò caricavo la bottiglia del termometro rapidamente, riunendone le armature con quelle di una batteria di 4 delle consuete giare caricate con 14 unità; ed osservavo la dilatazione del termometro. Poscia scaricavo la bottiglia con un eccitatore a palline, e del pari misuravo la dilatazione del termometro dovuta alla scarica interna [1]): ed i resultati che ottenni da varie di queste misure sono i seguenti:

TABELLA XV.

I. SERIE		II. SERIE	
Dilatazione per la		Dilatazione per la	
Carica	Scarica	Carica	Scarica
2,4	2,3	2,0	1,9
2,7	2,3	2,4	1,8
2,6	2,5	2,2	2,1
2,8	1,8	2,2	2,2
2,6	1,8	2,3	1,8
2,5	2,1	2,5	1,9
2,7	2,0	2,6	2,0
2,6	1,8	2,8	2,0
2,6	2,0	1,8	2,1
		2,4	1,6
		2,2	2,0
		2,3	2,2
		2,3	1,9
		2,1	2,0
		2,4	1,7
medie 2,61	2,07	medie 2,30	1,95

1) Le frange che si producono nelle cariche e scariche interne della bottiglia, oltre che dilatare direttamente l'aria la dilatano altresì pel calorico che esse svolgono sul ve-

I numeri precedenti sono fra loro assai concordi, e mostrano che la dilatazione termometrica o l'energia delle frange di carica è alquanto maggiore di quella delle frange di scarica, perchè con la carica si diffonde più elettricità sul vetro che non se ne neutralizza nella scarica: il che concorda sia con le osservazioni galvanometriche sia con quelle eseguite mercè le figure elettriche dette di sopra.

Poscia cercai di determinare l'influenza che aveva la maniera di caricar la bottiglia sul valore della sua scarica interna. Perciò adoperai come sorgente elettrica costante una batteria di 4 bottiglie, caricata con 14 unità, la cui armatura esterna era unita all'omonima della bottiglia del termometro Leido-elettrico; e per caricar la bottiglia riunivo la sua armatura interna con quella della batteria, talvolta direttamente con un eccitatore a palline (carica istantanea): ed altre volte con lo stesso eccitatore, ma prolungato con un cordone bagnato di una trentina di centimetri di lunghezza (scarica lenta): nel quale ultimo caso subito completavo la carica mercè comunicazioni metalliche. Dopo caricata la bottiglia nei due modi indicati la scaricavo istantaneamente con l'eccitatore a palline, e misuravo nei due casi la dilatazione del termometro dovuta alla scarica interna. La batteria avanti ogni nuova esperienza veniva sempre scaricata con l'eccitatore metallico. I risultali di questi confronti sono qui di seguito riportati:

tro: ma le prime dilatazioni, alle quali si riferisce la Tabella precedente, svaniscono rapidamente e le seconde lentamente: e queste ultime sono quasi impercettibili quando sono prodotte da una sola scarica interna.

TABELLA XVI.

I. SERIE		II. SERIE	
CARICATO LA BOTTIGLIA		CARICATO LA BOTTIGLIA	
Rapidamente	Lentamente	Rapidamente	Lentamente
Dilatazioni per la scarica		Dilatazioni per la scarica	
1,5	1,8	1,4	2,0
1,8	2,0	1,6	1,9
2,0	2,1	1,8	2,0
1,9	1,6	1,7	2,0
1,8	2,0	1,8	2,1
2,0	2,3		
1,7	1,9		
1,7	1,8		
1,8	2,4		
17	2,3		
	2,5		
medie 1,79	2,27	medie 1,66	2,00

Tutti i numeri precedenti mostrano che la intensità della scarica interna è minore quando la bottiglia fu caricata lentamente, ed è più cospicua se fu caricata istantaneamente: e la differenza è sicura perchè sensibile e perchè confermata da molte esperienze tutte concordi. Codesta differenza è al solito dovuta alla maggiore diffusione elettrica prodotta dalla carica istantanea relativamente alla lenta, e quindi al maggiore riflusso elettrico che si verifica per la scarica successiva alla carica istantanea.

Dopo le precedenti ricerche feci alcune poche esperienze per determinare la relazione fra il valore della scarica interna ed esterna del condensatore, riservandomi di completare in seguito queste prime ricerche.

Ed avanti tutto ricorderò come io abbia di già dimostrato in altra occasione [1]) che la scarica interna di una bottiglia non varia, se s' aumenta la sua armatura interna: ed invece s' accresce assai sensibilmente quando la detta armatura si faccia più piccola dell' esterna. Questi fenomeni sono dovuti alla spiccata

1) Villari. *Sulle scariche interne dei condensatori;* l. c.

azione che esercita sulle scariche interne il potenziale della bottiglia.

Quando in un condensatore ad armature eguali si aumenta una di esse, il potenziale di una data massa elettrica non varia sensibilmente e perciò non varia neanche la scarica interna. Se per lo contrario si diminuisce l'estensione di una delle due armature eguali, s'accresce allora il potenziale della data massa elettrica [1]) ed in conseguenza s'accresce la scarica interna.

E partendo da queste considerazioni studiai l'influenza che esercita la estensione delle armature sul valore della scarica esterna: perciò sperimentai con una delle consuete giare, che caricavo internamente e sempre con 3 unità; quindi la scaricavo per mezzo del mio termometro eccitatore, e misuravo le dilatazioni in esso prodotte dalla scintilla eccitatrice unica, ossia dalla scarica esterna. Tale giara in alcune esperienze aveva le armature eguali e di 38 cm. di altezza ciascuna: in altre fu accorciata l'interna e ridotta a 30 cm. [2]); ed i risultati ottenuti da molte misure furono i seguenti:

1) La capacità di un condensatore dipende pressochè esclusivamente dell'armatura minore, o come suol dirsi, dall'estensione armata. Belli, *Trattato di fisica*, § 1033 e seg.

2) La bottiglia aveva le armature di 30 cm., che prolungai di 8 cm., attaccando sul vetro due strisce di stagnola unte con un poco di sego: per scorciar poscia una delle armature se ne staccava la striscia di stagnola corrispondente.

TABELLA XVII.

DILATAZIONE PRODOTTA DALL'ECCITATRICE DELLA BOTTIGLIA AD ARMATURE	
EGUALI Interna 38 — Esterna 38	INEGUALI Interna 30 — Esterna 38
8,7	10,2
11,0	9,7
10,8	9,7
8,0	9,0
8,0	10,0
12,0	9,4
10,9	10,0
10,0	9,0
10,8	10,8
9,8	10,7
9,7	10,0
9,2	10,0
10,0	11,0
10,3	9,9
9,9	9,4
10,0	10,0
media 9,94	media 9,92

I numeri precedenti mostrano che la dilatazione prodotta dall'eccitatrice esterna fu costante, sia con la bottiglia ad armature eguali sia con quella interna più piccola dell'esterna: e perciò si conclude che l'aumento di potenziale nel caso precedente è stato insufficiente a mostrare un aumento di energia nella scarica esterna.

Quindi rifeci le suaccennate misure caricando la stessa bottiglia con quattro unità elettriche, invece delle tre adoperate precedentemente, ed ottenni i risultati qui di seguito riferiti:

TABELLA XVIII.

DILATAZIONE GENERATA DALL'ECCITATRICE PRODOTTA DALLA BOTTIGLIA AD ARMATURA	
EGUALI Interna 38 — Esterna 38	INEGUALI Interna 30 — Esterna 38
13,9	18,0
17,0	26,0
16,8	18,9
17,0	27,0
18,0	25,0
18,0	18,5
17,9	29,0
18,8	20,6
17,0	19,4
19,5	18,6
15,0	19,8
16,0	23,5
17,5	20,0
15,0	20,8
18,0	18,7
16,5	22,0
media 16,99	media 21,61

Questi numeri mostrano chiaro che la dilatazione prodotta dall' eccitatrice esterna, generata dalla scarica di una bottiglia ad armature eguali, è sensibilmente minore di quella prodotta dalla medesima dopo però che l' armatura interna sia stata scorciata di 8 cm. E ciò è dovuto all' aumento di potenziale, il quale oltre dell' aumento della scarica esterna è accompagnato, come è noto, da un aumento della scarica interna.

Laonde concludendo potremo dire che diminuendo una delle armature di una bottiglia ad armature eguali, il potenziale di una data sua carica s' accresce, ed in conseguenza il valore della scarica aumenta, sì nell' interno che nell' esterno di essa.

Riassunto. — Nella carica di un condensatore l' elettricità delle armature si diffonde parzialmente sul vetro circostante, e da questo ritorna in parte a quelle, nel momento della scarica: cosicchè produconsi come un flusso e riflusso elettrico, i quali

studiati con un galvanometro a specchio ed a perfetto isolamento, condussero al risultato seguente:

Quando in un condensatore in equilibrio elettrico, una delle armature perde elettricità (nel concetto unitario), il vetro circostante supplisce in parte tali perdite, e produconsi correnti dirette verso l'armatura. Se, per lo contrario, una armatura acquista elettricità una parte di essa si diffonde sul vetro vicino, producendo correnti dirette verso il vetro. E tali flussi elettrici, quando sono sufficientemente energici, danno luogo alle frange di carica e di scarica.

Un condensatore, per mezzo di una batteria elettrizzata può caricarsi rapidamente o lentamente; e poscia può del pari scaricarsi lentamente o rapidamente. Le correnti che produconsi sul vetro ai bordi delle armature, sono più energiche nel momento della carica che della scarica; ed altresì più energiche per la carica e scarica istantanea che per la lenta.

Costrutto un secondo condensatore sul vetro libero d'una bottiglia, e distante dalle armature di questa per circa 30 millim. si producono grosse e vigorose scintille fra i due condensatori nel momento della carica e scarica istantanea della bottiglia. Se però si riuniscono le armature interne dei due condensatori mercè una di stagnola, allora nel momento della carica e scarica istantanea non si manifestano, come è naturale, più scintille internamente: e del pari una sola se ne produce esternamente, la quale scorre in prossimità della lista di stagnola interna, quasi fosse attratta da questa, sebbene essa sia percorsa da scarica di direzione opposta a quella della scintilla.

Quando si carica istantaneamente un condensatore, dalle armature si diffonde sul vetro molta maggior copia di elettricità, che nel caso della carica lenta: e parimente per la scarica istantanea, molto maggiore è la copia della elettricità diffusa che ricorre alle armature, che per la scarica lenta. Laonde un condensatore che si carica e scarica istantaneamente, può considerarsi come più ampio, e perciò come più capace della sua parte armata, onde si constatano i seguenti fenomeni col galvanometro.

In un condensatore caricato lentamente poca elettricità suolsi diffondere sul vetro, perciò la sua scarica, sia lenta sia ra-

pida, produce sensibilmente la stessa deviazione del galvanometro [1]).

Per la carica istantanea passa in un condensatore più elettricità che per la carica lenta, quando si abbia l'avvertenza di scaricarlo ciascuna volta istantaneamente, a fine di distruggere la carica diffusa antecedente.

La scarica istantanea consta di più elettricità, quando il condensatore fu caricato istantaneamente, che quando lo fu lentamente.

In una bottiglia, che si carichi istantaneamente accorrerà più elettricità, se la sua carica avvenga dopo averla scaricata rapidamente che dopo scaricata lentamente.

In una bottiglia che si carichi lentamente, con una data batteria, accorre sempre l'istessa quantità di elettricità sia dopo averla scaricata lentamente sia istantaneamente, per la poca diffusione che vi produce la carica lenta.

Introducendo una bottiglia in un termometro ad aria si osserva che le dilatazioni di questo, prodotte per le frange di carica, sono più cospicue di quelle prodotte per le frange di scarica, perchè maggiore è il flusso elettrico nel primo che nel secondo caso.

Le frange della scarica istantanea d'una bottiglia, sono più energiche e generano maggiore dilatazione nel termometro se la bottiglia fu caricata istantaneamente che se lo fu lentamente.

L'ampiezza delle dilatazioni del termometro, o l'energia delle scariche interne non varia, se si accresce l'estensione di una delle armature eguali della bottiglia, non modificandosene con ciò sensibilmente il potenziale di una data carica. Invece se una delle due armature eguali si scarica, la capacità del condensatore decresce; il potenziale d'una data carica cresce, e con essa aumenta la energia della scarica, e tale aumento si scorge sì nella scarica esterna che nell'interna della bottiglia, quando si sperimenti con elevate cariche elettriche.



1) In queste esperienze la bottiglia si soleva caricare istantaneamente o lentamente riunendo le sue armature con quelle di una batteria già carica, per mezzo di un eccitatore o tutto metallico ovvero prolungato con un cordone bagnato: e nel medesimo modo si producevano le scariche istantanee o lente. È a notarsi che le cariche e scariche lente subito si completavano chiudendo il circuito metallicamente.

SULLA DILATAZIONE TERMICA DI ALCUNI LIQUIDI A DIVERSE PRESSIONI; NOTA DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI [1]).

In una Nota [2]) precedente esposi i risultati da me ottenuti studiando la dilatazione termica dell'etere solforico a pressioni che variavano da 1^m a 25^m di mercurio. Pubblico ora nella presente i risultati delle esperienze da me fatte nelle stesse condizioni con il cloroformio e l'idruro di amile.

Il metodo sperimentale da me seguito per lo studio di questi liquidi, salvo piccole modificazioni, è quasi identico a quello, del quale mi servii per sperimentare con l'etere solforico; lo ricorderò quindi sommariamente.

L'apparecchio, che io stesso costruii, si componeva essenzialmente di tre parti: un *manogeno*, ove si produceva la pressione, un manometro ad aria compressa per misurarla, ed un recipiente che ho chiamato *piezodilatometro*, ove si osservava la dilatazione del liquido alle diverse pressioni. Questi tre pezzi tutti di vetro, senza mastice nè rubinetti, erano riuniti fra di loro mediante saldature, sicchè l'apparecchio riusciva completamente chiuso: un tubicino *a* di diametro assai piccolo, saldato alla estremità superiore del manogeno permetteva di mettere o no l'interno dell'apparecchio in comunicazione con l'atmosfera.

Il manogeno consisteva in un tubo di vetro con due laminette di platino, i di cui fili uscivano dal tubo da due tubicini ad esso saldati, e riempiti di ceralacca. Esso era pieno per due terzi di acqua acidulata, la decomposizione della quale forniva il gas necessario a comprimere l'apparecchio. Anche il tubo *a* veniva chiuso con ceralacca, che si faceva fondere dentro di esso, ed aperto, quando occorreva di ristabilire la comunicazione con l'esterno, mediante un getto di vapor d'acqua bollente. La ceralacca in tali condizioni costituiva una chiusura comoda e perfetta.

1) Le ricerche qui pubblicate furono eseguite nel Laboratorio di Fisica diretto dal prof. D. Macaluso, il quale ne mise a mia disposizione tutte le risorse, aiutandomi spesso con i suoi utili consigli. Sento quindi il dovere di manifestare al mio maestro i sensi della mia riconoscenza.

2) *R. Acc. dei Lincei. Transunti*, serie 3, vol. VIII.

Il manometro era formato da un tubo di vetro verticale lungo più di un metro, piegato inferiormente ad U e saldato ad un serbatoio, con mercurio preservato dall' ossidazione da uno strato di acido solforico. Il tubo verticale, graduato nella sua parte superiore per 53^{cm}, ad un quarto dalla piegatura inferiore aveva un rigonfiamento destinato ad aumentarne la sensibilità senza aumentarne la lunghezza, e di dimensioni tali che alle più basse pressioni da misurare il mercurio lo occupava interamente arrivando fino alle graduazioni. Sotto il rigonfiamento ed alla stessa altezza del serbatoio vi era una seconda graduazione lunga quasi 5 cent.; la graduazione superiore terminava a 3 cent. circa dalla estremità che era stata tirata in punta molto affilata. Vennero prima con molta cura calibrate le due graduazioni e poi, con diversi metodi, si determinò esattamente il peso di mercurio a 10° contenuto in una divisione tanto di quelle superiori che di quelle inferiori, e quello contenuto, nella punta superiore non graduata e nell' intervallo fra le due graduazioni. Il manometro venne ben disseccato e riempito con aria secca.

La formola adoperata per la determinazione delle pressioni fu la seguente:

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = 141,614$$

dove la costante è calcolata in modo che quando v esprime il peso del mercurio contenuto a 10° nello spazio occupato dall'aria in ogni esperienza, p dà la pressione espressa in metri di mercurio a 10°. Tale pressione veniva poi ridotta a 0°. Per i valori di α mi sono servito dei coefficienti riportati dal Blaserna [1]).

Il piezodilatometro si componeva di due parti: un recipiente e tre tubi graduati, saldati fra di loro, disposti l' uno parallelamente all' altro e lunghi complessivamente $1^{m},50$ circa. Il recipiente, diverso da quello adoperato per l' etere, il quale alla fine delle esperienze fatte con quel liquido era scoppiato, aveva a 0° il volume di $7^{cc},50000$.

Il suo coefficiente di dilatazione cubica medio fra 0° e 100° determinato direttamente su di esso col metodo del termometro a peso era 0,00002986; il coefficiente di compressibilità, per la pressione di 1^{m} di mercurio a 0° era 0,0000228.

1) *Lezioni sulla teoria cinetica dei gas*, vol. litog.

I tre tubi uniti al recipiente erano stati divisi in millimetri con la macchina divisoria per 52^{cm} circa di lunghezza e poscia calibrati separatamente con un oculare micrometrico: il volume delle tre divisioni tipo, alle quali le altre furono riferite, venne trovato pesando, ad una determinata temperatura, il mercurio contenuto in un numero conosciuto e molto grande di divisioni ridotto mediante le tavole di calibrazione.

Tutte le pesate occorrenti si fecero per differenza, con una bilancia Sartorius sensibile ad $^1/_8$ di milligramma ed equilibrando il vaso che doveva contenere il mercurio con una tara avente volume e superficie approssimativamente eguale a quella di detto vaso. È appena necessario di dire che si faceva sempre, quantunque piccola la correzione per l'aria spostata. Il mercurio adoperato era stato distillato nel vuoto.

Mediante metodi speciali che lungo sarebbe qui il descrivere, si misurarono le curvature non graduate dei tubi dopo che essi furono saldati fra di loro. Il recipiente era saldato al primo dei tre tubi, che terminava con una piegatura a *v*, per la sua estremità inferiore invece che per la sua estremità superiore come sogliono essere costruiti gli ordinarî dilatometri, e conteneva, nella sua parte superiore il liquido da studiare, ed inferiormente una quantità nota di mercurio il quale riempiendo interamente la ripiegatura giungeva fino alle graduazioni del tubo suddetto.

Questa disposizione permette di evitare parecchie cause di errore, che si sarebbero avute facendo le misure direttamente sul liquido, specialmente quelle dovute alla evaporazione della estremità della colonna di esso, alla diminuzione di volume derivante dalla adesione del liquido alle pareti dei tubi, ed alla incertezza della temperatura della porzione dello stesso contenuto nei tubi. Una disposizione speciale permetteva che il mercurio richiesto, accuratamente pesato, entrasse tutto nel recipiente, mentre questo era ancora vuoto e capovolto, senza che ne rimanesse lungo i tre tubi la benchè menoma quantità.

Il peso del mercurio introdotto nel recipiente nelle esperienze con il cloroformio fu: $p = 19^{gr},8291$; volume a 0^0 dello stesso $v_0 = 1^{cc},45840$. In quelle fatte con l'idruro d'amile si ebbe $p = 30^{gr},4937$; $v_0 = 2^{cc},24284$.

Per riempire il piezodilatometro con il liquido a cimentare dopo che vi era stato introdotto il mercurio, si operò in diverso modo a seconda del liquido da introdursi. Nel caso del cloroformio si scaldava il recipiente mentre capovolto aveva la punta immersa in un palloncino pieno di detto liquido, e siccome esso non percorreva, operando in tal modo, che la metà della distanza voluta, si doveva, per farlo entrare nel recipiente, raffreddare questo con un miscuglio frigorifero e comprimere mediante una pompa ad aria passante attraverso tubi di cloruro di calcio. Dopo che le prime goccie di liquido erano entrate, riusciva facile compiere l'operazione.

Per l'introduzione dell'idruro di amile, che attesa la sua estrema volatilità non potè essere eseguita col metodo ora descritto, si fece pescare l'estremità del piezodilatometro in un palloncino pieno di liquido, chiuso ermeticamente, e che si poteva mettere in comunicazione con l'atmosfera per mezzo di un rubinetto. Riscaldando prima fortemente il recipiente mentre il palloncino era immerso in un miscuglio frigorifero ed il rubinetto aperto, e poi chiudendo il rubinetto, immergendo nel miscuglio il recipiente e riscaldando il palloncino con la mano si raggiungeva lo scopo.

Dopo che il recipiente era riempito si circondava, sempre capovolto, con un miscuglio frigorifero e quando aveva raggiunto il minimo volume veniva bruscamente raddrizzato. Il mercurio allora occupava la parte inferiore del recipiente e la ripiegatura fino ai tubi graduati, imprigionando, per così dire il liquido da cimentare tutto nel recipiente. Si toglieva poscia l'eccesso di liquido e si saldava l'estremità dell'ultimo tubo del piezodilatometro al rimanente dell'apparecchio.

Per determinare le temperature si adoperarono due termometri, uno a scala arbitraria, diviso in parti che corrispondevano ad $^1/_{10}$ circa di grado, e di tale ampiezza da poter leggere comodamente con un cannocchiale i centesimi di grado e l'altro diviso in quinti che permetteva allo stesso modo di leggere i cinquantesimi. Entrambi, quantunque forniti dal costruttore (Müller) come calibrati vennero nuovamente calibrati con molta cura; essi andavano discretamente d'accordo.

I termometri ed il recipiente del piezodilatometro erano im-

mersi in un bagno di 10 litri circa di capacità pieno di una soluzione di cloruro di sodio; un agitatore, grande quasi quanto la sezione del bagno, mosso a mano per tutta la durata delle esperienze, vi produceva un'agitazione molto viva. I tubi del piezodilatometro e la parte graduata del manometro erano circondati da due cilindri di vetro pieni di acqua, che potevasi cambiare a piacere e della quale si notava ad ogni determinazione la temperatura.

Tutte le parti dell'apparecchio erano fissate sopra un sostegno di abete solidamente attaccato al muro; disposizioni speciali permettevano, quando occorreva, di vuotare il bagno e di sostituire ad esso un recipiente bucherato che si riempiva di neve fondente.

Le esperienze venivano condotte come segue: decomposta l'acqua acidulata del manogeno fino a raggiungere la pressione richiesta si circondava il piezodilatometro con neve fondente, e dopo una o due ore di immersione si leggeva con un cannocchiale la posizione del mercurio nel primo tubo graduato, determinando contemporaneamente la posizione dello zero dei termometri, la temperatura del cilindro, e misurando col manometro la pressione. Poscia, togliendo la neve, si metteva il piezodilatometro nel bagno, che si scaldava fino alla temperatura voluta, e si faceva la determinazione con il solito metodo dei massimi, procurando che la temperatura per 15 minuti almeno avesse delle variazioni sempre minori di $^1/_{20}$ di grado, spesso assai più piccole. Le determinazioni erano fatte all'incirca di 20° in 20°. Si tenne conto delle piccole variazioni prodotte nella pressione dalla variazione della temperatura ambiente e di quella dei liquidi contenuti nell'interno dell'apparecchio e nei calcoli, piuttosto lunghi e penosi, occorrenti a determinare le dilatazioni, si fecero tutte le opportune correzioni. Venne soltanto trascurata, essendo piccolissima, la variazione del coefficiente di compressibilità del vetro con la temperatura.

Il cloroformio venne purificato lavandolo molte volte con acqua ed in seguito con acido solforico concentrato e puro fino a scoloramento, poscia fu distillato parecchie volte su cloruro di calcio, rigettando le prime e le ultime porzioni. Le traccie di acido cloridrico, che si potevano forse avere per la decomposizio-

ne del cloroformio durante la distillazione, venivano tolte col carbonato di sodio puro e secco. Nel riscaldare questo liquido, per introdurlo nel recipiente, esso presentò però delle traccie di decomposizione, che si manifestavano con la produzione di un sottilissimo velo oscuro sulla superficie del mercurio. Il mercurio, rimasto in tal modo lievemente alterato, mentre scorreva perfettamente sulle pareti del tubo, anche quando la colonna era ascendente, si appiccicava un pochino nella curvatura inferiore. Ho ritenuto ciò non di meno attendibili, attesa l'estrema piccolezza di questa causa d'errore, i risultati qui sotto riportati.

L'idruro d'amile si preparò per distillazione frazionata dell'essenza di petrolio. Dalle successive distillazioni di 10 litri di essenza si ottennero 50^{cc} circa di prodotto passante alla distillazione quasi interamente fra 30° e 35°. Tale prodotto che ha per densità a 0° $d_0 = 0,644$ [1]) deve essere essenzialmente composta di idruro d'amile.

Stante la grande compressibilità di questo liquido e la sua bassa temperatura di ebollizione sarebbe stato interessante spingere lo studio della sua dilatazione fino alle maggiori possibili pressioni. Avevo l'intenzione di ciò fare, e terminate le esperienze alla pressione di 22^m di mercurio volli ancora aumentarla. Una violenta esplosione. (dovuta forse al riscaldamento eccessivo del manogeno) riducendo in frantumi quasi tutto l'apparecchio, pose però disgraziatamente termine alle mie ricerche, che sarebbe stata mia intenzione di continuare per altri liquidi già pronti per essere studiati.

Passiamo ora ad esporre i risultati ottenuti.

Per ogni pressione si fecero diverse serie di esperienze e tali serie riuscirono così concordanti fra di loro, che si ritenne inutile l'aumentarne il numero.

Mediante semplici interpolazioni si ridussero le varie esperienze di ogni serie, le cui pressioni variavano pochissimo fra di loro, ad una stessa pressione. Coi valori numerici così avuti si costruirono delle curve grafiche, per poterne ricavare le dilatazioni, per ogni pressione, alle stesse temperature. Il disegno di

1) Tale densità deve ritenersi soltanto come approssimativa, l'ultima cifra decimale non potendo essere garantita, stante l'estrema volatilità di questo prodotto che anche a basse temperature ha una tensione di vapore considerevole.

tali curve, eseguito con la massima diligenza sopra un foglio di carta divisa a millimetri di più di 1^{m} di lato, riuscì agevole, perchè le esperienze erano state fatte a temperature molto vicine a quelle per le quali nella curva si ricavarono le dilatazioni, ragione per cui una qualsiasi imperfezione grafica non poteva influire sui lavori dalle curve ricavati. Si ebbero così le seguenti tabelle.

Cloroformio

Temperatura	Dilataz. alla pressione di	
	1^{m}	15^{m},50
0°	0,00000	0,00000
20	0,02510	0,02465
40	0,05200	0,05115
60	0,08150	0,07980
80		0,11065

Idruro d' amile

Temperatura	Dilatazione alla pressione di		
	1^{m}	12^{m}	22^{m}
0°	0,00000	0,00000	0,00000
20	0,03238	0,03152	0,03075
40		0,06687	0,06487
60		0,10762	0,10487
80		0,15450	0,15012
100		0,21000	0,20417

Ho cercato di vedere se una sola formola empirica potesse rappresentare analiticamente tutto l' andamento della dilatazione fra i limiti di temperatura delle mie esperienze. Tale ricerca era stata da me fatta per l' etere solforico pel quale tentai invano formole di diversa forma. Allora dovetti, dividendo ognuna delle curve delle dilatazioni in più tratti, rappresentare ogni tratto con equazioni diverse. Per il cloroformio però e per l' idruro di amile le dilatazioni furono abbastanza bene rappresentate dalla equazione

$$\Delta = at + bt^2 + ct^3$$

dove i coefficienti a, b, c, calcolati col metodo del Degen hanno i seguenti valori:

Cloroformio

Press.^{e} 1^{m} $a = 0{,}001217$; $b = 0{,}00000160$; $c = 0{,}0000000125$
Press.^{e} 15^{m},50 $a = 0{,}001190$; $b = 0{,}000002044$; $c = 0{,}0000000046$

Idruro d' amile

Press.^{e} 12^{m} $a = 0{,}001514$; $b = 0{,}00000269$; $c = 0{,}0000000318$
Press.^{e} 22^{m} $a = 0{,}001468$; $b = 0{,}00000280$; $c = 0{,}0000000294$

Da queste equazioni si possono ricavare facilmente i coefficienti veri di dilatazione alle diverse temperature per ogni pressione. Li riportiamo nelle seguenti tabelle mettendoli in confronto con quelli dell' etere solforico.

Etere solforico

Temperatura	Coefficienti veri di dilataz. alla pressione di		
	9^m	17^m	25^m
0°	0,001520	0,001475	0,001449
20	0,001613	0,001600	0,001567
40	0,001805	0,001780	0,001753
60	0,002141	0,002087	0,002032
80	0,002431	0,002369	0,002319
100	0,002794	0,002743	0,002679

Cloroformio

Temperatura	Coefficienti veri di dilatazione alla pressione di	
	1^m	$15^m,50$
0°	0,001217	0,001190
20	0,001296	0,001277
40	0,001405	0,001376
60	0,001544	0,001485
80		0,001605

Idruro d' amile

Temperatura	Coefficienti veri di dilatazione alla pressione di	
	12^m	22^m
0°	0,001538	0,001468
20	0,001659	0,001615
40	0,001881	0,001833
60	0,002180	0,002121
80	0,002554	0,002479
100	0,003005	0,002908

Nel seguente quadro riportiamo infine i coefficienti di compressibilità alle diverse temperature, prendendo per unità di pressione quella di 1^m di mercurio a 0°; essi ci risultarono fra i limiti delle nostre esperienze proporzionali alla pressione.

Temperatura	Etere solforico	Cloroformio	Idruro d'amile
0°	0,000207	0,000101	0,000229
20	0,000258	0,000128	0,000318
40	0,000316	0,000162	0,000416
60	0,000407	0,000204	0,000486
80	0,000517		0,000610
100	0,000632		0,000714

Dalla disamina delle superiori tabelle si rileva che la dilatazione dei liquidi cimentati aumenta moltissimo con la temperatura, specialmente quando si oltrepassa quella di ebollizione sotto la pressione normale, conformemente ai risultati delle esperienze di Drion, Hirn e Avenarius. Si ha pure che per una stessa temperatura t la dilatazione da 0° a t diminuisce con il crescere della pressione, e tale diminuzione è specialmente per l'etere sensibilmente proporzionale alla pressione.



SULLA RELAZIONE TEORETICA TROVATA DAL *Dupré* FRA IL VOLUME, LA TEMPERATURA ED I COEFFICIENTI DI DILATAZIONE E DI COMPRESSIBILITÀ DEI CORPI; NOTA DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI.

Il Dupré nella sua teoria meccanica del calore (Parigi 69, pag. 144) stabilisce le seguenti equazioni

$$A = 10333\,(274 + t)\,\frac{\alpha}{\beta} \quad \text{ed} \quad A = a\Delta^2$$

che si possono assai facilmente ridurre all'altra:

$$(1) \qquad K = \frac{T\alpha V^2}{\beta}$$

nella quale T è la temperatura assoluta, V il volume del liquido a T ed alla pressione p (quando il volume di esso a 0° è eguale ad 1) α il coefficiente vero di dilatazione alla pressione p, β il

coefficiente di compressibilità a T e K una costante che dipende soltanto dalla natura del corpo.

Io avevo già visto che sostituendo nella (1) i valori di α, β, V determinati sperimentalmente per l'etere solforico alle diverse temperature, si avevano dei valori di K non costanti, ma crescenti con l'aumentare della temperatura. Simile risultato si è pure avuto calcolando nello stesso modo i valori di K per l'idruro d'amile, anzi in questo caso l'aumento di essi con la temperatura è assai più rapido [1]).

Dietro questi risultamenti ho voluto rivedere i calcoli dei quali Dupré si serve per stabilire la sua equazione ed ho trovato che, come ora mostrerò, egli trascura un termine, il quale se trascurabile nella maggior parte dei casi, specialmente quando si tratta di solidi o di liquidi poco dilatabili, nel caso invece di liquidi molto dilatabili, come quelli da noi studiati, può avere notevole influenza.

Il Dupré partendo dal teorema di Carnot ricava la seguente equazione.

$$A = T\frac{dp}{dt} \tag{2}$$

dove T è la temperatura assoluta, p la pressione alla quale è sottomesso il corpo quando il suo volume specifico è v e la temperatura centigrada t, A è la quantità ch' egli chiama *attrazione al contatto*, cioè l'attrazione che esercitano l'una sull'altra le parti del corpo situate dai due lati di una medesima sezione piana, e che noi, limitandoci allo studio dei liquidi chiameremo più propriamente pressione interna, risultante dalle attrazioni molecolari.

Nello stabilire tale equazione si ammette che il lavoro esterno sia trascurabile rispetto al lavoro interno, ciò che nel caso dei liquidi e dei solidi si è autorizzati a fare [2]).

1) Nello stesso modo si comportano la benzina e gli alcool propilico ed isobutilico, come si può ricavare dai risultati sperimentali del Pagliani *(R. Accad. dei Lincei*, serie 3, vol. XIX).

2) La (2) può dimostrarsi, come ha fatto vedere Heen *(Bull. de l'Acad. Royale de Belgique*, 3 série, tome IX, 1885), nel modo seguente. La Termodinamica ci fornisce l'equazione

$$C_p - C_v = \frac{1}{E} T \frac{dv}{dt} \frac{dp}{dt} \tag{3}$$

D'altra parte poichè quando si riscalda un corpo, per vincere le attrazioni moleco-

Inoltre dalla $f(p, v, t) = 0$ si ricava come è noto

(5)
$$\frac{dp}{dt}\Big| = \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{dv}{dp}}$$

e chiamando α il coefficiente di dilatazione vero alla pressione p, β il coefficiente di compressibilità a t e v_0 il volume del corpo a 0° si ha per definizione

(5')
$$\alpha = \frac{1}{v_0}\frac{dv}{dt}$$

(5")
$$\beta = \frac{1}{v}\frac{dv}{dp}$$

e quindi

(6)
$$\frac{dp}{dt} = \frac{v_0}{v}\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta + \Delta\beta}$$

chiamando Δ la dilatazione dell' unità di volume da 0° a t.

Il Dupré trascura il termine $\Delta\beta$ del denominatore della (6) e sostituisce nella (2) il valore approssimato

(6')
$$\frac{dp}{dt} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Tale semplificazione non si è autorizzati a fare nel nostro caso, Δ essendo considerevole.

Sostituendo invece nella (2) il valore di $\frac{dp}{dt}$ dato dalla (6) si ha

(7)
$$A = T\frac{\alpha}{\beta}\frac{v_0}{v}$$

la quale relazione ci permette di poter calcolare A alle diverse temperature e pressioni con maggiore esattezza.

Passiamo ora a ricercare la legge secondo la quale A varia al variare il volume di uno stesso liquido.

lari si impiega, nel caso in cui il lavoro esterno è trascurabile, una quantità di calore eguale alla differenza dei calorici specifici a pressione ed a volume costante si ha

(4)
$$C_p - C_v = \frac{1}{E}\frac{dv}{dt}A$$

Eguagliando fra di loro la (3) e la (4) si ottiene la (2).

Consideriamo perciò uno strato delle sue molecole, attirato da uno strato sottostante secondo una funzione qualunque della distanza. Se la densità del corpo cresce, poichè tale aumento di densità, o di numero di molecole avviene egualmente nei due strati e le molecole per il loro grandissimo numero occupano tutte le posizioni possibili, è facile comprendere che la pressione interna dovrà essere proporzionale al quadrato della densità del liquido e perciò inversamente proporzionale al quadrato del volume.

Si avrà quindi

$$A = \frac{m}{V^2} \tag{8}$$

dove m è una costante.

Chiamando K il valore di A quando $t = 0$ e quindi $V = V_0$ si avrà

$$A = K \frac{V_0^2}{V^2} \tag{8'}$$

Eguagliando i valori di A ricavati dalla (7) e dalla (8') si ha

$$K = \frac{T\alpha V}{\beta V_0} = \frac{T\alpha}{\beta}(1 + \Delta) \tag{9}$$

e facendo $V_0 = 1$ avremo

$$K = \frac{T\alpha V}{\beta} \tag{10}$$

che è una equazione più approssimata di quella del Dupré [1]).

Esaminiamo ora come la (10) si comporta quando viene paragonata ai fatti sperimentali.

Nelle seguenti tavole sono riportati i valori di $\frac{K}{100}$ ottenuti

1) Faremo qui osservare che sostituendo nella verifica sperimentale della (1) $\alpha = \frac{1}{V}\frac{dV}{dt}$ invece del coefficiente di dilatazione $\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dt}$ essa ci dà valori numerici eguali a quelli che si hanno dalla (10). Il Dupré è molto oscuro su questo riguardo, probabilmente perchè egli si occupa soltanto di determinare i valori numerici dell'attrazione al contatto per alcuni solidi ed alcuni liquidi alla temperatura ordinaria, nel quale caso i valori dati dalla (1) coincidono sensibilmente con quelli dati dalla (10).

per l'etere solforico e l'idruro d'amile, sostituendo nella (10) i valori numerici di T, α V, β alle diverse temperature e pressioni.

Etere solforico

Temperatura	Valori di K e differenze					
	Pressione 9^m	Differenze dalla media	Pressione 17^m	Differenze dalla media	Pressione 25^m	Differenze dalla media
0°	20,1	+0,7	19,5	+0,6	19,1	+0,6
20	18,7	—0,7	18,7	—0,2	18,3	—0,2
40	19,2	—0,2	18,8	—0,1	18,4	—0,1
60	19,4	+0,0	18,8	—0,1	18,3	—0,2
80	19,1	—0,3	18,6	—0,3	18,1	—0,4
100	19,8	+0,4	19,2	+0,3	18,8	+0,3
Media	19,4		18,9		18,5	

Idruro d' amile

Temperatura	Valori di K e differenze			
	Pressione 12^m	Differenze dalla media	Pressione 22^m	Differenze dalla media
0°	18,3	+1,4	17,5	+0,9
20	15,7	—1,2	15,3	—1,3
40	15,1	—1,7	14,6	—2,0
60	16,5	—0,4	16,3	—0,3
80	17,0	+0,1	16,4	—0,2
100	18,9	+2,0	18,2	+1,6
Media	16,9		16,6	

Come si vede, i valori di K nelle superiori tavole non sono perfettamente costanti.

Bisogna però osservare su questo riguardo:

1° Che le differenze dei diversi valori di K dalla media si alternano in modo irregolare e che le maggiori differenze si hanno a 0° ed a 100° alle quali temperature estreme la determinazione del valore di α è meno sicura.

2° Che un piccolo errore nella dilatazione può influire notevolmente sulla determinazione di α e che β viene determinato per differenza delle dilatazioni, quantità molto grandi relativamente ad esso.

Queste piccole cause di errore hanno grande influenza sulla determinazione dei diversi valori di K. Si potrebbero quindi attribuire le differenze fra essi agli errori inevitabili di osservazione ed ammettere che la (10) sia verificata per l'etere solforico e l'idruro d'amile.

Ciò non avviene per il cloroformio. Nella seguente tabella sono esposti i valori di K calcolati con la (10) nel modo anzidetto

Temperatura	Valori di K alla pressione di	
	1^m	$15^m,50$
0°	32,9	32,1
20	30,4	29,9
40	28,6	27,9
60	27,3	26,1

Si vede nettamente che i valori di K in questo caso decrescono con la temperatura. La equazione (10) non è dunque applicabile al cloroformio.

Passiamo ora ad esaminare a che cosa possa attribuirsi questo comportamento del cloroformio diverso da quello degli altri due liquidi. Faremo anzitutto osservare che nello stabilire la (8) si è ammesso implicitamente che la pressione interna sia indipendente dalla temperatura e dipendente solo dal volume, e che la (8) è l'identica relazione adoperata dal Van der Waals quando stabilisce la sua equazione generale dell' isoterma.

Come è noto Clausius [1]) ha fatto rilevare che l'equazione di Van der Waals dà dei risultati approssimati nella maggior parte dei casi ma non esatti nell' intutto, specialmente alle basse temperature quando, cioè, i gas si avvicinano allo stato liquido. Per spiegare tali differenze Clausius fa osservare che la pressione interna oltrechè dal volume, debba dipendere anche dalla temperatura, e che debba crescere quando questa diminuisce. È difatti probabile che, specialmente a basse temperature, due o più molecole si uniscano temporaneamente fino a che per nuovi urti tornino a separarsi. Per tener conto di questa influenza della temperatura, Clausius sostituisce, nella sua equazione dell' isoterma, al termine $\frac{m}{v^2}$ stabilito dal Van der Waals il termine

$$\frac{m'}{T(v+c)^2}$$

dove T è la temperatura assoluta e v una nuova costante.

Un fatto simile è assai probabile avvenga nel nostro caso. È possibile che riscaldando il liquido un numero più o meno

1) *Ann. der Physik und Chemie*, t. IX, 1880.

grande di molecole si disgreghino in altre meno complicate, subendo così la dissociazione fisica [1]).

In tal caso, restando il volume invariato, A non può rimanere costante col variare della temperatura, ma andrà decrescendo al crescere di essa. In generale noi potremo adunque, ammettendo la dissociazione fisica del liquido, sostituire alla (8) la equazione seguente

$$(8') \qquad A = \frac{C}{V^2(1+\mu)}$$

dove μ è una funzione di t crescente al crescere della variabile. Per determinare tale funzione non si hanno ora dati sufficienti.

Abbiamo in tal caso chiamando μ_0 e K' i valori particolari di μ ed A quando $t = 0$

$$(8'') \qquad A = K' \frac{V_0^2}{V^2} \frac{1+\mu_0}{1+\mu}$$

E sostituendo il valore di A dato dalla (8") nella (7) avremo

$$(11) \qquad K' = \frac{T\alpha V(1+\mu)}{\beta V_0 (1+\mu_0)}$$

la quale ci dimostra, poichè $\frac{1+\mu}{1+\mu_0}$ cresce con t, che se K' resta costante nella (11), K nella (9) deve andare decrescendo con l'aumentare della temperatura precisamente come avviene per il cloroformio e come avverrebbe evidentemente per le sostanze che, secondo le esperienze del Pagliani, soddisfano alla (1) (toluene, xilene, cimene).

Riassumendo possiamo concludere:

a) L'equazione del Dupré deve venire trasformata nella

1) Nel suo saggio di teoria dei liquidi Heen (*Annales de Chimie et de Physique*, serie 6. t. V, 1885) distingue le molecole in gasogeniche e liquidogeniche; le prime sarebbero le molecole che costituiscono i gas ed i vapori, le seconde quelle più complesse che costituiscono i liquidi: secondo l'autore le molecole liquidogeniche non sarebbero formate dalla semplice sovrapposizione delle molecole gasogeniche, ma bensì dall'unione di un numero più o meno grande di esse, saldate così intimamente fra di loro da formare realmente molecole di un nuovo ordine. La dissociazione fisica, che Heen chiama anche depolimerizzazione, sarebbe prodotta dalla rottura di alcune delle molecole liquidogeniche, sia completa in molecole gasogeniche, sia incompleta formando molecole liquidogeniche meno complicate.

(10) perchè dia valori della pressione interna più approssimati e più conformi ai risultamenti sperimentali.

b) L'equazione così trasformata è soddisfatta per alcuni liquidi; per altri da valori della costante decrescenti con la temperatura. Queste divergenze possono probabilmente esser prodotte dalla dissociazione fisica che subiscono alcuni liquidi quando se ne aumenta la temperatura.



SOPRA LA VERIFICAZIONE SPERIMENTALE DI ALCUNE EQUAZIONI TEORETICHE STABILITE DA *HEEN* NELLA SUA TEORIA DEI LIQUIDI; NOTA DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI.

Nel suo saggio di teoria dei liquidi Heen [1]) ammette le due seguenti ipotesi:

I) Quando per effetto del calore si dilata un liquido, ad eguali aumenti di temperatura, corrispondono eguali lavori di dilatazione.

II) Le molecole dei liquidi si attirano reciprocamente in ragione inversa della n^{ma} potenza della distanza.

Paragonando poi i risultati delle sue deduzioni teoretiche con le esperienze egli trova $n = 7$; per semplicità di calcolo egli pone $m = \frac{n}{3}$ quindi $m = \frac{7}{3}$.

Dalle superiori ipotesi egli ricava analiticamente le due seguenti equazioni:

$$\frac{\beta_t}{\beta_0} = \frac{T_t}{T_0} V^{2m-1} = \frac{T_t}{T_0} V^{3,666} \tag{1}$$

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_0 V^m = \alpha_0 V^{2,333} \tag{2}$$

β_t, β_0 sono i coefficienti di compressibilità, T_t, T_0 le temperature assolute a t ed a 0°, V il volume a t, quando $V_0 = 1$, ed α_0 il coefficiente vero di dilatazione a 0°.

1) *Annales de Chimie et de Physique*, série 6. tomo V, 1885; *Bull. de l'Acad. Royale de Belgique*, serie 3, tomo IX, 1885.

La (2) è ricavata da Heen dalle ipotesi I e II, la (1) dalle suddette e dalla equazione:

$$A = T \frac{dp}{dt} .$$

Essa è adunque una trasformazione della equazione:

$$K = \frac{T \alpha V}{\beta} \qquad (3)$$

fatta mediante le ipotesi sopracennate. (Vedasi la Nota precedente).

La (1) è stata sottoposta da Heen per alcuni liquidi a verifiche sperimentali con risultato a dir vero abbastanza soddisfacente. Per alcuni però essa ci dà valori un po' meno approssimati di quelli che si possono ricavare dalla (3).

Per il valerianato di amile, per esempio, abbiamo i seguenti valori di β_t.

t	β_t assoluto	β_t calcolato con la (1)	β_t calcolato con la (3)
10°	0,0000882	———	———
99°	0,0001559	0,0001640	0,0001568

nel quale caso si vede, che la (3) dà valori più vicini agli sperimentali di quelli che dà la (1)

Le nostre esperienze ci permettono di fare per i nostri liquidi la verifica sperimentale della (1) alle diverse temperature e pressioni.

Nelle seguenti tabelle sono riportati i valori di β_t osservati e calcolati.

Etere solforico

t	β_t osservato	β_t calcolato 9^m	β_t calcolato 25^m	Differenza
0°	0,000207	»	»	»
40	0,000316	0,000299	0,000297	+ 18
80	0,000517	0,000447	0,000439	+ 74
100	0,000632	0,000556	0,000554	+ 77

Cloroformio

t	β_t osservato	β_t calcolato 1^m	β_t calcolato $15^m, 50$	Differenza
0°	0,000101	»	»	»
40	0,000157	0,000139	0,000138	+ 19
60	0,000210	0,000164	0,000163	+ 47

Idruro d' amile

t	β^t osservato	β^t calcolato 12^m	β^t calcolato 22^m	Differenza
0°	0,000229	»	»	»
40	0,000416	0,000333	0,000331	+ 84
80	0,000610	0,000501	0,000495	+ 112
100	0,000714	0,000629	0,000618	+ 91

Come si vede nettamente dalla disamina delle superiori tabelle i coefficienti di compressibilità calcolati con la (1) risultano costantemente inferiori a quelli osservati e le differenze vanno in generale crescendo con la temperatura.

Per la (2) Heen ha trovato che essa dà risultati abbastanza soddisfacenti per liquidi in generale poco dilatabili. Il più grande dei coefficienti veri di dilatazione di essi, infatti, alla più alta temperatura alla quale egli ha operato non supera 0,00165.

L'Heen ha inoltre trovato paragonando i coefficienti di dilatazione dati dalla sua formola e quelli determinati dal Drion, differenze molto considerevoli.

Paragonando ora la (2) con le dilatazioni da noi studiate, si hanno anche differenze piuttosto notevoli. Nelle seguenti tabelle sono riportati i coefficienti veri di dilatazione osservati e quelli calcolati con la (2) alle diverse temperature e pressioni.

Etere solforico

t	Pressione 9m			Pressione 25m		
	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.
0°	0,001520	»	»	0,001449	»	»
20	0,001613	0,001633	— 20	0,001567	0,001553	+ 14
40	0,001805	0,001761	+ 44	0,001753	0,001670	+ 83
60	0,002141	0,001944	+197	0,002032	0,001814	+218
80	0,002431	0,002107	+224	0,002319	0,001985	+334
100	0,002794	0,002337	+457	0,002679	0,002192	+487

Cloroformio

t	Pressione 1m			Pressione 15m, 50		
	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.
0°	0,001217	»	»	0,001190	»	»
20	0,001296	0,001289	+ 7	0,001277	0,001260	+17
40	0,001405	0,001373	+32	0,001376	0,001337	+39
60	0,001544	0,001461	+83	0,001485	0,001423	+62
80	»	»	»	0,001605	0,001520	+85

Idruro d' amile

t	Pressione 12m			Pressione 12m		
	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.	$\frac{dV}{dt}$ osservato	$\frac{dV}{dt}$ calcolato	Differ.
0°	0,001538	»	»	0,001468	»	»
20	0,001659	0,001653	+ 6	0,001615	0,001576	+ 29
40	0,001881	0,001789	+ 92	0,001833	0,001700	+133
60	0,002180	0,001952	+228	0,002121	0,001852	+269
80	0,002554	0,002150	+404	0,002479	0,002035	+444
100	0,003005	0,002400	+605	0,002908	0,002264	+644

Esaminando le superiori tabelle si vedrà, che i coefficienti calcolati con la equazione di Heen risultano costantemente inferiori a quelli osservati e le differenze aumentano rapidamente

con la temperatura, precisamente come avviene per il paragone dei coefficienti di dilatazione trovati dal Drion.

Heen attribuisce queste divergenze alla dissociazione fisica che subiscono i liquidi con l'aumentare della temperatura, e dimostra che tale dissociazione deve far crescere i valori di $\frac{dV}{dt}$.

Sembra che tale spiegazione non si possa accettare nel nostro caso. Essa infatti, attesa l'entità delle differenze da noi avute, ci condurrebbe ad ammettere che la dissociazione fisica fosse molto notevole per l'etere solforico e l'idruro d'amile, ciò che è contrario ai risultamenti da noi ottenuti nella verifica sperimentale della equazione (3) (vedasi Nota precedente).

Sembra adunque che la (2) non sia generale per tutti i liquidi e per alcuni di essi dia dei coefficienti di dilatazione più piccoli di quelli sperimentali.

Poichè con la (1) siamo venuti ad una conclusione identica, e tanto l'una che l'altra equazione sono conseguenze analitiche delle due ipotesi; 1° che ad eguali aumenti di temperature corrispondano eguali lavori di dilatazione; 2° che le molecole dei liquidi si attirino in ragione inversa della settima potenza della distanza, ci sembra ciò possa mostrare che una di tali ipotesi od entrambe non siano generalmente applicabili a tutti i liquidi.



SUL MAGNETISMO PERMANENTE DELL'ACCIAIO A DIVERSE TEMPERATURE; APPENDICE ALLE DUE MEMORIE GIÀ PUBBLICATE SULLO STESSO ARGOMENTO DAL DOTT. GIUSEPPE POLONI, PROFESSORE NELLA R. UNIVERSITÀ DI MODENA.

1. Delle otto calamite permanenti che sottoposi finora all'azione del calore nei limiti di temperatura tra 15° e 300° all'incirca, le prime sei (A, B, C, D, F, G) magnetizzai a dirittura a temperatura ordinaria, senza prima esporle a veruna notevole variazione di calore; le ultime due (H, K) invece sottoposi a ripetuti riscaldamenti e raffreddamenti, entro i predetti limiti, avanti di magnetizzarle, per modo che esse avevano acquistato una porzione di magnetismo sotto l' azione induttrice della Terra: poichè è necessario ricordare che le sbarre entro il bagno erano disposte verticalmente. A questa porzione di magnetismo veniva di poi sovrapposto nel medesimo senso il magnetismo suscitatovi da un' elica percorsa dalla corrente, entro la quale venivano immerse le sbarre.

Occorre anche rammentare che il momento magnetico della sbarra si misurava dalla corrente indotta suscitata entro un' elica, la quale veniva attraversata da una porzione più o meno grande della calamita, mossa rapidamente in senso verticale. In tal modo delle prime due, (A, B) studiai soltanto le variazioni del magnetismo totale M che si misura facendo passare a traverso la spirale una metà della calamita; delle altre studiai anche la legge della distribuzione del magnetismo M_x lungo la sbarra alle diverse temperature. Or bene, *finchè non si oltrepassa la temperatura di* 180°, regge sempre per tutte le calamite la medesima legge di distribuzione:

$$M_x = A\,(1 + k^{-l} - k^{-x} - k^{-(l-x)}) \qquad (1)$$

N.B. Delle due Memorie già pubblicate sullo stesso argomento vedi per la 1a *Elettricista*, Firenze, Aprile-Maggio 1878, e *N. Cimento*, Pisa, 1878; per la 2a *Atti della R. Accad. dei Lincei*, Roma, 1882. Quest' ultima è il sunto di un manoscritto più esteso ch' io aveva presentato all' Accademia e dal quale tolgo alcuni risultati sperimentali per la presente comunicazione.

ch'è l'integrale della formula di Biot sotto la forma data da Jamin [1]):

$$m_x = a\,(k^{-x} - k^{-(l-x)}),$$

ove m_x rappresenta il magnetismo libero alla distanza x da una estremità della calamita di lunghezza l ($=50$ centim. nel nostro caso); $A = \frac{a}{\log k}$; a e k due costanti.

Ma *al disopra di* 180°, nelle calamite H e K la legge di distribuzione (indicata nella formula (1) dal valore di k) resta sempre invariabile a tutte le temperature, la linea neutra rimane sempre alla metà della sbarra. Al contrario in ciascuna delle altre calamite C, D, F, G, sia che si scaldino col polo nord rivolto in basso, sia che si scaldino col polo sud in basso, *al di sopra di* 180° *la linea neutra va spostandosi sempre più verso il polo nord*, diluendosi, per così dire, mano mano il magnetismo sud sopra ben due terzi della sbarra.

Esaminando le condizioni sotto le quali vennero cimentati i predetti sei magneti, poichè identiche sono le loro dimensioni e identico si può considerare il loro *stato fisico* [2]), non saprei attribuire ad altro la causa dei fenomeni diversi pei due gruppi (H, K) e (C, D, F, G), fuorchè all'avere scaldate ripetutamente fino a 300° le sbarre del primo gruppo avanti di magnetizzarle.

2. Occupiamoci di queste due H e K. Erano esse le due metà di una medesima sbarra lunga 1 metro e presentavano leggiere tracce di magnetismo irregolarmente distribuito. La sbarra H venne scaldata fino a 300° tre volte in tre giorni consecutivi, lasciandola ogni volta ritornare lentamente a temperatura ordinaria, e la Terra vi suscitò la polarità nord nella metà inferiore;

1) *Journal de Physique d'Almeida;* Tomo V, Febbraio 1876.

2) Secondo Jamin (*Journ. de Phys.*, loc. cit.) lo *stato fisico* d'un magnete è rappresentato dal valore di k e questo valore nelle calamite da me studiate variava tra 1,007 e 1,011.

onde per la sezione corrispondente alla metà della sbarra si ottennero nelle 3 serie i seguenti numeri [1]):

	$t=$	15°	100°	150°	180°	190°	200°	230°	300°	
1ª ser.	M=	− 1,5	+3	+5	+8,5	+11	+12,5	+13,5	+13,5	
2ª »	M=	+17	16,5	17,5	18	18	16	16,5	16,5	
3ª »	M=	+20	18	20	20,5	21,5	20	18,5	18.	(2)

La sbarra K parimenti scaldata più volte fino a 300° diede per la sezione corrispondente alla sua metà i numeri:

	$t=$	15°	100°	150°	180°	190°	200°	230°	300°	
1ª ser.	M=	+ 9	+11,5	+12,5	+15	+16,5	+19,5	+21	+20	
2ª »	M=	+23	22	22	22,5	23	23	22,5	22.	(3)

Avendo capovolto la sbarra e scaldata di nuovo l'induzione della Terra ne cangiò il senso della polarità e si ebbero i numeri seguenti, sempre per la sezione metà:

3ª ser.	M=	−16	−12,5	−10	− 5	−4	+ 0,5	+1,5	+ 3	
4ª »	M=	+ 2,5	+ 2,5	+ 2,5	+ 3	+4	+ 4,5	+5,5	+ 7	
5ª »	M=	+10	...	+ 8,5	+ 9	...	+10	...	+10,5	
6ª »	M=	+12,5	12	12	12	...	12,5	...	12.	(4)

Misurai anche il magnetismo nelle differenti sezioni delle due sbarre; ma qui per ora non mi occupo della legge di distribuzione, la quale del resto è sempre rappresentabile mediante la formola (1) anche per la polarità destata dalla sola influenza tellurica.

Noto soltanto come dai precedenti numeri appaia il conflitto tra l'azione della calamita tellurica da una parte e l'azione del calore dall'altra, la quale mentre favorisce l'influenza della Terra tende per conto suo a indebolire il magnetismo già acquistato dalla sbarra. Nel primo scaldamento prevale manifestamente la prima azione sulla seconda e nei successivi le due azioni contrarie tendono a bilanciarsi, ma durante il raffreddamento lento ha sempre luogo un aumento nella magnetizzazione.

1) Col segno + rappresento il magnetismo nord, col — il magnetismo sud.

3. Di poi le due sbarre H e K vennero calamitate nel medesimo senso della polarità acquistata precedentemente, immergendole completamente entro un'elica di filo grosso percorso da una corrente fornite da 3 elementi Bunsen. La H acquistò un magnetismo totale rappresentabile, coll'unità di misura del paragrafo precedente, dal numero 404; la K un magnetismo totale 412. Questi numeri devono ritenersi come eguali, avuto riguardo all'inevitabile incertezza nei coefficienti di riduzione delle diverse unità di misura adoperate nelle successive serie di esperienze, al fine di potere sempre assumere la deviazione del galvanometro proporzionale alla corrente indotta.

La prima fu scaldata col polo nord rivolto in basso (H_n) e raggiunse lo *stato normale* dopo dieci serie di riscaldamenti, dando alla linea neutra i seguenti numeri:

$t=$	15°	100°	130°	150°	165°	180°	190°	200°	210°	230°	300°
$M=+$	138	124	115	111	103	91	79	62,5	49,5	43	40. (5)

La K invece fu scaldata col polo sud in basso (K_s) e dopo raggiunto lo stato normale diede per M alle temperature sopraindicate:

$M=-$	104	95	...	72	61	52	42	29	22	15	7. (6)

Esaminando anche le osservazioni fatte per altre sezioni della sbarra, si rileva che la distribuzione del magnetismo è rappresentabile a tutte le temperature dalla formula (1), assumendo:

$$\text{per } H_n \quad k = 1{,}0093$$
$$\text{e per } K_s \quad k = 1{,}0081$$

e per A numeri proporzionali ai suindicati di M, che credo superfluo trascrivere, avendone già esposto qualche esempio nelle Memorie precedenti.

Cerchiamo ora, in base ai numeri delle serie (5) e (6), di valutare l'azione perturbatrice della Terra alle diverse temperature. Io penso che molto probabilmente le variazioni del magnetismo dovute alla sola temperatura, sbarazzate cioè dall'influenza perturbatrice della Terra, saranno rappresentate dalle medie dei

detti numeri, purchè sieno riferiti a identici valori iniziali; giacchè la Terra molto presumibilmente (data l'identità fisica delle due calamite e le condizioni in cui esse furono studiate) di tanto deve avere agito sulla H_n per aumentarne il magnetismo nord, di quanto sulla K_s per scemarne il magnetismo sud. Assumo perciò come 100 i valori iniziali 138 e 104 e nella medesima proporzione riduco rispettivamente i numeri delle due serie (5) e (6). Le medie aritmetiche per ciascuna temperatura saranno così per (H_n, K_s):

t=15°	100°	150°	165°	180°	190°	200°	210°	230°	300°	
M=100	90,56	74,83	67,33	57,97	48,82	36,59	29,01	22,79	17,86.	(7)

Ora il magnetismo acquistato dalla sbarra H_n sotto la sola influenza della Terra, come s'è detto al paragrafo 2, era rappresentato alla temperatura ordinaria da 20. Tale quantità di magnetismo, supposta sottratta all'azione della Terra, secondo la serie (7) si sarebbe ridotta alle temperature crescenti nel modo come è espresso nella serie:

t = 15°	100°	150°	180°	190°	200°	230°	300°
M = 20	18,11	14,96	11,59	9,76	7,32	4,56	3,57.

Questi numeri confrontati con quelli della serie (2) del paragrafo 2 mostrano che la Terra alle temperature indicate aveva aggiunto alla sbarra rispettivamente le quantità di magnetismo:

0	0	5,04	8,91	11,74	12,68	13,94	14,43	(8)

le quali devono adunque rispettivamente essere detratte da quelle fornite direttamente dall'osservazione ed esposte nella serie (5) del paragrafo 3. Eseguendo tale sottrazione i numeri della serie (5) si riducono come appresso:

t = 15°	100°	150°	180°	190°	200°	230°	300°
M = 138	124	105,96	82,09	67,26	49,82	29,06	25,57.

ossia:

M = 100	89,83	76,78	59,49	48,74	36,10	21,06	18,53

i quali coincidono assai bene con quelli della serie (7) media delle H_n, K_s.

Facciamo la stessa cosa pel magnetismo suscitato dalla sola Terra nella K_s; ma poichè qui le traccie di magnetismo (+9) possedute inizialmente dalla sbarra K non erano trascurabili come quelle (— 1,5) della H, così sarà necessario rilevare l'induzione tellurica sulle due metà della sbarra e prendere le medie.

Il magnetismo adunque acquistato dalla K dopo i primi riscaldamenti in una metà era rappresentato a temperatura ordinaria dal numero 23 (vedi serie (3) al paragrafo 2); e questo, ancora secondo la serie (7), si sarebbe ridotto a:

$t = 15°$	100°	150°	180°	190°	200°	230°	300°
$M = 23$	20,83	17,21	13,33	11,23	8,41	5,24	4,11;

vale a dire che la Terra avrebbe tolto alla sbarra K_s rispettivamente le quantità di magnetismo che si ottengono sottraendo per ordine questi numeri da quelli della serie (3). cioè:

0 1,17 4,79 9,17 11,77 14,59 17,26 17,89, (9)

Parimenti nell'altra metà della sbarra K il magnetismc rappresentato da 12,5 (vedi serie (4)), lasciato alla sola influenza del calore, sempre secondo la serie (7), si sarebbe ridotto come segue:

$t = 15°$	100°	150°	180°	200°	300°
$M = 12,5$	11,32	9,35	7,24	4,57	2,23

cioè ancora la Terra avrebbe aggiunto alla K_s le quantità di magnetismo:

0 0,68 2,65 4,76 7,93 9,77. (10)

Le medie formate con queste differenze e con le (9) corrispondenti alle medesime temperature vanno aggiunte ai numeri dati direttamente dall'osservazione ed esposti nella serie (6) del paragrafo 3. Così la quantità di magnetismo 104 nella calamita K_s verrebbe ridotta dalla sola azione del calore come segue:

$t =$	15°	100°	150°	180°	200°	300°
M =	—104	95,92	75,72	58,96	40,26	20,83

e la quantità 100 così:

M =	100	92,23	72,81	56,70	38,71	20,03

i quali numeri coincidono ancora con quelli della serie media (7).

Questi risultati mi sembrano dimostrare che la Terra non influisce sul fenomeno, fuorchè per quella parte che vi aveva già avuto nei primi riscaldamenti; di guisa che il magnetismo, aggiunto di poi a quello suscitato nella sbarra dall'influenza tellurica, non risentirebbe altro che le variazioni prodotte dal calore. Anzi questo fatto si verificherebbe non soltanto per le variazioni fransitorie che il calore produce in una calamita ridotta allo stato normale, ma eziandio per le perdite permanenti sofferte dalla calamita nei successivi riscaldamenti prima di ridursi allo stato normale. Difatti le due calamite H_n, K_s dalle quantità di magnetismo sensibilmente eguali 404 e 412 (vedi paragrafo 3) che avevano ricevuto da principio, si ridussero rispettivamente a 138 e 104, la cui differenza 34 è sensibilmente eguale alla somma del numero 20, che dietro la discussione precedente, converrebbe togliere alla prima, e del numero $17,75 = \frac{23 + 12,5}{2}$ che converrebbe aggiungere alla seconda, per eliminare il magnetismo indotto dall'azione tellurica.

4. In tal guisa mi sembra di avere potuto sceverare l'azione propria del solo calore sul magnetismo permanente della sbarra da quella induttiva della Terra, la quale ultima, per quanto si può rilevare dalle serie (8), (9), (10) del paragrafo precedente, pare cresca rapidamente fino verso 200° all'incirca e di poi vada diminuendo.

Ma per confermare queste deduzioni sarà necessario di poter eseguire le osservazioni sottraendo i magneti all'influenza della terra. E a tale intento io aveva già iniziato nel mio Laboratorio dell'Istituto tecnico di Milano alcune ricerche preliminari, scaldando e muovendo le calamite entro un bagno annulare di rame, disposto coll'asse perpendicolare al meridiano magnetico. Aveva

principiato dallo studiare gli stessi magneti C, D, F, G, H, K che avevo già studiato dapprima disposti verticalmente col polo nord o col polo sud rivolto in basso. Era da aspettarsi che, al pari delle due ultime, anche le prime quattro avrebbero, disposte orizzontalmente, conservata la linea neutra alla metà della sbarra, come ve la conservavano sempre, anche in posizione verticale, a temperature inferiori a 180°.

Invece con mia meraviglia osservai che la linea neutra alle alte temperature si spostava ancora *verso il polo nord* sempre come quando le sbarre erano disposte verticalmente.

È davvero un fenomeno curioso che avrebbe bisogno di diligente esame e di sicura conferma. Se non che io fui costretto a sospendere coteste ricerche, dapprima per ragioni di salute, di poi per cambiamento di residenza. Ma ho in animo di riprenderle, come prima abbia potuto procacciarmi i mezzi opportuni nel mio nuovo Laboratorio.

Modena, Marzo 1886.



INFLUENZA DELLA PRESSIONE SULLA TEMPERATURA DI FUSIONE DI ALCUNE SOSTANZE; STUDIO SPERIMENTALE DI A. BATTELLI.

È noto che sin dal 1849 James Thomson [1]) per via puramente teorica, giungeva alla conclusione, che assoggettando l'acqua ad una pressione superiore all'atmosferica, il suo punto di congelamento doveva abbassarsi; e calcolò che tale abbassamento aumentando di un'atmosfera la pressione, doveva essere uguale a circa 0,0075 gradi centesimali.

In seguito W. Thomson [2]) e Dewar [3]) verificarono coll'esperienza tale conclusione; ottenendo il primo un abbassamento di 0°,0075 e il secondo di 0°,0072 per l'aumento d'un atmosfera.

1) *Transaction of the Royal Society of Edimburg;* jan. 2, 1840.

2) *Phil Mag.* (3) XXXVII.

3) *Proc. R. S.,* XXX, 533, 1880.

Anche Mousson [1]) verificò il fatto abbassando la temperatura di fusione dell'acqua sino a circa 20° senza però procedere a misurare.

I soli Bunsen [2]) e Kopkins [3]) hanno fatto studi sopra altre sostanze, ma non hanno potuto verificare la conclusione di James Thomson. Essa vien espressa per tutti i corpi dalla formola

$$(1) \qquad \frac{L}{T} = \frac{1}{E}(v' - v)\frac{dp}{dt}$$

dove L è il calore di fusione della sostanza, T la temperatura assoluta della fusione, E l'equivalente meccanico del calore, v' e v i volumi specifici allo stato solido e liquido; dp la variazione della pressione e dt la variazione della temperatura. Ora nè Bunsen, nè Kopkins conoscevano per le sostanze da essi studiate i valori di L e di v' e v. Quindi mi parve di un certo interesse il verificare l'esattezza di questa formola importante anche per altre sostanze, com'era stato fatto per l'acqua.

L'elemento più difficile ad ottenersi pel calcolo di questa formola è la variazione $v' - v$ di volume, che subisce la sostanza nel passaggio dello stàto liquido allo stato solido. Questa variazione fu studiata da me, insieme col Dott. Palazzo [4]) per i seguenti corpi: paraffina, spermaceti, naftalina, nitronaftalina, paratoluidina, difenilamina, naftilamina. Non mi rimaneva quindi da trovare per queste medesime sostanze, che il calore L di fusione.

A tale scopo attesa l'incertezza che lascia questo genere di determinazioni su tali sostanze, ho usato due metodi differenti onde ottenere dalla media un risultato più conveniente. Il primo metodo (del riscaldamento) consisteva nel far riscaldare queste sostanze in un ambiente a temperatura fissa, onde evitare la soprafusione a cui vanno soggette, e dedurre poi dalla velocità di riscaldamento il calore specifico e di fusione.

Il secondo metodo è quello delle mescolanze; e l'apparecchio adoperato è quello stesso di cui mi sono servito insieme col si-

1) *Poggendorff's Ann.*, B. CX, s. 161, 1858.
2) *Poggendorff's Ann.*, B. LXXXI, s. 564, 1850.
3) *Rep. of Brit. Assoc.* 2, p. 57, 1854.
4) *Acc. dei Lincei, Memorie.* Serie 4, vol. I, 1885.

gnor Martinetti, per determinare il calore specifico e di fusione dell'acetato di sodio cristallizzato [1]).

Preparati così gli elementi pel calcolo della formola, sono passato ad osservare direttamente la variazione prodotta dalla pressione nella temperatura di fusione.

L'apparecchio adoprato a questo fine era costituito da un cilindro M di ferro a robustissime pareti, dell'altezza di 6 cent. e del diametro interno di 3 cent.; in esso veniva posta la sostanza da sperimentare. Questo cilindro si poteva chiudere con un coperchio pure di ferro, il quale si faceva aderire perfettamente all'orlo del cilindro per mezzo di un anello di gomma, e vi si teneva strettamente unito per mezzo di sei viti che si internavano nel corpo del cilindro stesso.

Il coperchio portava nel mezzo un ditale di ferro N. che si riempiva con mercurio, e dove si faceva pescare un termometro diviso in decimi ben campionato. Nel coperchio si trovava pure lateralmente un foro, dove si avvitava strettamente un forte tubo di rame C, il quale conduceva alla macchina di compressione.

Così disposto l'apparecchio, si sospendeva il cilindro per mezzo di tre fili metallici a un tappo di sovero, e lo si faceva scendere entro un recipiente cilindrico di rame alla cui bocca si adattava perfettamente il tappo, e in cui l'aria era già da lungo tempo stata riscaldata e mantenuta poi alla stessa temperatura da un largo bagno di acqua circostante, simile a quello adoperato per lo innanzi nella ricerca dei calori specifici.

Allora, per mezzo di un cannocchiale, si leggeva l'andamento del termometro, che si trovava nel ditale; e si determinava il punto di fusione della sostanza, descrivendo su larga scala la curva delle temperature in funzione dei tempi, e prendendo su di essa il punto in cui, dopo essersi per un certo tratto innalzata lentamente, cominciava ad innalzarsi più rapidamente.

Per ogni sostanza venne prima determinata la temperatura di fusione alla pressione ordinaria; e nuovamente si determinò dopo un aumento di pressione di 8, e poi di 12, e per alcune di 15 atmosfere. Le pressioni venivano misurate per mezzo di un manometro antecedentemente campionato.

1) *L'Ingegneria civile*, vol. XI, 1885.

Sotto ciascuna pressione la temperatura di fusione venne determinata due volte, per vedere se si otteneva concordanza.

Per eseguire poi il calcolo della formola (1), non ho preso per $v' - v$ il valore della sola dilatazione alla precisa temperatura di fusione; ma, come è naturale, vi ho aggiunto il valore della dilatazione dovuta al cambiamento di stato anche durante la pastosità della sostanza. E a tal uopo in ciascuna delle curve dei volumi descritti nella citata memoria delle dilatazioni di questi corpi, ho condotta la tangente alla curva stessa nel punto ove prende una piega più spiccata verso l'alto, prolungandola sino all' incontro della verticale abbassata dal punto della curva che corrisponde al principio dello stato liquido. La lunghezza di questo segmento della verticale dà il valore più conveniente di $v' - v$.

Per le calorie di fusione ho presa la media fra i valori ottenuti col primo metodo e col secondo, essendovi d'altronde fra di loro differenze abbastanza piccole.

Paraffina.

Per la paraffina si ha il calore di fusione $L = 35{,}35$

$$v' - v = 0{,}125$$

$$T = 325{,}70 .$$

Sostituendo nella formola (1) scritta nel seguente modo:

$$d\tau = \frac{v' - vT}{E . L} dp ,$$

si avrà per l' aumento di un' atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{0{,}125 \times 325{,}40}{4{,}25 . 10^4 \times 35{,}35} 1033{,}4 = 0{,}027978 .$$

Nella seguente tabella sono messi a confronto i risultati del calcolo con quelli dell' esperienza: in essa $p' - p$ rappresenta l'aumento di pressione; $\tau' - \tau$ la variazione della temperatura N di fusione.

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 52°,40.

$p'-p$	Temperatura di fusione	$\tau'-\tau$ osservata	$\tau'-\tau$ calcolata
8 atmosfere	52°,640	0°,240	0°,2238
12 »	52 ,760	0 ,360	0 ,3357

Nella paraffina dunque l'esperienza dà, per effetto della pressione, un aumento nella temperatura di fusione, alquanto superiore a quello che darebbe il calcolo [1]).

Spermaceti.

Per lo Spermaceti L = 36,87
$v'-v$ = 0,098
T = 316,90;

e per l'aumento di un'atmosfera nella pressione, si avrà

$$d\tau = \frac{0{,}098 \times 316{,}90}{4{,}25 . 10^4 \times 36{,}87} 1033{,}4 = 0{,}020482.$$

Quindi si ha la tabella di confronto.

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 43°,90.

$p'-p$	Temperatura di fusione	$\tau'-\tau$ osservata	$\tau'-\tau$ calcolata
8 atmosfere	44°,05	0°,150	0°,1638
12 »	44,12	0,220	0,2458

Nello spermaceti, come si vede, coll'esperienza si ottiene un aumento di temperatura più piccolo di quello che dà il calcolo.

1) Dalle esperienze sopra riportate del Bunsen risulta, per la variazione di un'atmosfera nella pressione un aumento di 0°,0305 nella temperatura di fusione dalla paraffina: risultato non molto discordante dal mio. Si noti che la paraffina da lui usata era alquanto diversa, fondendo essa a 46°,3 sotto la pressione ordinaria.

Per le esperienze del Bunsen, si ha un aumento di 0°,0207 nella temperatura di fusione dello spermaceti, per la variazione di un' atmosfera nella pressione: risultato abbastanza concordante col mio, sebbene lo spermaceti da lui adoperato fosse alquanto diverso.

Naftalina.

Per la naftalina si ha L = 35,46
$v' - v =$ 0,146
T = 352,20 .

Per l' aumento di un' atmosfera nella pressione

$$d\tau = \frac{0,146 \times 352,2}{4,25.10^4 \times 35,46} 1033,4 = 0,3526 .$$

Quindi si ha la tabella di confronto:

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 79°,20

$p'-p$	Temperatura di fusione	$\tau' - \tau$	
		calcolata	osservata
8 atmosfere	79°,480	0°,280	0°,2821
12 »	79,605	0,405	0,4232

Per la naftalina fra i risultati del calcolo e dell' esperienza si ha un accordo maggiore che per le due sostanze precedenti.

Nitronaftalina.

Per la nitronaftalina si ha L = 25,44
$v' - v =$ 0,078
T = 329,00

e per l' aumento di un' atmosfera nella pressione sarà

$$d\tau = \frac{0,078 \times 329}{4,25.10^4 \times 25,44} 1033,4 = 0,01962.$$

E si avrà la tabella di confronto:

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 56°,00

$p'-p$	Temperatura di fusione	$\tau'-\tau$	
		calcolata	osservata
8 atmosfere	56°,180	0°,180	0°,1962
12 »	56,300	0,300	0,2943

Qui per l'aumento di pressione di 8 atmosfere si ha dall'esperienza un valore di τ minore di quello dato dal calcolo; per l'aumento di 12 atmosfere invece, l'esperienza dà un valore maggiore; talchè facendo la media, si ha una sufficiente concordanza fra l'esperienza e il calcolo.

Paratoluidina

Per la paratoluidina si ha $L = 39,34$

$v' - v = 0,066$

$T = 311,90;$

onde si avrà per l'aumento di un'atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{0,066 \times 311,9}{4,25 . 10^4 \times 39,34} 1033,4 = 0,01272 .$$

Quindi si avrà la tabella di confronto.

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 38°,90.

$p'-p$	Temperatura di fusione	$\tau'-\tau$	
		osservata	calcolata
8 atmosfere	39°,000	0°,100	0°,1018
12 »	39,040	0,140	0,1527
15 »	39,080	0,180	0,1908

Per la paratoluidina, come pure in seguito per la naftilamina, ho fatto l'esperienza anche con un aumento di pressione di 15 atmosfere, avendosi per queste due sostanze un piccolo spostamento nella temperatura di fusione.

Difenilamina.

Per la difenilamina si ha $L = 21{,}18$

$v' - v = 0{,}062$

$T = 324{,}0$.

Onde si avrà per l'aumento di un' atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{1.062 \times 324.0}{4{,}25 \, . \, 10^4 \times 21{,}18} \, 1033{,}4 = 0{,}02306 \, .$$

E si avrà la tabella di confronto :

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 51°,00.

$p' - p$	Temperatura di fusione	$\tau' - \tau$	
		osservata	calcolata
8 atmosfere	51°,180	0°,180	0°,1845
12 »	51,260	0,260	0,2767

Naftilamina.

Per la naftilamina si ha $L = 19{,}39$

$v' - v = 0{,}041$

$T = 316{,}40$.

Onde si avrà per l'aumento di un' atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{0{,}041 \times 316{,}4}{4{,}25 \, . \, 10^4 \times 19{,}39} \, 1033{,}4 = 0{,}01627 \, .$$

E si avrà la tabella di confronto:

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 43°,40.

$p' - p$	Temperatura di fusione	$\tau' - \tau$	
		osservata	calcolata
8 atmosfere	43°,505	0°,105	0°,1301
12 »	43,580	0,180	0,1952
15 »	43,620	0,220	0,2440

Ho voluto anche esaminare l'influenza della pressione sulla temperatura di fusione delle leghe facilmente fusibili, ed ho scelte quelle di Lipowitz e di Wood, perchè meglio si adattavano ad essere studiate col mio apparecchio.

Ho adottato per esse la stessa composizione usata dallo Spring nella sua memoria « *Sulla dilatazione e il calore specifico delle leghe fusibili ecc.* [1]) .... », perchè appunto da' suoi dati io ho ricavato per queste leghe l'aumento di volume nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido e il calore di fusione.

Tale composizione è la seguente:

		in peso
Lega di Lipowitz $Bi^{11}Pb^{6}Sn^{5}Cd^{4}$	Bi.	49,98
	Sn.	12,76
	Pb	26,88
	Cd	10,38
		100,00
Lega di Wood $Bi^{4}PbCd^{2}Sn^{2}$	Bi.	55,74
	Sn.	13,73
	Pb	13,73
	Cd	16,80
		100,00

Nella Memoria dello Spring vi è una curva per ciascuna lega, che dà il volume della stessa lega alle varie temperature. Colle norme usate per le sostanze precedenti, io ho dedotto da queste curve la variazione di volume nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido. Ma siccome lo Spring valutava i volumi prendendo per unità quello della lega a 0°, ho dovuto fare il rapporto fra il reciproco della densità della lega a 4° (densità determinata pure dallo Spring) e il volume a 4° valutato sulla curva; ho moltiplicato quindi per questo rapporto la variazione precedentemente calcolata.

Per trovare il calore di fusione mi sono servito delle tabelle che sono nella Memoria dello Spring, e che danno le variazioni

1) *Acad. R. des sciences, lettres et beaux arts de Belgique;* 2. ser., t. XXXIX, p. 548.

di temperatura, che di secondo in secondo subiscono pesi determinati di ciascuna di queste leghe e di mercurio, posti in un dato ambiente a temperatura costante. Ho fatto uso della stessa maniera di calcolare adoperata per le sostanze precedenti.

Debbo notare però, che io non mi sono occupato di osservare lo spostamento che avesse potuto prodursi per effetto della pressione nel punto più basso di fusione di queste leghe, perchè in esso la temperatura saliva troppo rapidamente, nelle condizioni in cui era posto il mio apparecchio. Perciò ho calcolato il solo calore di fusione e la sola dilatazione dovuta al punto più alto.

Lega di Lipowitz.

Per la lega di Lipowitz si ha $L = 4,639$
$v' - v = 0,002176$
$T = 344,50$.

Onde si avrà per l'aumento di un'atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{0,002176 \times 344,50}{4,25 \times 10^4 \times 4,636} 1033,4 = 0,003931 .$$

E si avrà la tabella di confronto:

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria $= 71^\circ,50$.

$p' - p$	Temperatura di fusione	$\tau' - \tau$	
		osservata	calcolata
18 atmosfere	$71^\circ,585$	$0^\circ,085$	$0^\circ,0707$

Lega di Wood.

Per la lega di Wood si ha $L = 6,761$
$v' - v = 0,002034$
$T = 355,30$.

Onde si avrà per l'aumento di un'atmosfera nella pressione:

$$d\tau = \frac{0,002034 \times 355,30}{4,25 \times 10^4 \times 6,761} 1033,4 = 0,002599 .$$

E si avrà la tabella di confronto:

Temperatura di fusione alla pressione ordinaria = 82°,30.

$p' - p$	Temperatura di fusione	$\tau' - \tau$	
		osservata	calcolata
18 atmosfere	82°,353	0°,053	0°,047

Come si vede, questi risultati sono molto piccoli e meno concordanti col calcolo di quello che siano i risultati precedenti. Anzi debbo osservare che con aumenti di pressione di 8 e 12 atmosfere ho ottenuti risultati appena percettibili e poco concordanti fra loro. Quelli notati nelle presenti tabelle, sono ciascuno la media di tre determinazioni.

CONCLUSIONI

Dai risultati ottenuti si deduce senz'altro:

1.° Che rimane verificata la formola di James Thomson con bastante approssimazione per tutte le sostanze da me sottoposte allo studio.

2.° Che i valori dati dall' esperienza sono meno concordanti con quelli dati dal calcolo per le sostanze che non sono composti chimici ben determinati, ma piuttosto miscugli, come la paraffina, lo spermaceti e le leghe metalliche; e il cui stato pastoso si estende fra limiti più discosti.

Questo però sembrami doversi attribuire non già a un comportamento diverso di queste sostanze, sibbene alla inesattezza dei dati che hanno servito al calcolo della formola; essendo quasi impossibile il determinare per esse sulla curva dei volumi con tutta precisione la dilatazione dovuta alla sola fusione; e così pure il determinare con sicurezza il calore di fusione.

Osserverò in fine, che in nessuno de' miei risultati si riscontra quella meravigliosa concordanza fra l' esperienza e il calcolo, come in quello di W. Thomson; ma è da notare, lasciata anche da parte la valentìa di quell'illustre scienziato, che per il ghiaccio è ben fisso il punto di fusione, e ne sono conosciuti con esat-

tezza il calore di fusione e l'aumento di volume nel passaggio dallo stato liquido allo stato solido. Nelle mie sostanze invece era sempre difficile lo stabilire il punto di fusione; e il calore di fusione e l'aumento di volume pel cambiamento di stato non potevano certo andare esenti da qualche inesattezza, per quanta cura si sia posta nel determinarli.

La 1ª parte di questo studio venne eseguita nel Laboratorio di fisica dell'Università di Torino; la 2ª parte in quello dell'Istituto Germano Sommellier. L'apparecchio in cui sottoposi a compressione le sostanze venne costruito nel Laboratorio dell'Università.

Io debbo quindi alla gentilezza dei professori Naccari e Pagliani l'aver eseguito questo studio; e ne rendo loro i miei più vivi ringraziamenti.

Torino, Giugno 1885.



INTORNO AD UNA RECENTE DETERMINAZIONE DELLA DILATAZIONE DELL'ACQUA DA 4 A 0°; NOTA DI ANDREA NACCARI.

Il sig. F. Bonetti pubblicò l'anno scorso nel fascicolo di Giugno degli *Atti della R. Accademia de' Lincei* uno scritto intitolato: *Ricerche sperimentali sulla dilatazione dell'acqua fra* 0° e 10°. Benchè molte sieno l'esperienze accurate, che vennero fatte su questo argomento, pensò il Bonetti che si potesse raggiungere un maggior grado di precisione ed eseguì delle esperienze, che gli diedero dei valori notevolmente diversi da quelli accettati finora. Secondo il Bonetti la dilatazione dell'acqua da 4 a 0° è

$$0{,}0001582\,,$$

valore che grandemente si scosta da tutti i valori seguenti, che pur sono dovuti a Fisici degni di fede.

Hagen.	0,000127
Despretz	0,000131
Pierre.	0,000123
Kopp	0,000127
Rossetti (1ª serie) . .	0,000134
» (2ª serie) . .	0,000136
Jolly	0,000126.

Si noti che i numeri dati dal Despretz, dal Pierre e dal Kopp sono stati ridotti al valore che avrebbero avuto se fossero stati calcolati col coefficiente di dilatazione del mercurio determinato e calcolato dal Regnault, coefficiente, di cui s'è pur servito ne' calcoli il Bonetti.

Non mi occuperei d'un valore, che differendo di circa 20 per cento da quelli dati da Fisici accuratissimi, dovrebbe stimarsi poco probabile, se non fosse che il Bonetti insiste sulle precauzioni da lui prese per primo e fa parecchi appunti al modo di sperimentare dei Fisici nominati. Io che ebbi la fortuna di assistere alle esperienze del Prof. Rossetti su questo argomento, e conosco la cura e la precisione con cui egli le eseguì, non ho potuto ammettere che quegli appunti spiegassero la divergenza. Invero il Bonetti dà grande importanza alla determinazione da lui fatta del coefficiente di dilatazione del vetro anche per temperature prossime a 0°, e ciò infatti, supposto, ciò che è molto improbabile, ch' esso varii grandemente in vicinanza di 0°, spiegherebbe ogni cosa. Secondo i numeri dati dal Bonetti per i valori del coefficiente di dilatazione del vetro l'andamento di questa al crescere della temperatura appare così bizzarro che un numero grandissimo di esperienze sarebbe stato necessario per accertarlo. E forse un dilatometro che si comportasse così irregolarmente non avrebbe dovuto venire adoperato in esperienze di precisione.

Pensando all'importanza che ha il valore della densità dell'acqua a 0°, ho stimato opportuno di togliere il dubbio con l'esperienza, cioè di determinare la dilatazione dell'acqua da 4 a 0° evitando le cause d'errore che il Bonetti nota nelle altrui esperienze e misurando la dilatazione del vetro da 0° a 4°.

Ho preso un dilatometro, la cui capacità era di circa 100 cm^3, il diametro del cannello era circa mm. 0,9. Il cannello era lungo 15 cm. circa; era diviso in parti di egual lunghezza, che erano numerate dall'alto al basso. Il peso del dilatometro vuoto era

gr. 66,7497.

Ho empito il dilatometro con mercurio accuratamente depurato, e ve l'ho fatto bollire, stimando ciò necessario per cacciare interamente l'aria. Certo il riscaldamento dà origine ad una dilatazione del vetro, cui segue un ristringimento che si può prolungare di molto, ma è facile difendersi da questa causa di errore.

Per determinare la dilatazione dello strumento fra due temperature ho proceduto così. Collocato lo strumento in un cilindro che conteneva mercurio, in modo che questo arrivasse ad altezza poco inferiore al livello interno, io portava il dilatometro alla più bassa delle due temperature e levava il mercurio eccedente oltre una certa divisione del cannello. Pesava poi per avere la massa del mercurio contenuto. Rimetteva quindi il dilatometro alla temperatura di prima e osservava con precisione il livello del mercurio. Portava il dilatometro alla più alta delle due temperature, fra le quali voleva operare, e levava il mercurio eccedente riducendo il livello alla divisione di prima, indi pesava. Così le due osservazioni, dalle quali dipendeva il valore del coefficiente di dilatazione del vetro, venivano fatte a breve intervallo e non c'era pericolo che la lenta variazione di volume dovuta al riscaldamento del dilatometro avvenuto parecchi giorni prima alterasse i risultati. Un'altra causa d'errore veniva resa inefficace in tal modo. Se si toglieva il dilatometro dal mercurio, in cui era immerso, il che per pesare era necessario, la pressione del mercurio interno aumentava alquanto la capacità del dilatometro e la grandezza di questo effetto dipendeva dal tempo, durante il quale l'azione si esercitava. Parimenti se si immergeva nuovamente il dilatometro nel mercurio, l'accennata dilatazione diminuiva con lentezza. Questi effetti non possono venir calcolati e corretti; conviene evitarli. Si può ammettere ch'essi sieno evitati, se le due osservazioni, dalle quali si deduce la dilatazione, sieno fatte, come s'è detto, a breve intervallo, senza che mutino, durante questo, in quanto alla pressione, le condizioni del dila-

tometro. Tali precauzioni sarebbero forse superflue, se l'intervallo di temperatura, per il quale si cerca la dilatazione, fosse lungo, poniamo 30°; ma, volendo sceglierlo breve, qualora quelle precauzioni si trascurassero, potrebbe darsi che gli errori che si commettono per la difficoltà maggiore del problema sperimentale superassero l'errore che s'avrebbe misurando la dilatazione per più lungo intervallo e ammettendone costante il coefficiente anche per la temperatura più bassa.

Sieno

P e P_1 i pesi del mercurio contenuto nel dilatometro fino alla divisione n rispettivamente alle temperature t e t_1;

a e a_1 sieno i coefficienti medii di dilatazione del mercurio fra 0° e t, e fra 0° e t_1;

k e k_1 i corrispondenti coefficienti medii di dilatazione fra 0° e t e fra 0° e t_1.

Sarà

$$k_1 = \frac{\frac{P_1}{P}\frac{1+a_1 t_1}{1+a t}(1+kt)-1}{t_1}$$

Seguono i valori numerici che hanno servito al calcolo di k_1.

Peso non corretto del vetro del dilatometro

gr. 66,7281

alla temperatura $\tau = 10$, e alla pressione $H = 745$ mm.

Peso corretto = gr. 66,7497.

I^a^ determinazione di k_1

$$t = 0 \qquad t_1 = 4{,}10 .$$

Peso non corretto del dilatometro pieno di mercurio a 0° sino a 70,2

gr. 1435,4335.

$$\tau = 10 \qquad H = 744$$

$$P = 1368{,}6296 .$$

Peso non corretto del dilatometro pieno a 4°,1 fino a 70,2

1434,5678

$$\tau = 10 \qquad H = 742,3$$

$$P_1 = 1367,7640$$

$$a_1 = 0,000\,179\,11$$

$$k_1 = 0,000\,024\,72\,.$$

IIª determinazione di k_1.

$$t = 0 \qquad t_1 = 4^0,45.$$

Peso non corretto del dilatometro pieno a 0° fino a 68,95

gr. 1435,4458

$$\tau = 10 \qquad H = 742,3$$

$$P = 1368,6420\,.$$

Peso non corretto del dilatometro pieno a 4°,45 fino a 68,95

gr. 1434,5090

$$\tau = 10 \qquad H = 742$$

$$P_1 = 1367,7052$$

$$a_1 = 0,000\,179\,119$$

$$k_1 = 0,000\,025\,19\,.$$

Da queste due determinazioni prendendo la media si ha

0,000 024 955

e si può quindi prendere come medio coefficiente di dilatazione del vetro del dilatometro fra 0 e 4°

0,000 025 .

Considerato il grado di sensibilità che aveva la bilancia, di cui potevo disporre per pesi così grandi, la differenza dei due valori trovati per k_1 non è troppo forte. Essendo sufficiente il grado di precisione ottenuto per lo scopo che mi avevo proposto, mi sono contentato di queste due esperienze. Per vedere però se il mio dilatometro mostrasse qualche cosa di simile a ciò che aveva osservato il Bonetti, ho fatto altre due determinazioni, l'una fra 4,33 e 9,19, l'altra fra 9,717 e 1,202. In quest'ultima ho proceduto in ordine opposto a quello prima seguìto:

ho fatto prima l' osservazione alla temperatura più alta, poi ho aggiunto una quantità opportuna di mercurio pesata sopra una bilancia minore e più sensibile e ho portato la temperatura a tal valore che il livello ritornasse al punto di prima. Seguono i valori numerici relativi a queste esperienze.

III^a determinazione di k_1

$$t = 4{,}33 \qquad t_1 = 9{,}19$$

P = 1367,7052 come nella II.

$$n = 70{,}2$$

Peso non corretto del dilatometro pieno di mercurio fino a 70,2

gr. 1433,4913

$$t = 10{,}5 \qquad H = 741{,}8$$

$$P_1 = 1366{,}6876$$

$$a = 0{,}000\,179\,12$$

$$a_1 = 0{,}000\,179\,24$$

$$k_1 = 0{,}000\,025\,55\,.$$

IV[a] determinazione di k_1

$$t = 1{,}202 \qquad t_1 = 9{,}717$$

P_1 = 1366,6876 come nella III.

$$n = 60{,}9\,.$$

Peso corretto del mercurio aggiunto

gr. 1,7954

$$P = 1368{,}4830$$

$$a = 0{,}000\,179\,04$$

$$a_1 = 0{,}000\,179\,26$$

$$k_1 = 0{,}000\,024\,99\,.$$

Da queste due determinazioni il valore del coefficiente medio di dilatazione del vetro fra 0 e 9°,5 risulta eguale a

$$0{,}000\,025\,3\,.$$

La differenza di tre decimilionesimi esistente fra questo valore e quello trovato fra 0 e 4° è piccola e non eccede i limiti

degli errori. La grande variazione del coefficiente di dilatazione, che il Bonetti in questo intervallo ha osservato, non si presenta dunque senonchè in misura tenuissima e incerta per il mio dilatometro.

Fatte queste esperienze, ho tolto il mercurio dal dilatometro, e l'ho empito d'acqua che era stata distillata in ottime condizioni. Ho determinato la dilatazione dell'acqua da 4 a 0° osservando la dilatazione apparente e calcolando la dilatazione del vetro mediante il valore di k prima ottenuto. Occorreva inoltre il valore del volume iniziale dell'acqua. Io l'ho dedotto dal peso dell'acqua contenuta. Giova notare che un errore che giunga anche a qualche millimetro cubico nel valore di questo volume non porta che un errore affatto trascurabile nel valore della dilatazione cercata.

L'acqua è stata fatta bollire nel dilatometro lungamente alla temperatura di 15 a 20° col mezzo della macchina pneumatica.

Chiamisi V_0 il volume del dilatometro a 0° sino alla divisione n. A questa divisione giunga l'acqua quando la temperatura è t prossima a 4°. Passi la temperatura da t a 0°, e il livello si sposti di m divisioni. Sia w_0 la capacità d'una divisione a 0°: il valore se n'è trovato costante entro i limiti delle osservazioni. La dilatazione da t a 0° è data da

$$u = \frac{m \frac{w_0}{V_0} - k t}{1 + k t}$$

1ª determinazione di u.

$$t = 3°,90, \qquad n = 54,05, \qquad m = 27,$$

$$V_0 = 100,6761 \text{ cm}^3$$
$$w_0 = 0,000\,872 \text{ cm}^3$$
$$k = 0,000\,250$$
$$u = 0,000\,136\,3$$

IIª determinazione di u.

$$t = 3{,}89, \quad n = 49{,}5, \quad m = 27,$$
$$V_0 = 100{,}6823$$
$$u = 0{,}000\,1366.$$

IIIª determinazione di u.

$$t = 3{,}91, \quad n = 47{,}5, \quad m = 27,$$
$$V_0 = 100{,}6840$$
$$u = 0{,}000\,136\,1.$$

È da notarsi che queste tre determinazioni sono state fatte in giorni diversi e sono indipendenti l'una dall'altra. Se ne deduce per la dilatazione dell'acqua da 3°,89 a 0° il medio valore

$$0{,}000\,136\,3.$$

Il valore della dilatazione fra 4 e 0° differendo solo di 1 o 2 decimilionesimi da quello fra 3,89 e 0°, si può ammettere che la dilatazione dell'acqua da 4 a 0°, quale risulta da queste esperienze, sia

$$0{,}000\,136.$$

Questo valore concorda pienamente con uno dei dati dal Rossetti e si discosta pochissimo dall'altro. Se nelle esperienze del Bonetti si prendesse per k fra 0° e 4° il valore che è dato per medio fra 0° e 28° si troverebbe

$$u = 0{,}000\,135.$$

Per confrontare i valori da me ottenuti con quelli del Bonetti ho usato nei calcoli precedenti i coefficienti di dilatazione del mercurio dati dal Regnault.

È noto che le esperienze del Regnault furono poi calcolate da parecchi col metodo dei minimi quadrati, e che i valori del coefficiente a di dilatazione del mercurio, medio fra 0 e t, che, secondo il Regnault, è dato da

$$10^9 a = 179007 + 25{,}232t,$$

risulta notevolmente diverso dai nuovi calcoli.

Ecco per ordine le formule date dal Wüllner [1]), dal Levy [2]) e dal Broch [3])

(1) $$10^9 a = 181168 + 11{,}554\, t + 0{,}021\,187\, t^2$$

(2) $$10^9 a = 181290 + 3{,}2408\, t + 0{,}045\,923\, t^2$$

(3) $$10^9 a = 181808 + 0{,}175\, t + 0{,}035\,125\, t^2$$

Intorno alla dilatazione del mercurio, la cui conoscenza ha pure tanta importanza, vi è ancora grande incertezza perchè, oltre alle differenze provenienti dal modo di calcolare le esperienze, è da notarsi che la temperatura più bassa, a cui fu tenuta la colonna fredda del mercurio nelle esperienze del Regnault, fu di 10°,6. S'aggiunga che se nelle quattro serie di quelle esperienze si prendono le otto determinazioni, nelle quali la temperatura della colonna di mercurio riscaldata non superava i 100°, risulta dal calcolo, secondo il Broch, una formula, la quale dà, per basse temperature, un valore notevolmente più alto del coefficiente a. Ecco la formula

$$10^9 a = 187627 - 73{,}961\, t + 0{,}208\,502\, t^2 .$$

Se per a si adotta il valore calcolato dal Broch con la (3), non molto diverso del resto fra 0 e 10° da quelli dati dal Wüllner e dal Levy, si ha dalle descritte esperienze per k

medio fra 0 e 4°	$27{,}7 . 10^{-6}$,
» » 0 » 9°,5	$27{,}9 . 10^{-6}$,

e la variazione del coefficiente di dilatazione del vetro fra i limiti indicati viene diminuita. Ne viene poi

$$u = 0{,}000\,126 .$$

Concludo col dire che le correzioni proposte dal Bonetti ai valori finora ammessi per le densità dell'acqua fra 0 e 10° non possono venire accettate.



1) Wüllner. *Pogg. Ann.*, CLIII, 440 (1874).
2) Levy, *Inaug. Diss.*, 1881.
3) Broch, *Travaux et mém. du Bureau internat. des poids et mesures*, t. II, 1883.

RIVISTA

SUNTI di A. STEFANINI.

Philos. Magaz., XIX, 1885.

119. — SARA MARKS. *Sugli usi di una macchina da divider linee.* — Lo strumento descritto si fonda sul metodo geometrico che si usa per dividere in un numero qualunque di parti uguali un segmento di retta. Può servire inoltre ad eseguire la divisione delle aree in parti uguali, e a condurre delle rette parallele. Ha la forma di un compasso di Galileo, con un lato diviso in parti uguali, su cui scorre un altro pezzo metallico graduato.

J. HOPKINSON. *Sull' elettrometro a quadranti.* — Esposta la teoria matematica dell' elettrometro a quadranti, l'A. ricerca fino a qual punto sia esatta la formula del Maxwell:

$$D = \lambda (A - B) \left(C - \frac{A + B}{2} \right)$$

in cui D è la deviazione e C il potenziale dell' ago, A e B sono i potenziali dei quadranti, e λ una costante. Dalle proprie esperienze egli conclude che tal formula è applicabile fino a C = 200 Daniell; sopra C = 250 D vale per la deviazione una legge diversa.

Se l' ago non è nel mezzo dello spessore della scatola formata dai quadranti, per es. se è più basso, l' attrazione prevalente della parte inferiore funziona come un aumento nel peso dell' ago; e l' A. trova che in questo caso deve porsi:

$$D = \frac{\lambda}{1 + k C^2} (A - B) \left(\frac{A + B}{2} \right)$$

in cui k è una costante da determinarsi.

W. E. AYRTON e J. PERRY. *La differenza di potenziale più economica da impiegarsi colle lampade a incandescenza.* — Gli A. osservano che rispetto a una lampada non basta sapere che quanto maggiore è l' intensità della luce che se ne ottiene e tanto minore è il lavoro che assorbe; ma bisogna anche sapere quale sia la durata di una lampada, per riconoscere se sia più economico adoperarla al calor rosso o al calor bianco, tenuto conto che quanto maggiore è la temperatura a cui è portato il filamento, e tanto minore è la sua durata.

Da molte esperienze eseguite su lampade Edison che dànno 16 candele con 100 *volta*, fu trovato che il valore più economico da adoperarsi è 101,4 *volta*; e che il costo annuale per il rinnovamento delle lampade è una piccola frazione del costo totale della

illuminazione (macchine, ecc.) finchè la differenza di potenziale adoperata è inferiore a 100 *volta;* ma diviene circa $^1/_3$ del costo totale con una differenza di potenziale di 104 *volta,* talchè in questo caso ogni cambiamento nel prezzo della lampada diviene industrialmente importante per gli impianti di luce elettrica.

Indicando poi con $\theta(v)$ il numero di candele corrispondente a una lampada, espresso per la differenza di potenziale v in *volta*, da molte esperienze eseguite resultò che $\sqrt[3]{\theta(v)}$ è molto prossimamente proporzionale a $v - b$, essendo b una costante, che per la lampada adoperata era uguale a 62,12.

Da una serie di esperienze fatte da M. Foussat (*Electrician*, Genn. 1885) resulta poi che chiamando $f(v)$ la vita in ore di una lampada, espressa in funzione della differenza di potenziale v costantemente adoperata per la lampada stessa, si ha

$$\frac{1}{f(v)\,\theta(v)} = 10^{0{,}07545\,v - 11{,}697} = \frac{1}{a}\,10^{0{,}11\,v - 14}\,(v-b)^3,$$

essendo a la costante di proporzionalità che entra nella $\theta(v)$.

W. Siemens. *Sull' azione elettromotrice del selenio illuminato, scoperta dal sig.* Fritts *di New-Jork.* — Siemens preparava le lastre di selenio, sensibili alla luce, con dei fili paralleli di platino ricoperti di un sottile strato di selenio; mentre il Fritts le prepara stendendo un sottile strato di selenio su una lastra metallica, e dopo di averlo scaldato per convertire il selenio amorfo in selenio cristallino, lo copre con una sottil foglia d' oro. La luce verde che passa attraverso l' oro aumenta da 20 a 200 volte la conducibilità elettrica del selenio, per raggi di luce solare che l' attraversino normalmente. Anche per luce diffusa, le lastre del Fritts sono più sensibili di quelle del Siemens; ma ciò che v' ha di notevole si è che una fra le lastre preparate dal Fritts e che sono state sperimentate dal Siemens, mentre non è sensibile alla luce ha la proprietà, che un galvanometro interposto fra la lastra metallica su cui è deposto il selenio e la foglia d'oro che lo ricopre, indica una corrente nella stessa direzione della luce che illumina il selenio, e che dura finchè la lastra è illuminata. Il Siemens ha potuto persuadersi che tal corrente non è temporanea, nè è dovuta ad azioni termoelettriche, perchè non è prodotta dai raggi calorifici oscuri; ed essendo anche l' intensità della corrente, così ottenuta, proporzionale all' intensità della luce, pensa che essa debbasi attribuire ad una diretta trasformazione della luce in elettricità. Esposta alla luce diffusa, la forza elettromotrice di quella lastra cresce regolarmente dalle 9,30 a. fino a mezzodì rimanendo quasi costante fino alle 1,30 p. per decrescere poi fino alle 3 p.

Il Fritts non sa indicare la causa per cui alcune lastre sono conduttrici e altre diventano elettromotrici; ciò non ostante, l'esistenza di una sola lastra con le descritte proprietà è un fatto della più grande importanza scientifica, perchè presenta il primo caso di trasformazione diretta dell'energia luminosa in energia elettrica.

120. — J. C. M' Connell. *Note sull' uso del prisma di Nicol.* — L'A. determina l'errore in cui s'incorre nella misura di una rotazione del piano di polarizzazione quando l'asse attorno cui ruota il Nicol non sia parallelo alla luce incidente. Quell'errore è approssimativamente proporzionale all'angolo r fra quelle due direzioni, e non è trascurabile. Si può ovviare alla parte di quest'errore che dipende dalla 1ª potenza di r facendo la media di due letture che differiscano di 180°; per la parte che dipende da r^2, l'A. mostra che la differenza della rotazione vera ψ dalla media anzidetta è data da $0{,}23\, r^2 \operatorname{sen} \psi \cos \psi$.

Vien poi indicato un metodo per ottener con esattezza la lettura dello zero sul cerchio mobile del Nicol, cioè per orientare il Nicol sulla platina dello spettrometro in modo che la sua sezione principale sia parallela all'asse di rotazione della platina. Ciò si ottiene col fissare un Nicol ausiliario sulla tavola dello spettrometro, nel girare il polarizzatore finchè sparisca la luce, facendo la lettura corrispondente; dopo ciò la tavola dello spettrometro si gira di 180° attorno a un asse perpendicolare alla luce incidente, si estingue di nuovo la luce, e si fa una seconda lettura. La media delle due letture è quella che si sarebbe fatta se il piano di polarizzazione fosse stato parallelo all'asse di rotazione della tavola.

R. H. M. Bosanquet. *Elettromagneti*, III. *Ferro e acciaio. Nuova teoria del magnetismo.* — Facendo seguito alla teoria già pubblicata nel fascicolo 117 (*N. Cim.* XVIII, pag. 282), continua l'Autore ad esporre delle considerazioni e dei calcoli sulla permeabilità magnetica del ferro e dell'acciaio, e specialmente su i valori relativi della quantità indicata con A, nella formula $\mu = A\,(B_\infty - B) \cos \vartheta$ contenuta nella memoria II. Riguardando il magnetismo come dovuto ad un moto o a uno spostamento delle molecole, la costante A misurerebbe in certo modo la libertà del movimento molecolare, e tenendo conto anche delle forze molecolari che si oppongono alla rotazione delle molecole, l'A. ottiene i seguenti resultati. Le forze molecolari nell'acciaio dolce sarebbero essenzialmente estramolecolari, e la libertà del movimento molecolare (permeabilità per l'unità di deficenza nella saturazione) sarebbe invece intramolecolare; per l'acciaio temperato si avrebbe tutto l'opposto. Nel ferro dolce la libertà del movimento sarebbe maggiore che nell'acciaio temperato, ma le forze estramolecolari sarebbero quelle stesse dell'acciaio. Nell'acciaio dolce la libertà

estramolecolare sarebbe molto piccola, quella intramolecolare invece abbastanza grande. La distribuzione fra le due specie di azioni molecolari dipende essenzialmente dallo stato fisico del ferro e dell' acciaio. Le variazioni a ciò dovute son piccole nel ferro, grandi nell' acciaio temperato, ed enormi nell' acciaio dolce.

O. J. LODGE. *Sulla sede della forza elettromotrice nelle pile voltaiche.* — In un lungo lavoro, che è stato pubblicato nei fascicoli 118 a 120 del *Phil. Mag.* l'A. passa in rassegna le ricerche e le teorie degli elettricisti che si sono occupati di questo soggetto; ed espone le conclusioni che egli trae dai loro lavori; ma qui non faremo che accennare alle principali.

L' A. ammette che una sostanza possieda, immersa in un mezzo che tenda ad agire su di essa chimicamente, un potenziale diverso da quello di quel mezzo, che sarà positivo se l' elemento attivo del mezzo è elettropositivo, sarà negativo nel caso che quell' elemento sia elettronegativo, e che la parte principale dell' *effetto Volta* risieda al contatto fra il metallo e il mezzo che lo circonda, anzichè al contatto fra i metalli. L' anzidetta differenza di potenziali può calcolarsi approssimativamente dall' energia potenziale di combinazione fra la sostanza e il mezzo. Oltre questa forza elettromotrice ne esiste un' altra indipendente dalle azioni chimiche ai punti di contatto, che è specialmente importante nei cattivi conduttori, che dà luogo al fenomeno Peltier e, colle sue variazioni pel riscaldamento, alle correnti termoelettriche. Perciò si hanno due serie per le varie sostanze: la prima, quella di Volta, corrisponde alle azioni chimiche, l'altra alle azioni termoelettriche. La forza elettromotrice totale ad un contatto qualunque può determinarsi sperimentalmente misurando l' energia reversibile ivi svolta o assorbita pel passaggio dell' unità di elettricità attraverso il contatto stesso. In una catena qualunque di sostanze la f. e. m. risultante fra due punti arbitrari è la somma delle f. e. m. agenti ad ogni sezione della catena fra quei due punti.

L' A. s'occupa poi delle ricerche del Thomson sulla grandezza degli atomi.

E. CLEMINSHAW. *Esperienza da lezione sull' analisi spettrale.* — Per proiettare gli spettri degli alcali e delle terre alcaline l'A. fa uso di una lampada Drummond, alla quale l' idrogeno vien fornito da una boccia ove si sviluppa mediante acido solforico e zinco, e nella quale si mette del cloruro di Na, di Li, di Ba, o delle terre alcaline di cui si vuol proiettare lo spettro. Se il cilindro di calce della lampada Drummond si cosparge di cloruri alcalini o alcalini-terrosi, si ottiene lo spettro continuo della calce incandescente, insieme alle linee brillanti di quelle sostanze.

Per l'inversione dello spettro l'A. pone la lampada anzidetta, nella quale si volatilizza del sodio, nel centro di una lanterna ottica ordinaria, e ottiene un disco brillante giallo sul diafragma; dispone poi un piccolo bruciatore Bunsen più vicino che è possibile alla lente collettrice, coll' estremità superiore del tubo circa $^1/_2$ pollice sopra l' orlo della lente, in modo che sul diafragma apparisca l' ombra del tubo. Introducendo allora del cloruro sodico nella fiamma del bruciatore, si osserva distintamente sullo schermaglio l' ombra della fiamma più fredda.

Pel rovesciamento della linea D l' A. non trova conveniente il metodo di Wright, ma opera come segue. Il sodio è bruciato in un cucchiaio posto fra la lente e il prisma, accanto al fuoco della lente, affinchè tutti i raggi attraversino i vapori di sodio, e affinchè nessun raggio da questi emesso venga concentrato sullo schermaglio. Allora nello spettro prodotto sullo schermaglio si distingue assai bene la linea nera D.

Se la fiamma del sodio è posta fra la fenditura e la lampada Drummond, per raffreddare convenientemente i vapori di sodio l' A. dirige sulla fiamma una corrente di CO_2 e d'aria.

J. A. FLEMING. *Sulle superficie e sulle curve caratteristiche delle lampade ad incandescenza.* — L' esperienza di 3 anni nella manifattura e nell' uso delle lampade ad incandescenza ha dimostrato che quando un gran numero di esse è stato preparato con le stesse cure, se sono poi accese con varie f. e. m. si riscontra una relazione molto costante fra la media delle candele per cavallo vapore che esse forniscono, la loro vita media, e il potenziale (in *volta*) a cui lavorano.

Le quantità fra le quali è industrialmente importante stabilire delle relazioni sono 4: forza elettromotrice, resistenza, potere illuminante e vita. (La 3ª è attualmente un po' vaga e indeterminata). Fra due qualunque di quelle quantità si può stabilire una relazione, e la curva che essa rappresenta si può chiamare curva caratteristica per la lampada. Le curve più importanti sono quelle che esprimono la relazione fra la f. e. m. e l' efficacia (numero di candele per cavallo vapore) oppure fra la f. e. m. e la vita della lampada. Queste sono le caratteristiche principali: le altre sono sussidiarie. Poichè la vita e l' efficacia di una lampada variano con la f. e. m., la relazione fra queste tre quantità può rappresentarsi soltanto mediante una superficie, che l' A. chiama la superficie caratteristica della lampada.

Da numerose esperienze fatte dal Foussat sulle lampade Edison da 16 candele, fra la vita l e la f. e. m. v si deduce la relazione:

$$l = A v^{-25}, \quad (1)$$

essendo A una costante; ma questa non è che approssimata, e osservando che la vita media delle lampade deve esser soggetta alle stesse leggi della vita dell' uomo, l' A. trova che una relazione molto più esatta è la seguente:

$$(2) \qquad \log l = 13{,}5 - \frac{v}{10} - \frac{v^2}{20000},$$

analoga a quella del Wright

$$100 - v = 9{,}098213 \log \frac{l}{100},$$

e a quella di Ayrton e Perry (cfr. pag. 253):

$$\log l = 14 - 0{,}11\, v .$$

Per la relazione fra l' efficacia K e la f. e. m. si deduce dalle esperienze fatte dal prof. Jamieson sulle lampade Edison da 8 candele:

$$(3) \qquad K = c\, v^{1,5}.$$

Combinando questa con la (1) si deduce che la vita delle lampade varia in ragione inversa della potenza 5,7 dell' efficacia. Da esperienze fatte dall' A. in America resulterebbe che quell' esponente dovrebbe essere $= 5{,}25$.

L' A. esamina poi la relazione data da Ayrton e Perry fra il potere illuminante di una lampada e la f. e. m. a cui lavora (vedi pag. 252) e osserva che dalle misure fatte dal Jamieson resulterebbe che la radice cubica del potere illuminante fosse proporzionale alla forza elettromotrice misurata prendendo per zero quella alla quale il filamento comincia a divenir luminoso, e che l' A. chiama i *volta effettivi*.

Fra il potere illuminante K e l' intensità α della corrente, in ampère, è stata poi trovata già da assai tempo la relazione

$$\frac{\sqrt[6]{K}}{\alpha} = \text{costante},$$

che l' A. trova verificata nelle esperienze del Jamieson. Da queste stesse esperienze fra la f. e. m. E e la resistenza r della lampada resulta anche la relazione:

$$\log P = \log E + a\, r$$

ove P ed a sono costanti; ma questa non può esser vera per qualunque valore di E perchè non esprime il fatto constatato che la

resistenza tende verso un minimo al crescere di E. L'A. ha trovato che coi resultati dell'esperienza coincide bene la relazione

$$\log(R - r) = \log(R_0 - r) - A(E - E_0),$$

essendo r la resistenza minima che si ha per il massimo valore di E senza che il filamento si rompa, R la resistenza per la f. e. m. E, E_0 la f. e. m. alla quale la lampada comincia a divenire incandescente, ed R_0 la resistenza corrispondente.

Una relazione più generale sarebbe:

$$\log(R - r) = A + B(E - E_0) + C(E - E_0)^2 + \dots$$

essendo A, B, C, . . . costanti.

L'A. stabilisce finalmente la relazione fra il prezzo di una candela per ora e quello di 1 cav. vap. per ora che si trasforma in energia elettrica nella lampada, e trova che il costo totale è un minimo quando il primo prezzo sta al secondo come 4 a 23, cioè come 17,4 a 100. Da esperienze fatte nella manifattura Edison resulta che in media quel primo prezzo, quando le lampade lavorano nelle migliori condizioni, è il 16 $^0/_0$ del prezzo totale.

W. C. Röngten. *Esperienze sull'azione elettromagnetica della polarizzazione dielettrica.* — Un disco di ebanite, dello spessore di $^1/_2$ c. m. e del diametro di 16 c. m. poteva compiere da 120 a 150 giri al secondo attorno ad un asse verticale. Sotto al disco, e parallelamente ad esso, fu posta una lastra di vetro forata, del diametro di c. m. 17,5, armata con due mezzi anelli di stagnola: il raggio interno degli anelli era c. m. 2,25, quello esterno c. m. 7. Sopra al disco fu posta un'altra lastra di vetro del diametro di c. m. 21,5, coperta interamente di stagnola. Le armature anulari erano affacciate al disco di ebanite, e ne erano distanti c. m. 0,1; la stagnola superiore era in comunicazione col suolo. Per mezzo di una bottiglia di Leyda le due armature anulari si elettrizzavano di segni contrari, che si scambiavano per mezzo di un commutatore. La polarizzazione dielettrica del disco girevole di ebanite cambiava senso nei punti che corrispondevano alla separazione fra le due armature anulari. Questi cambiamenti di polarità, secondo le teorie di Faraday e di Maxwell sui dielettrici, dovevano produrre gli stessi effetti elettromagnetici di una corrente continua. Per verificare coll'esperienza questa deduzione, sopra la lastra superiore di vetro fu posta una cassa metallica in comunicazione col suolo, che conteneva un delicatissimo sistema di aghi astatici, coll'asse di rotazione coincidente coll'asse di rotazione del disco, e colla direzione degli aghi lungo la linea di divisione dei due mezzi anelli di stagnola. La lunghezza degli aghi era c. m. 4,8; la loro distanza verticale c. m. 21,5; le letture si face-

rano con cannocchiale e scala alla distanza di 3 m. Furon prese tutte le precauzioni perchè gli aghi non fossero influenzati dall' elettrizzazione statica dei conduttori esterni, e fu costruito l' asse di rotazione del disco in modo che la deviazione dovuta al magnetismo di rotazione non superasse 3 divisioni della scala. Ciò non ostante l' ago, quando il disco ruotava rapidamente, cambiava continuamente la sua posizione di riposo, ciò che rendeva difficili le esperienze. La causa di ciò l' A. la trova nelle correnti d' aria e più specialmente nei piccoli scotimenti ai quali era esposto l' apparato per la cattiva situazione del Gabinetto.

Dopo aver acquistato molta pratica in queste esperienze, l' A. riuscì a determinare con precisione, malgrado le continue piccole oscillazioni del sistema astatico, qual' era la deviazione prodotta dalla carica delle due armature semicircolari, e da tutte le esperienze fatte gli resultò che le deviazioni osservate coincidevano sempre con quelle prevedute dalla teoria anzidetta; mostrando così che il cangiamento nella polarità dei dielettrici agisce come una corrente elettrica continua che abbia la direzione secondo cui avviene lo spostamento dell' elettricità positiva nel dielettrico.

L' A. accenna ancora che ha ripetuto la nota esperienza di Rowland, e che coll' inversione dell' elettrizzazione ha sempre ottenuto una deviazione di 8 a 10 divisioni della scala.

J. Klemenčič. *Ricerche sperimentali sulla determinazione delle costanti dielettriche di alcuni gas.* — Il metodo seguito dall' A. consisteva nel misurare la capacità di un condensatore, contenuto in un recipiente ove potevansi introdurre diversi gas e vapori a pressioni diverse, scaricando il condensatore attraverso un galvanometro. La carica e la scarica erano eseguite per mezzo di un diapason elettromagnetico, che faceva 64 oscillazioni al secondo. La deviazione del galvanometro dovuta alla corrente di scarica era compensata per ogni gas ad una data pressione mediante la corrente di una pila Daniell. Se variava la natura o la densità del gas variava anche la capacità del condensatore e dalla deviazione che allora si aveva al galvanometro, poteva dedursi il valore del potere induttivo specifico del gas adoperato.

Oltre i 7 gas già esaminati dal Boltzmann, l' A. ha esaminato 5 vapori. I resultati ottenuti coi 7 gas e col vapore di solfuro di carbonio concordano con quelli di Boltzmann e colla teoria elettromagnetica della luce; ma non concordano con questa teoria i valori trovati per gli altri vapori, che erano quelli di acido solforoso, di etere, di cloruro e di bromuro di etile.

J. Trowbridge. *Misura delle correnti elettriche molto intense.* — L' A. indica l' uso del suo galvanometro dei coseni, che si conosce anche col nome di galvanometro di Obach.

L' ago magnetico è al centro di un largo rocchetto di filo di rame, disposto verticalmente nel meridiano magnetico. La corrente da misurare, p. es. quella di una dinamo, si manda nell' ora indicato rocchetto, che può anche esser formato da un sol giro di filo, e la corrente ausiliaria di una Daniell si manda nel rocchetto del galvanometro dei coseni, in modo che produca sull' ago deviazione opposta a quella della corrente della dinamo: il rocchetto si gira poi finchè l'ago non ritorna a zero. Se allora rappresentiamo con J e J' le intensità delle correnti della dinamo e della Daniell, con r ed r' i raggi, con n ed n' il numero dei giri nei due rocchetti, con α l' angolo di cui il rocchetto si è girato, si ha

$$J = \frac{J'n}{n} \frac{r}{r'} \cos \alpha .$$

La misura di J è quindi ottenuta in funzione di J', ma è indipendente dal campo magnetico del punto ove si pone lo strumento. Il diametro del rocchetto esterno può esser diminuito, seguendo il metodo di Brackett, col far passare la corrente della dinamo in una direzione pei giri esterni, e in direzione opposta per quelli interni.

121. — O. Eaviside. *Sulle superficie d' onda elettromagnetiche.* — Fu già mostrato da Maxwell che le sue equazioni dello spostamento elettromagnetico, nell' ipotesi che si propaghi in un mezzo anisotropo rispetto alla capacità elettrica, ma isotropo rispetto alla permeabilità magnetica, conducono alla forma della superficie d'onda di Fresnel. Si può senz'altro dedurne che lo stesso avverrà per un mezzo isotropo elettricamente, ma anisotropo magneticamente, perchè scambiando capacità con permeabilità, forza elettrica con forza magnetica, e spostamento elettrico con induzione magnetica, varieranno soltanto le costanti di quelle superficie. L' A. estende le ricerche del Maxwell ad un mezzo più generale, che sia anisotropo tanto rispetto alla capacità elettrica, quanto alla permeabilità magnetica; e per ridurre queste ricerche più semplici adotta un metodo di calcolo più generale di quello che si fonda sull' uso delle coordinate cartesiane; introduce così i *prodotti scalari* e i *prodotti vettori*, che definisce in un modo indipendente dai quaternioni.

Non è possibile dare un breve cenno di questo metodo, nè delle formule che pei casi più importanti sono date anche nelle ordinarie notazioni; ma ne riporteremo i resultati principali. La superficie d' onda è, come quella di Fresnel, di 4° grado; ma le costanti vi sono contenute in modo più complicato. Queste si riducono a 6 quando le direzioni principali della polarizzazione magnetica e dielettrica coincidono: allora le sezioni fatte sulle super-

ficie da ogni piano principale sono sempre ellissi. Proprietà generali delle onde elettromagnetiche sono: In ogni direzione della normale all'onda sono possibili velocità di due specie, ed esistono due raggi che sono inclinati diversamente sulla normale. Gli spostamenti elettrici e magnetici son sempre perpendicolari alla normale anzidetta, ma in generale obliqui fra loro; analogamente per le direzioni della forza elettrica e della forza magnetica. Quest'ultima è sempre perpendicolare allo spostamento elettrico, e la prima lo è allo spostamento magnetico.

E. H. Hall. *Sulla rotazione delle linee equipotenziali di una corrente elettrica dovuta ad un' azione magnetica.* — Il metodo di ricerca è quello ben noto che l' A. adoprò fino dal 1880. Nel fare le misure necessarie la incertezza maggiore si aveva nel determinare lo spessore della lamina, che veniva dedotto sia col peso e colla densità, sia coi calibri. Il poter rotatorio era dato da $D \frac{E}{C M}$, essendo D lo spessore della lamina, E la f. e. m. cui è dovuta la corrente trasversale, C l'intensità della corrente longitudinale ed M l'intensità del campo magnetico nella direzione normale alla lamina. Questo poter rotatorio si prende positivo se E è tale da mandar una corrente trasversale positiva nella direzione in cui la lamina tende ad esser mossa sotto l' azione della corrente e della forza magnetica.

I resultati delle esperienze sono i seguenti:

Cu	Zn	Fe	Acciaio dolce	Acc. temp.
— 520	+ 820	+ 7850	+ 12060	+ 33000
Co	**Ni**	**Bi**	**Sb**	**An**
+ 2460	— 14740	— 8580000	+ 114000	— 660.

I numeri posti sotto ciascun simbolo, quando vengano moltiplicati per 10^{15} esprimono il poter rotatorio delle sostanze corrispondenti, in misura C. G. S.

Furono esaminate alcune leghe di Cu e Zn, e fu trovato che il potere rotatorio di ciascuna è alquanto più prossimo a quello del rame, di ciò che sarebbe da aspettarsi dalla sua composizione.

Il poter rotatorio del ferro si mostrò prossimamente costante per intensità magnetiche M molto diverse, ma apparentemente decrescente ad altissime intensità. Non si è constatato nessun effetto permanente; mentre nell' acciaio dolce e in quello temperato l'effetto permanente fu del 5 e del $1\frac{1}{2}\,\%$ di quello temporario, respettivamente.

La diminuzione di 1°c. nella temperatura produsse le seguenti diminuzioni nel p. r.

nell' acciaio dolce	$^2/_3$ %	nei metalli non magnetici un aumento piccolissimo.
» » temp.	$^1/_3$ »	
» Cobalto . .	$^1/_3$ »	
» Nichel . .	$^2/_3$ »	

L' A. accenna anche alla teoria del Bidwell (*N. Cim.* XV. pag. 187), che peraltro non trova verificata dalle sue esperienze, fatte con due lamine d' acciaio ritagliate da una stessa lamina, delle quali una era masticiata al solito sulla lastra di vetro, e l' altra vi era fissata con una morsetta di legno. Accenna pure alle osservazioni del Tomlinson (*N. Cim.* XV. pag. 254), che sono contradette dalle cifre riportate nella surriferita tabella relativa all' influenza della temperatura.

G. F. Fitzgerald. *Sulla struttura dei modelli meccanici che illustrano alcune proprietà dell' etere.* — Uno dei modelli può esser formato con delle pulegge aventi gli assi perpendicolari ad uno stesso piano, e collegate in modo che il movimento di una di esse si trasmetta, per es. mediante cinghie elastiche, successivamente a tutte le altre. Una regione dell' etere che sia perfettamente conduttrice, dovrebbe esser rappresentata da una serie di pulegge non connesse da alcuna cinghia, e una regione parzialmente conduttrice da cinghie che scorressero più o meno sulle pulegge. Con questa disposizione si può rappresentare la trasmissione dei fenomeni elettrostatici, elettrocinetici e luminosi. Così fra gli esempi che porta l' A. citeremo il seguente, che si riferisce alle azioni elettriche.

Due regioni conduttrici sieno separate fra loro per mezzo di un coibente dappertutto fuorchè secondo una linea, lungo la quale le cinghie sien rimosse. Se in un punto qualunque di questa linea si comunicano rotazioni opposte alle pulegge che vi fanno capo, tutte le pulegge della regione coibente ruoteranno più o meno. Se in un punto qualunque due pulegge contigue ruotano ugualmente, sulla cinghia che le unisce non si ha tensione; ma se una gira più dell' altra, la cinghia è stirata; una parte diviene più tesa e l' altra si rallenta. Nel caso considerato si troverà che tutte le cinghie sono stirate e che tutte le parti messe in tensione son girate verso un conduttore, e tutte quelle rallentate verso l' altro. Ciò rappresenta le cariche opposte dei due conduttori. La tensione delle cinghie in un elemento qualunque del mezzo rappresenta la polarizzazione dell' elemento o dello spostamento elettrico.

L' energia del sistema è rappresentata dalla tensione delle cinghie, che produce delle reazioni tendenti a far cessare le pressioni. Con una data tensione alle superfice respettive, vi saranno più elementi interessati, e vi sarà più energia nel mezzo, quando i conduttori sono fra loro distanti che quando sono vicini; mostrando ciò, che se possiamo rappresentare in un modo qualunque il fatto che i conduttori possono muoversi entro l' etere, vi saranno delle forze che tendono a produrre questo movimento: o in altre parole, vi sarà attrazione fra questi corpi oppostamente elettrizzati. Ma poichè, tuttavia, il modello non deve illustrare la connessione fra la materia e l' etere, nè questa nè le attrazioni magnetiche sono rappresentate, nè vi sono da rappresentar forze elettromotrici analoghe a quelle delle pile. Se le forze che si suppone che facciano ruotare le pulegge lungo la linea conduttrice cessano di agire, la tensione sparirà, e avverrà ciò che rappresenta una scarica elettrica lungo questa linea. Lungo tutta questa linea durante la scarica le pulegge situate ai lati opposti ruoteranno in direzioni opposte: e ciò è quello che ci rappresenta una corrente elettrica in ogni punto. Vale lo stesso per uno spostamento elettrico; ed in un coibente tali rotazioni opposte sono contrariate dalla reazione delle cinghie; ma in un conduttore possono aver luogo in ogni estensione. Durante la scarica tutta la regione coibente è piena di pulegge che ruotano, e i loro assi di rotazione sono ad angoli retti colla direzione della scarica. La loro velocità di rotazione rappresenta la forza magnetica che accompagna la scarica, e il momento di rotazione delle pulegge rappresenta il momento elettrocinetico della corrente, cioè la sua selfinduzione.

Per rappresentare altri fenomeni e per estendere queste rappresentazioni a uno spazio a tre dimensioni, l' A. immagina un fluido nel quale agisca un sistema di pompe disposte ai vertici di altrettanti cubi quante sarebbero le molecole dell' etere.

Con tutto questo l' A. non intende tuttavia di aver rappresentato ciò che realmente è l' etere, che egli crede debba ritenersi analogo ad un fluido perfetto, occupato totalmente da vortici, che sieno distribuiti in tutte le direzioni possibili in ogni elemento di spazio. Nel maggiore o minor parallelismo di tali direzioni, consisterebbe la polarizzazione.

Lord Rayleigh. *Sulla teoria dell' illuminazione di una nebbia.* — L' A. dimostra che se una sorgente luminosa (per es. una lampada ad incandescenza) è circondata da una nebbia, questa impedisce l' irraggiamento: se la sorgente riceve continuamente calore dall' esterno, come appunto è il caso della lampada elettrica, la sua temperatura cresce. Un involucro sferico di nebbia che sia tanto spesso da impedire la trasmissione della luce, agisce come

una superficie perfettamente speculare che circondi la sorgente luminosa. Una tal nebbia si può anche paragonare ad una pila di lastre di vetro.

Lord RAYLEIGH. *Telescopio monocromatico, con applicazione alla fotometria.* — La luce bianca, introdotta nell' apparecchio per una fenditura, è resa parallela da una lente collettrice, è dispersa da un prisma di flint, e lo spettro così prodotto si raccoglie su un diaframma su cui è praticata una fenditura, per la quale la luce di un sol colore entra nell' occhio. Se presso la prima fenditura si pone una lente, e l' occhio guarda attraverso un'altra lente, l' apparecchio diventa un telescopio monocromatico. Il prisma più conveniente è quello a visione diretta.

Con questo strumento possono anche farsi delle misure fotometriche, per verificare se due sorgenti luminose possiedono o no la stessa intensità in una stessa regione dello spettro.

O. LODGE. *Su un lieve errore nel modo ordinario di assegnare la direzione della corrente termoelettrica, e su un punto della termodinamica.* — L' A. osserva che non è sempre vero che in un circuito termoelettrico la corrente vada dal metallo di più alto a quello di più basso potere termoelettrico attraverso la saldatura calda; infatti si danno dei casi in cui la corrente ha direzione opposta a quella comunemente indicata. Non è nemmeno sempre vero che la corrente scaldi la saldatura fredda e raffreddi quella calda, perchè può essere o che gli effetti sieno opposti, o che ambedue le saldature sieno insieme riscaldate o insieme raffreddate. Questo fatto sembra in opposizione colle leggi della termodinamica, ma è da osservare che nella relazione fondamentale

$$E\gamma = J\int\frac{H\,d\theta}{\theta}$$

che si deduce dalla termodinamica, ove H è il lavoro trasformato in energia elettrica in un punto qualunque del circuito, ed E la f. e. m. totale, la quantità H può anche essere 0 o negativa, e può raggiungere il valor massimo a una temperatura qualunque (fuor che a quella più bassa del sistema), dacchè essa non è proporzionale alla temperatura assoluta.

J. NICOL. *Sulla soprasaturazione delle soluzioni saline.* — Secondo l' A. la condizione del sale nella soluzione non è la stessa di quella che ha allo stato solido idratato, ed è a ciò che è dovuta la soprasaturazione. Una soluzione soprasatura è una soluzione di un sale anidro, che può o no essere saturato. Finchè non interviene una causa perturbatrice, una soluzione soprasatura non differisce affatto da una soluzione ordinaria. Lo stato d'equilibrio instabile che si ha in una soluzione soprasatura è analogo a quello

dell' acqua che esiste allo stato liquido sotto il punto di solidificazione. È probabile che l'idratazione completa di un sale disidratato accada soltanto, mediante la soluzione, se il sale sia disciolto in acqua pura o in una soluzione molto diluita.

MALCOLM. *Su un binoccolo per occhi di diversa facoltà visiva.* — Un binoccolo costruito dall' ottico Browning ha le due lenti mobili indipendentemente fra loro, in modo che si può aggiustare ciascuna di esse per ogni occhio. Così la vista è più riposata, e la visione è più distinta.

A. W. RÜCKER. *Sul modo di regolare automaticamente le dinamo a avvolgimento composto.* — Le ricerche dell' A. si basano sull' equazione del Fröhlich che dà la forza elettromotrice in funzione della corrente e delle costanti della macchina, e quindi non si applicano ai casi in cui è sensibile l'effetto nocivo della magnetizzazione dell' indotto.

Dapprima l' A. stabilisce la formula per il caso più generale possibile, cioè in cui la macchina abbia derivazioni sugli elettromagneti inducenti, sull' indotto e sul circuito esterno, supponendola anche eccitata da una corrente esterna; e per trattare i diversi casi speciali di macchine costruite in modo da ottenere una corrente o una f. e. m. costante, basta modificare corrispondentemente quella formula generale. Cerca poi quali sono le condizioni da sodisfare perchè insieme collo scopo anzidetto la macchina raggiunga il massimo di efficacia, ed arriva a formule di facile interpretazione, trovando che una grande efficacia è più difficile ottenerla con intensità di corrente costante che con f. e. m. costante.

Queste ricerche furon fatte contemporaneamente dal Fröhlich (*Electrotech. Zeitsch.* Aprile 1885); ma il Rücker osserva che quantunque i resultati finali sieno gli stessi, egli conobbe il lavoro del Fröhlich quando già aveva compiuto il suo. Ed infatti i metodi usati dai due autori son del tutto diversi fra loro.

O. LODGE. *Sull' identità dell' energìa.* — È un lavoro di carattere metafisico, suggerito dalla Memoria del Poynting sulla trasmissione dell' energìa in un campo magnetico; ma non è possibile riassumerlo brevemente.

ID. *Sul percorso dell' energìa elettrica nei circuiti voltaici.* — È un' appendice alla Memoria sulla sede della f. e. m. nelle pile, nella quale l' A. supplisce ad un' omissione che ivi fece dei lavori coi quali il Gore cercò di stabilire la serie termoelettrica dei liquidi; e nello stesso tempo illustra con diagrammi le sue idee sul modo di riguardare i circuiti elettrici.

F. BRAUN. *Sulla termoelettricità dei metalli fusi.* — Guidato da considerazioni teoriche, l' A. si aspettava che le forze elettromotrici termoelettriche per le coppie di metalli allo stato di fu-

sione dovessero esser proporzionali alla temperatura assoluta dei punti di contatto, e dovessero dipender soltanto dalla natura delle sostanze; e perciò intraprese delle esperienze su tal soggetto, prendendo tutte le precauzioni per premunirsi contro le cause d'errore. I resultati che ottenne furono contrari affatto alle previsioni, e da quelli si può concludere che, riguardo alla termoelettricità, dalla conoscenza intima della vera natura dei fenomeni siamo più lontani di quello che alcuni Fisici non si pensino. Bisogna ammetter l'esistenza di forze elettromotrici anche nell'interno dei metalli fusi a temperature differenti, le quali d'altronde non seguono leggi semplici. Non vi sarebbe difficoltà a trovar delle formule empiriche che rappresentassero bene le forze elettromotrici supposte esistenti nella massa metallica fusa; ma sembra all'A. che ciò non fornisca nessuna indicazione più chiara del processo studiato. Si può asserire con certezza che metalli fluidi disugualmente scaldati si caricano di elettricità, e che per semplici disuguaglianze di temperatura in un conduttore si determina la trasformazione di calore in lavoro, e che soltanto non possiamo sempre ottenere il lavoro nella forma opportuna di corrente chiusa. Forse questa produzione di stato elettrico ha luogo in tutte le sostanze, per es. anche nel così detto *vuoto*, e può ricercarsi quale influenza questo principio importante può avere nei fenomeni fisici. Del resto l'A. crede che questi eccitamenti elettrici sieno dovuti ad azioni intermolecolari dipendenti dal numero o dalla disposizione degli atomi che formano la molecola; ciò che sarebbe convalidato dall'osservare che sulla posizione dell'acciaio nella serie termoelettrica hanno molta influenza le azioni meccaniche (trafilatura, laminatura, tempera, ecc.) che gli si son fatte subire, e che nel passaggio dallo stato di acciaio dolce a quello di acciaio temperato, cambia la quantità di carbonio chimicamente combinato.

J. W. L. Glaisher. *Sull'espressione degli integrali ellittici completi di 2ª specie per serie di seni di multipli dell'angolo modulare.* — Memoria che non può esser riassunta.

J Trowbridge e H. V. Hayes. *Applicazione della fotografia alle misure elettriche.* Gli A. hanno registrato l'andamento della corrente ottenuta con una pila voltaica, facendo arrivare il fascio luminoso di una fiaccola a gas, riflesso dallo specchietto di un galvanometro, su un foglio di carta sensibilizzata contenuto in una camera oscura, e mosso da un movimento d'orologeria, analogamente al metodo Mascart per registrare le indicazioni dell'elettrometro nello studio dell'elettricità atmosferica. Osservano gli A. che questo metodo potrebbe anche servire a registrare il riscaldamento graduale di una pila termoelettrica e che quindi potrebbe, per es. essere applicato allo studio della conducibilità termica dei metalli.

Id. *Sulla produzione di correnti alternative coll' uso di una dinamo a corrente continua.* — Vien descritto un commutatore che può essere opportunamente adoprato allo scopo indicato.

P. E. Chase. *Il rapporto* Chase-Maxwell. — L' A. fa notare che il valore teorico del rapporto fra i due calorici specifici dei gas (1,405285), dedotto da certe sue osservazioni e da altre inedite del Prof. D'Auria, concorda perfettamente con quello trovato sperimentalmente dal Röngten (1,4053).

Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied. Vol. XXVI, 1885.

9. — J. Elster. e H. Geitel. *Sulla conducibilità unipolare dei gas incandescenti.* — Scopo della Memoria è di far vedere che la teoria indicata sul soggetto anzidetto da Herwig (*Wied. Ann.* 1, **1877**) ha il suo fondamento nella produzione di elettricità che si manifesta quando i gas vengono a contatto con dei corpi incandescenti, come fu costatato dagli A. La conducibilità unipolare della fiamma viene da essi così caratterizzata: le fiamme sono piene di una moltitudine di particelle incandescenti di carbonio, che sono elettrizzate negativamente rispetto al gas circostante. Se due elettrodi che possiedono cariche opposte s' immergono nella fiamma, quelle particelle, elettrizzate negativamente, vengono respinte dall' elettrodo negativo, e neutralizzano in parte la carica di quello positivo su cui si portano. Ma esse, pur cedendo continuamente la loro elettricità, riacquistano il primitivo potenziale in seguito alla forza elettromotrice che ha luogo fra i gas e i solidi incandescenti che sono a contatto.

Nelle fiamme oscure la spiegazione precedente è meno evidente; tuttavia anche in quelle debbono trovarsi delle particelle solide incandescenti. Con questi principii, che hanno riscontrato sperimentalmente esatti, gli A. spiegano alcuni fenomeni particolari indicati da Hankel (1859) e da Guthrie (1882).

H. Kayser. *Nuove pile termoelettriche.* — L'A. ha studiato il rendimento di alcune pile termoelettriche, determinandone la f. e. m., la resistenza interna e il consumo di gas ad ora. La f. e. m. fu determinata col metodo Du Bois Reymond, la resistenza col ponte Wheatstone, mediante correnti alternate e il telefono. Riportiamo qui i resultati ottenuti. Con *e* viene indicata la f. e. m. in *volta*, con *r* la resistenza in *ohm*, e con *g* il consumo di gas, in litri, ad ora.

Pila Noë, vecchio modello.

g	100	150	200	250	300	350	400
e	2	3,9	4,8	6,3	6,9	7,5	8
r	—	13,5	13,0	12,6	12,3	11,8	11,3.

Pila Noë-Rebiceck, di 20 elementi.

g	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
e	0	0,34	0,64	0,93	1,21	1,48	1,76	1,81	1,87	1,92
r	1,029	1,114	1,180	1,171	1,057	0,944	0,859	0,793	0,755	0,717.

Id. di 25 elementi.

g	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
e	0	0,28	0,54	0,80	1,07	1,31	1,52	1,70	1,85	1,96	2,06
r	0,661	0,699	0,727	0,774	0,812	0,840	0,868	0,859	0,840	0,812	0,774.

Quanto alla resistenza di queste pile, l'A. nota che non è sempre costante per uguali valori di g; ma non sa indicare le cause di quelle variazioni. Calcolando l'intensità della corrente per ogni litro di gas consumato, e nel caso che la pila sia chiusa su se stessa, si trova che per la pila di 25 elementi essa diminuisce al crescere di g, mentre per l'altra ha un massimo per $g = 60$.

Per una pila Clamond fu trovato:

g	100	150	200	250	300	350
e	0,5	2,3	3,8	5,0	5,6	6,1
r	2,95	3,3	3,56	3,75	3,93	4,07

Da questi resultati si vede che il rendimento e/rg è assai maggiore per le pile Noë-Rebiceck che per le altre. È poi da osservare che, nel caso di piccola resistenza esterna, le pile termoelettriche non sono più care delle Bunsen.

W. v. Beetz. *Sulle pile galvaniche secche e sul loro uso nelle misure elettrometriche e galvanometriche.* — È stato già indicato in questo Giornale (XVI, pag. 242) l'uso che il Beetz ha fatto delle pile Daniell secche nelle misure elettrometriche: ora vengono dall'A. riferite le esperienze fatte sulla costanza di quelle pile quando si tengono a circuito aperto, o quando si adoprano a circuito chiuso pel galvanometro. Le pile costruite nel modo indicato nella precedente Memoria (l. c.) non si mantengono molto tempo costanti, nemmeno a circuito aperto, perchè il solfato di rame si diffonde un poco nella pasta di gesso e solfato di zinco: perciò il Beetz ha trovato più conveniente separare le due paste con uno strato di gesso sciolto nell'acqua distillata, e fatto seccare nel mezzo del tubo; ma nemmeno così la diffusione è impedita del tutto. Nondimeno gli elementi fatti con tubi lunghi 10 cm. e contenenti nel mezzo uno strato di gesso ordinario, sono abbastanza costanti per poterli adoperare per gli elettrometri.

Gli elementi formati con zinco e argento e con le paste di gesso e solfato di zinco, e gesso e cloruro di argento non corrispo-

sero all' aspettativa dell' A.; invece furono trovati convenientissimi sotto ogni riguardo quelli fatti con zinco nella pasta di gesso e solfato di zinco, e con argento nella pasta di gesso e nitrato di argento soprasaturo a caldo. La forza elettromotrice di questi è 1,52 *volta*, che ha ripreso sempre lo stesso valore durante 4 mesi, anche chiudendo per tempi non brevi il circuito delle pile. A circuito chiuso la f. e. m. è certamente minore, ma l' esperienza mostrò che rimane costante durante la chiusura del circuito, purchè resti costante la temperatura. La resistenza interna della pila varia, con la temperatura, come quella del solfato di zinco concentrato, e il coefficiente termico per tali elementi è 0,040. Con una batteria di tali pile si può caricare un condensatore in modo da averne una forte scossa quando si scarichi attraverso la persona; ma quelle pile non si prestano ad una successione rapida e continuata di cariche e scariche, e perciò non sono adoperabili per uso elettroterapico.

S. v. WROBLEWSKI. *Sulla resistenza elettrica del rame a bassissime temperature.* — Se s' indicano con w_0 e w_θ le resistenze di un metallo a 0° e a θ° è noto che si può porre

$$w_\theta = w_0 (1 + k\theta)$$

e k ha un valore assai prossimo a quello del coefficiente di dilatazione dei gas permanenti. Se si ponesse $k = {}^1/_{273}$, ne resulterebbe come già osservò Clausius, che la resistenza dei metalli dovrebbe esser proporzionale alla loro temperatura assoluta, e quindi dovrebbe esser nulla alla temperatura dello zero assoluto. L' A. ha voluto assoggettare questa deduzione alla prova sperimentale, e profittando dei mezzi di cui poteva disporre per produrre bassissime temperature, misurò la resistenza elettrica del rame a temperature diverse, da 100° a — 203° c. I resultati furono che la resistenza del rame decresce più rapidamente della temperatura assoluta, e si avvicina a zero alla temperatura di circa — 200° c. Perciò l' A. ritiene che se si potesse mantenere una grande quantità d' idrogeno allo stato liquido, immergendovi il rame si otterrebbe un conduttore di resistenza nulla, nel quale l' elettricità si propagherebbe senza riscaldarlo, e perciò l' effetto utile sarebbe uguale all' unità.



FRENO A LIQUIDO PER GLI APPARECCHI A DEVIAZIONE IMPULSIVA; NOTA DEL DOTT. E. BAZZI.

I.

Gli elettrometri Thomson, Edelmann, Mascart ecc., nei quali viene adoperato l'acido solforico per condurre la carica all'ago mobile e al tempo stesso per smorzarne le oscillazioni, presentano l'inconveniente di funzionare irregolarmente per la viscosità che acquista la superficie dell'acido solforico dopo che è rimasto esposto un certo tempo al contatto dell'aria libera. Infatti si osserva che mentre la superficie dell'acido di recente rinnovato non smorza quasi affatto; dopo una esposizione di due o tre giorni forma una crosta che rende pressochè immobile l'ago e incostante la sua posizione di riposo.

Lo stesso inconveniente si presenta in maggiore o minor grado in tutti gli apparecchi nei quali si adopera un liquido come conduttore o come smorzatore. Perciò i costruttori [1]) raccomandano d'immergere completamente le alette dello smorzatore per diminuire l'effetto della viscosità superficiale; ma per apparecchi delicati ciò non basta.

È appunto di questa viscosità superficiale presentata da quasi tutti i liquidi poco volatili dopo una prolungata esposizione all'aria, che ho cercato di utilizzare per ottenere un pronto smorzamento delle oscillazioni di un ago, evitando al tempo stesso la sua azione disturbatrice durante la deviazione impulsiva.

L'artificio impiegato è semplicissimo: il livello del liquido si può inalzare od abbassare a piacere dall'osservatore, in modo che lo smorzamento energico non abbia luogo che dopo avvenuta la deviazione impulsiva.

La difficoltà principale incontrata è stata quella di ottenere l'arresto dell'ago senza scosse e senza oscillazione residua.

1) Siemens & Halske. *Das Elektrodynamometer für schwache Ströme (Elecktrotech. Zeitschrift*, 1881, pag. 14). — F. Kohlrausch. *Tangentenbussole für absolute Messungen, Spiegelgalvanometer, Electrodynamometer und metallfreies Magnetometer.* (*Wiedemann Ann.* 1882, pag. 550).

L'apparecchio da me immaginato, piuttosto che uno smorzatore, preferisco chiamarlo un freno, per la istantaneità colla quale arresta l'ago.

La fig. I, (*Tav. III*) rappresenta la disposizione generale dell'apparecchio, e la fig. II, una sezione verticale del pozzetto (20).

Il pozzetto cilindrico (20) (21) è diviso in due scompartimenti (9) (13) da una membrana elastica (12). Lo scompartimento superiore è pieno di mercurio (9) sulla cui superficie è stato versato uno strato (7) di circa 2^{mm} di acido solforico. Nello scompartimento inferiore, chiuso a tenuta d'aria, fa capo per mezzo del beccuccio (14) un tubo sottile di gomma (23) (24) il quale termina all'altra estremità con un tubo di vetro aperto (2) che si può immergere od emergere liberamente dal mercurio di una bottiglia (5). Immergendo il tubo, il mercurio fa pressione sull'aria interna del tubo, la membrana (12) si solleva, e il livello del liquido s'inalza; emergendolo, l'aria ritorna alla pressione ordinaria, e il liquido ricade pel proprio peso.

Il vaso cilindrico (20) è situato al disotto dell'ago nelle medesime condizioni d'isolamento del recipiente ordinario dell'acido solforico, che si trova negli elettrometri citati [1]).

All'estremità inferiore dell'asta verticale (15) che sostiene l'ago da frenarsi, è fissato un astuccio (17) il quale porta tre puntine di platino o di argento del diametro di circa $^1/_{50}$ di mm. Quella di mezzo (19) situata sull'asse di rotazione dell'ago, sta perennemente immersa nell'acido solforico senza mai venire a toccare la superficie del mercurio sottostante, e serve a stabilire la comunicazione dell'ago colla sorgente elettrica. Le altre due (18), lunghe 1-2 mm. distanti 15 mm. circa, sono fissate verticalmente all'estremità inferiore di due piccole viti (16) in modo da trovarsi al disopra e alla distanza di circa $^1/_2$ mm. dalla superficie del liquido. La lunghezza della porzione del tubo (2) da immergersi nel mercurio si regolano in modo che il livello del liquido nel pozzetto (20) s'inalzi fino a toccare per l'appunto e contemporaneamente le due puntine (18).

Quando l'ago ha compiuto la sua deviazione impulsiva libero

1) L'isolamento si può ottenere ponendo il pozzetto sopra una base d'ebanite, e sostituendo per maggior precauzione il beccuccio (14) con un tubicino di vetro o d'ebanite.

dallo smorzamento, si attende che ripassi per la sua posizione d'equilibrio e s'immerge subito il tubo (2). Allora si vede l'ago arrestarsi istantaneamente, frenato dalla superficie viscosa del liquido; indi si risolleva il tubo fino ad emersione completa, e l'ago ritorna libero. Se il momento dell'immersione non fu côlto opportunamente e l'ago non rimase immobile, basterà ripeterla una seconda volta per raggiungere lo scopo. Talvolta può rimanere all'ago una oscillazione residua di una o due divisioni piccole della scala, ma in tal caso lo smorzamento piccolissimo del filino di mezzo completa l'estinsione del movimento.

Il vantaggio di questa disposizione è quello di rendere costanti le indicazioni dell'apparecchio, e al tempo stesso di permettergli una estrema sensibilità, poichè l'attrito del filo sottilissimo di mezzo (19) nella sua rotazione attorno al proprio asse essendo immensamente piccolo, non ha influenza sulle deviazioni dell'ago e permette di ridurre piccolissima la coppia direttrice. Perciò, per gli elettrometri ed elettrodinamometri nei quali si vuole adoperare un liquido come conduttore o smorzatore, il vantaggio è incontestabile.

Tuttavia la stessa disposizione è applicabile anche ad altri apparecchi a deviazione impulsiva, come i galvanometri, e in molti casi la credo preferibile ai comuni metodi di smorzamento. Così p. es. lo smorzamento ordinario a massa di rame, nel caso di deviazioni impulsive ha diversi inconvenienti. In primo luogo, è certo che le correnti di senso opposto indotte nella massa di rame, all'apparire e all'estinguersi della corrente che circola nel galvanometro, avendo un periodo molto lungo, non si compensano esattamente sull'azione dell'ago magnetizzato. In secondo luogo questo smorzamento, come gli altri ad azione continua (ad aria, a liquidi), limita la sensibilità dell'apparecchio e diminuisce l'ampiezza delle deviazioni.

Un'idea sul grado di queste limitazioni si può ricavare facilmente dalla legge d'oscillazione di un sistema con smorzamento.

Se s'indica con x la deviazione del sistema all'istante t, con n^2 la coppia direttrice (per l'unità di deviazione), con 2ε la coppia smorzatrice (per l'unità di velocità), divisi ambedue per

il momento d'inerzia del sistema, l'equazione del moto per piccole oscillazioni è [1])

$$(1) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{dx}{dt} + n^2x = 0$$

e l'integrale completo:

$$(2) \qquad x = e^{-\varepsilon t}(\mathrm{A}\cos t\sqrt{n^2-\varepsilon^2} + \mathrm{B}\,\mathrm{sen}\, t\sqrt{n^2-\varepsilon^2})$$

per (3) $$n^2 - \varepsilon^2 > 0\,;$$

$$(4) \qquad x = e^{-\varepsilon t}(\mathrm{A} + \mathrm{B}t)$$

per (5) $$n = \varepsilon$$

e

$$(6) \qquad x = e^{-\varepsilon t}\left(\mathrm{A}e^{-t\sqrt{\varepsilon^2-n^2}} + \mathrm{B}e^{+t\sqrt{\varepsilon^2-n^2}}\right)$$

per (7) $$n^2 - \varepsilon^2 < 0\,.$$

In quest' ultimo caso il sistema non oscilla più attorno la sua posizione d'equilibrio, ma vi ritorna asintoticamente colla velocità 0, e si ha il vero moto *aperiodico.* Esso può essere utile in certi casi (deviazioni fisse, esperienze di corsi ecc.), ma non dà resultati certi che quando la coppia direttrice è molto grande, perchè in caso diverso, la posizione d'equilibrio è incostante, e quindi non può adottarsi negli apparecchi delicati.

Ne segue che per ogni apparecchio a smorzamento invariabile, si ha un limite per la coppia direttrice, nella condizione

$$n^2 - \varepsilon^2 = 0\,.$$

È per questo che i galvanometri con masse di rame fisse (modello Sauervald ecc.), non possono astatizzarsi tanto quanto quelli che ne sono privi, o lo hanno variabile (modello Edelmann ecc.) senza l'inconveniente di vedere l'ago che assume posizioni d'equilibrio variabili.

Supposto che la condizione (3) sia soddisfatta e che al si-

1) E. Du Bois-Reymond. *Ueber aperiodisce bewegung gedämpfter Magnete (Monatsberichte der Königl. Akad. der Wiss. zu Berlin,* 1869, p. 807).

stema, nella sua posizione d'equilibrio normale sia impressa la velocità impulsiva V, cioè si abbia per $t=0$

(8) $$x=0 \quad \frac{dx}{dt}=V,$$

dalla (2) si ha

(9) $$A=0 \quad B=\frac{V}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}$$

quindi

(1) $$x=\frac{V}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}\, e^{-\varepsilon t} \operatorname{sen} t\sqrt{n^2-\varepsilon^2}.$$

Posto la durata d'oscillazione

(11) $$\frac{\pi}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}=T$$

si ha

(12) $$x=\frac{TV}{\pi}\, e^{-\varepsilon t} \operatorname{sen} \frac{\pi t}{T}.$$

Il primo massimo di x ha luogo per

(13) $$t=\frac{T}{\pi} \operatorname{artg} \frac{\pi}{\varepsilon T}$$

e quindi la deviazione impulsiva è

(14) $$X=\frac{TV}{\pi} \frac{e^{-\frac{\varepsilon T}{\pi} \operatorname{artg} \frac{\pi}{\varepsilon T}}}{\sqrt{1+\frac{\varepsilon^2 T^2}{\pi^2}}}.$$

A parità di condizioni, se $\varepsilon=0$, cioè se non vi fosse smorzamento, si avrebbe dalle (11) e (14),

(15) $$T_{\varepsilon=0}=T_1=\frac{\pi}{n}$$

e

(16) $$X_{\varepsilon=0}=X_1=\frac{T_1 V}{\pi}$$

onde

$$(17)\qquad \frac{X_1}{X}=\frac{T_1}{T}\,e^{\frac{\varepsilon T}{\pi}\operatorname{artg}\frac{\pi}{\varepsilon T}}\sqrt{1+\frac{\varepsilon^2T^2}{\pi^2}}$$

e poichè dalle (**11**) e (**15**) si ha

$$(18)\qquad \varepsilon=\frac{\pi}{T}\sqrt{\frac{T^2}{T_1^2}-1}.$$

Si trova

$$(19)\qquad \frac{X_1}{X}=e^{\sqrt{\frac{T^2}{T_1^2}-1}\,\operatorname{artg}\frac{1}{\sqrt{\frac{T^2}{T_1^2}-1}}}.$$

Questa formula ci dà il rapporto in cui le deviazioni impulsive vengono diminuite a causa dello smorzamento. Esso è tanto maggiore quanto più grande è il rapporto $\frac{T}{T_1}$. Supposto p. es. (come mi è avvenuto di osservare in un galvanometro) che la durata d'oscillazione semplice dell'ago, senza smorzamento sia di $T_1=5''$ e con lo smorzamento sia di $T=5''\,^1/_2$, lo che corrisponde ad un coefficiente di smorzamento di 0,22, si ha che il rapporto fra le deviazioni impulsive nel primo e nel secondo caso è di

$$(20)\qquad \frac{X_1}{X}=1{,}71.$$

Tuttavia è da notarsi che la (**19**) ha il massimum $=e$ per $\frac{T}{T_1}=\infty$, e quindi se ne deduce che, soddisfatta la condizione $n^2-\varepsilon^2>0$, *qualunque sia il grado dello smorzamento, le deviazioni impulsive non possono da questo venir diminuite in un rapporto minore di* $1/e={}^1/_{2{,}72}$.

In ogni caso però, la disposizione descritta, risparmia di tener conto della influenza dello smorzamento quando il genere di misure lo richieda.

Se si eccettua la mancanza di automicità, questo metodo ha per le deviazioni impulsive lo stesso vantaggio del moto aperiodico nelle misure a deviazioni fisse [1]).

1) È curiosa a questo riguardo l'osservazione di Du Bois-Reymond (l. c. § XIII.) „*Keiner, der einmal am aperiodischen Magnete beobachtet hat, wird ohne besondere Gründe zum schwingenden Magnete zurückkehren.*

II.

Perchè l'apparecchio funzioni perfettamente è necessario seguire alcune norme che quì indico.

L'inalzamento della superficie di livello deve essere il più regolare possibile e l'abbassamento molto rapido. Inoltre la viscosità della superficie liquida non deve essere tanto forte da imprimere dei movimenti perturbatori al sistema da frenare.

Ciò si ottiene adoprando mercurio ricoperto di uno strato di acido solforico, e ponendo un diaframma forato (10) un po' al di sopra della membrana (11). Un cuscinetto di cotone (13) al disotto di questa serve a sorreggerla nella ricaduta del liquido.

L'immersione nel mercurio, di un cannello di vetro lungo e sottile, e che scorre in un tappo di cotone (3), lo credo il più semplice e il miglior metodo per inalzare il liquido nel pozzetto. Perchè in generale, un subitaneo inalzamento, un subitaneo arresto, e le stesse pulsazioni della mano comunicano dei moti ondulatori alla superficie del liquido che disturbano l'ago quando viene a toccarne le punte frenatrici: questo inconveniente non si verifica col metodo adottato.

L'acido solforico si versa sul mercurio per circa 2^{mm} di altezza e dopo circa 12-18 ore la sua superficie è pronta a funzionare. Il pozzetto può essere in legno, e in tal caso un anello di vetro (6) che lo foderi nella parte superiore basta a proteggerlo dall'azione dell'acido solforico. La superficie del liquido deve avere un diametro di circa 4 cm., pel resto consiglio le dimensioni indicate dalla fig. II (che rappresenta la *sezione* in grandezza naturale dell'apparecchio da me fatto costruire [1])), variando la forma a seconda delle circostanze.

Quando si tratta di elettrometri o galvanometri ordinari, le puntine (18) devono essere finissime, circa $^1/_{50}$ mm. in diametro, e si possono ottenere assottigliando nell' acido nitrico del filo di argento di $^1/_{20}$ di mm. È sorprendente la resistenza che incontrano queste puntine a scorrere lungo la superficie viscosa del liquido malgrado la loro estrema esiguità.

2) L'apparecchio fu costruito nel Laboratorio del sig. Mariano Pierucci, Pisa.

Se il sistema da frenarsi è molto pesante, allora si può adoperare punte proporzionalmente più grandi, e per superficie d'arresto, la superficie libera del mercurio. Evidentemente, si può sopprimere il filino conduttore di mezzo (19) quando si tratta di galvanometri od altri apparecchi affini.

Le due puntine frenatrici (18) devono essere equidistanti dall'asse di 7-8 mm., circa $^1/_2$ mm. al disopra della superficie del liquido, e regolate in modo da toccarla contemporaneamente quando si solleva. Il pozzetto deve potersi alzare od abbassare a piacere in un modo qualunque (per es. con la disposizione da me adottata, a piani inclinati rappresentata dalla cassettina (22)), e situato talmente da potere sorvegliare con comodità la posizione relativa della superficie liquida e delle punte [1]).

L'inalzamento del liquido deve esser sufficiente a far sì che le puntine (18) vengano a sfiorarne la superficie, e nè troppo nè poco: l'esperienza indica il limite giusto. Due anellini di gomma (1) (4) adattati al tubo di vetro e scorrevoli a forza permettono di regolarne la corsa, cioè l'immersione nel mercurio, e quindi l'inalzamento del liquido nel pozzetto (20).



SULLA FOTOGRAFIA DELLA VENA LIQUIDA; NOTA DEL DOTT. E. BAZZI.

In uno studio che feci sulla vena liquida riuscii a fissare fotograficamente la forma della parte continua e delle goccie liquide che la costituiscono, in istanti vicinissimi fra loro, per cui ho potuto dimostrarne nettamente il movimento pulsatorio. Riserbandomi di pubblicare i fac-simili delle fotografie ottenute e maggiori particolari, espongo il metodo tenuto.

La vena liquida cadeva verticalmente, in prossimità di una fenditura pure verticale praticata in un diaframma opaco. Dietro la fenditura (relativamente alla vena) e vicinissimo a questa era situata una lastra sensibile alla gelatino-bromuro Monckhoven.

1) Per evitare, l'aumento dell'acido solforico dovuto alla sua idratazione, è utile diluirlo precedentemente con acqua.

Dalla parte opposta alla fenditura (relativamente alla vena) e alla distanza di circa 90 cm. vi erano cinque palline di ottone, vicine il più possibile, isolate e che comunicavano, separatamente coll'armature interne di altrettante bottiglie di Leida. Un'altra pallina portata dalla punta di una lama di fioretto, posta in comunicazione colle armature esterne passava rapidamente in prossimità delle palline fisse, scaricando successivamente le cinque bottiglie. Ad ogni scarica si otteneva una proiezione netta della vena, attraverso la fenditura, sulla lastra; e perchè le successive proiezioni non si sovrammettessero, la lastra, sensibilizzata veniva spostata rapidamente davanti la vena mentre scoccavano le cinque scintille. Le fotografie ottenute presentano cinque pose distinte e successive delle *stesse* goccie.

Aggiungerò che otteneva una vena regolarissima e che presentava nodi e ventri fissi, facendola cadere sopra una tavoletta, sostenuta, mercè due asticelle verticali di vetro, dalla parete stessa da cui sgorgava la vena.



SOPRA L'EQUILIBRIO DI UN CORPO ELASTICO ISOTROPO; DEL DOTT. CARLO SOMIGLIANA [1]).

Consideriamo anche gli spostamenti

$$(41)\quad \alpha_n^{(1)} = -\frac{1}{2}\frac{d^2\psi_n}{dx^2} + \frac{1}{r_n} \qquad \beta_n^{(1)} = -\frac{1}{2}\frac{d^2\psi_n}{dxdy} \qquad \gamma_n^{(1)} = -\frac{1}{2}\frac{d^2\psi_n}{dxdz}$$

che pure soddisfano alle equazioni dell'equilibrio per $X = Y = Z = 0$, e da cui si ha

$$A_n(z) = \mu\frac{d\frac{1}{r}}{dz} \qquad M_n(z) = 0 \qquad N_n(z) = -\mu\frac{d\frac{1}{r}}{dx}$$

Mediante questi spostamenti e quelli già considerati nel caso precedente (29) (30), possiamo costruire gli spostamenti $\xi_n^{(1)}$ $\eta_n^{(1)}$ $\zeta_n^{(1)}$, che si hanno in un corpo indefinito limitato dal piano σ_1 e che si estende dalla parte negativa dell'asse z, quando su di esso agiscono le forze superficiali

1) *Continuazione.* Vedi pag. 84.

$$A^{(1)}_{n,c} = \mu \sum_{0}^{n-1}{}_i (-1)^{i+1} \varepsilon'_{in} \frac{d^{i+3}\phi_n}{dx^2 dz^{i+1}} + \mu \frac{d\frac{1}{r_n}}{dz}$$

$$M^{(1)}_{n,c} = \mu \sum_{0}^{n-1}{}_i (-1)^{i+1} \varepsilon'_{in} \frac{d^{i+3}\phi_n}{dx\, dy\, dz^{i+1}}$$

$$N^{(1)}_{n,c} = -\mu \sum_{0}^{n-1}{}_i (-1)^n \varepsilon'_{in} \frac{d^{i+3}\phi_n}{dx dz^{i+2}} + (-1)^n \frac{d\frac{1}{r_n}}{dx}$$

ove le ε'_{in} sono costanti positive che determineremo. Basterà prendere per n pari e eguale a $2m$

$$\xi^{(1)}_{2 \cdot m} = A^{(1)}_{2 \cdot m} + \sum_{0}^{m-1}{}_i \left(\varepsilon'_{2 \cdot i, 2m} \frac{dA_{2 \cdot i, 2 \cdot m}}{dx} + \varepsilon'_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m} \frac{da_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m}}{dx} \right)$$

$$\eta^{(1)}_{2 \cdot m} = B^{(1)}_{2 \cdot m} + \sum_{0}^{m-1}{}_i \left(\varepsilon'_{2 \cdot i, 2m} \frac{dB_{2 \cdot i, 2 \cdot m}}{dx} + \varepsilon'_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m} \frac{db_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m}}{dx} \right)$$

$$\zeta^{(1)}_{2 \cdot m} = C^{(1)}_{2 \cdot m} + \sum_{0}^{m-1}{}_i \left(\varepsilon'_{2 \cdot i, 2m} \frac{dC_{2 \cdot i, 2 \cdot m}}{dx} + \varepsilon'_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m} \frac{dc_{2 \cdot i+1, 2 \cdot m}}{dx} \right)$$

e per n dispari

$$\xi^{(1)}_{2m+1} = \alpha^{(1)}_{2m+1} - \sum_{0}^{m}{}_i \left(\varepsilon'_{2 \cdot i, 2m+1} \frac{da_{2i, 2m+1}}{dx} + \varepsilon'_{2i+1, 2m+1} \frac{dA_{2i+1, 2m+1}}{dx} \right)$$

. . . .

ritenendo $\varepsilon'_{in} = 0$ per $i \geq n$. Per mantenere ora l'equilibrio, quando il corpo si suppone terminato dal piano σ_2, dovremo applicare sopra questo piano le seguenti forze: per n pari

$$= -\mu \frac{d\frac{1}{r_{2m}}}{dz} + 4\mu c \frac{d^3\phi_{2m}}{dx^2 dz} - \mu \sum_{0}^{2m-1}{}_i (-1)^{i+1} \varepsilon'_{i,2m} \frac{d^{i+3}\phi_{2m}}{dx^2 dz^{i+1}} + 4\mu c \sum_{0}^{m-1}{}_i \varepsilon'_{2i+1,2m} \frac{d^{2i+5}\phi_{2m}}{dx^2 dz^{2i+3}}$$

$$= 4\mu c \frac{d^3\phi_{2m}}{dx dy dz} - \mu \sum_{0}^{2m-1}{}_i (-1)^{i+1} \varepsilon'_{i,2m} \frac{d^{i+3}\phi_{2m}}{dx dy dz^{i+1}} + 4\mu c \sum_{0}^{m-1}{}_i \varepsilon'_{2i+1,2m} \frac{d^{2i+5}\phi_{2m}}{dx dy dz^{2i+3}}$$

$$= -\mu \frac{d\frac{1}{r_{2m}}}{dx} + 4\mu c \frac{d^3\phi_{2m}}{dx dz_2} + \mu \sum_{0}^{2m-1}{}_i \varepsilon'_{i,2m} \frac{d^{i+3}\phi_{2m}}{dx dz^{i+2}} + 4\mu c \sum_{0}^{m-1}{}_i \varepsilon'_{2i+1,2m} \frac{d^{2i+5}\phi_{2m}}{dx dz^{2i+4}}$$

e per n dispari

$$\Lambda^{(1)}{}_{2m+1,-c} = -\mu\frac{d\frac{1}{r_{2m+1}}}{dz} - \mu\sum_0^{2m}{}_i(-1)^{i+1}\varepsilon'_{i,2m+1}\frac{d^{i+3}\phi_{2m+1}}{dx^2dz^{i+1}} - \sum_0^{m}{}_i\varepsilon'_{2i,2m+1}\frac{d^{2i+4}\phi_{2m}}{dx^2dz^{2i+2}}$$

$$M^{(1)}{}_{2m+1,-c} = \;.\;.\;.\;.\;.$$

$$N^{(1)}{}_{2m+1,-c} = \mu\frac{d\frac{1}{r_{2m+1}}}{dx} - \mu\sum_0^{2m}{}_i\varepsilon'_{i,2m+1}\frac{d^{i+3}\phi_{2m+1}}{dxdz^{i+2}} - \sum_0^{m}{}_i\varepsilon'_{i,2m+1}\frac{d^{2i+4}\phi_{2m+1}}{dxdz^{2i+3}},$$

e s'intende che nei secondi membri si deve porre $z = -c$.

Indichiamo ora con $A'_n, \ldots \alpha'_n, \ldots$ gli spostamenti che si ottengono dai precedenti (40) (41) mutando ϕ_n in $-\phi'_n$, ψ_n in ψ'_n, r_n in r'_n e $z-c$ in $z+c$. Con questi possiamo costruire gli spostamenti $\xi'^{(1)}_n$ $\eta'^{(1)}_n$ $\zeta'^{(1)}_n$ prodotti in un corpo limitato dal piano σ_2 e che si stende dalla parte delle z positive, dalle forze superficiali

$$\Lambda'^{(1)}{}_{n,-c} = \mu\sum_0^{n-1}{}_i\varepsilon'_{in}\frac{d^{i+3}\phi'_n}{dx^2dz^{i+1}} - \mu\frac{d\frac{1}{r'_n}}{dz}$$

$$M'^{(1)}{}_{n,-c} = \mu\sum_0^{n-1}{}_i\varepsilon'_{in}\frac{d^{i+3}\phi'_n}{dxdydz^{i+1}}$$

$$N'^{(1)}{}_{n,-c} = \mu\sum_0^{n-1}{}_i(-1)^{i+n}\varepsilon'_{in}\frac{d^{i+3}\phi'_n}{dxdz^{i+2}} - (-1)^n\frac{d\frac{1}{r'_n}}{dx}.$$

Prendendo per n pari

$$\xi'^{(1)}{}_{2m} = A'^{(1)}{}_{2m} - \sum_0^{m-1}{}_i\left(\varepsilon'_{2i,2m}\frac{dA'_{2i,2m}}{dx} - \varepsilon'_{2i+1,2m}\frac{da'_{2i+1,2m}}{dx}\right)$$

. . . .

e per n dispari

$$\xi'^{(1)}{}_{2m+1} = \alpha'^{(1)}{}_{2m+1} + \sum_0^{m}{}_i\left(\varepsilon'_{2i,2m+1}\frac{da'_{2i,2m+1}}{dx} - \varepsilon'_{2i+1,2m+1}\frac{dA'_{2i+1,2m+1}}{dx}\right)$$

. . . .

Le forze superficiali che mantengono l'equilibrio quando il corpo viene limitato dal piano σ_1 sono, per n pari,

$$_{2m,c} = \mu \frac{d\frac{1}{r'_{2m}}}{dz} - \mu \sum_{0}^{2m-1}{}_{i}\, \varepsilon'_{i,2m} \frac{d^{i+3}\phi'_{2m}}{dx^2 dz^{i+1}} - 4\mu c \frac{d^3\phi'_{2m}}{dx^2 dz} - 4\mu c \sum_{0}^{m-1}{}_{i}\, \varepsilon'_{2i+1,2m} \frac{d^{2i+5}\phi'_{2m}}{dx^2 dz^{2i+3}}$$

$$'_{2m,c} = \ldots\ldots\ldots$$

$$_{2m,c} = \mu \frac{d\frac{1}{r'_{2m}}}{dx} - \mu \sum_{0}^{2m-1}{}_{i}(-1)^i \varepsilon'_{i,2m} \frac{d^{i+3}\phi'_{2m}}{dx dz^{i+2}} - 4\mu c \frac{d^3\phi'_{2m}}{dx dz^2} - 4\mu \sum_{0}^{m-1}{}_{i}\, \varepsilon'_{2i+1,2m} \frac{d^{2i+5}\phi'_{2m}}{dx dz^{2i+3}}$$

per n dispari

$$_{2m+1,c} = \mu \frac{d\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dz} - \mu \sum_{0}^{2m}{}_{i}\, \varepsilon'_{i,2m+1} \frac{d^{i+3}\phi'_{2m+1}}{dx^2 dz^{i+1}} - 4\mu c \sum_{0}^{m}{}_{i}\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+4}\phi'_{2m+1}}{dx^2 dz^{2i+2}}$$

$$'_{2m+1,c} = \ldots\ldots\ldots$$

$$_{2m+1,c} = -\mu \frac{d\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dx} + \mu \sum_{0}^{2m}{}_{i}(-1)^i \varepsilon'_{i,2m+1} \frac{d^{i+3}\phi'_{2m+1}}{dx dz^{i+2}} - 4\mu c \sum_{0}^{m}{}_{i}\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+4}\phi'_{2m+1}}{dx dz^{2i+3}}$$

Se ora determiniamo le ε'_{in} in modo che soddisfino alle relazioni

(42) $\varepsilon'_{i,n+1} = \varepsilon'_{in} + 4c\theta_{i+n}\varepsilon'_{i-1,n}$; $\varepsilon'_{-1,n} = 1$ $\varepsilon'_{nn} = 0$ $\varepsilon_{n-1,n} = (4c)^n$

ove

$$\theta_{i+n} = \tfrac{1}{2}\,[1 + (-1)^{i+n}]\,,$$

sopra la faccia σ_1 saranno soddisfatte le relazioni

$$\Lambda^{(1)}_{0,c} = -\mu \frac{d\frac{1}{r}}{dz} \qquad \Lambda^{(1)}_{n+1,c} + \Lambda'^{(1)}_{n,c} = 0$$

$$M^{(1)}_{0,c} = 0 \qquad M^{(1)}_{n+1,c} + M'^{(1)}_{n,c} = 0$$

$$N^{(1)}_{0,c} = \mu \frac{d\frac{1}{r}}{dx} \qquad N^{(1)}_{n+1,c} + N'^{(1)}_{n,c} = 0$$

e sopra la faccia σ_2 le altre

$$\Lambda'^{(1)}_{0,-c} = \mu \frac{d\frac{1}{r}}{dz} \qquad \Lambda'^{(1)}_{n+1,-c} + \Lambda^{(1)}_{n,-c} = 0$$

$$M^{(1)}_{0,-c} = 0 \qquad M'^{(1)}_{n+1,-c} + M^{(1)}_{n,-c} = 0$$

$$N^{(1)}_{0,-c} = -\mu \frac{d\frac{1}{r}}{dx} \qquad N'^{(1)}_{n+1,-c} + N^{(1)}_{n,-c} = 0$$

Le (42) che danno i valori delle $\varepsilon'_{i,n}$ sono soddisfatte, come è facile vedere, da

$$\varepsilon'_{in} = (4c)^{i+1} \tau_{i+1,n}$$

ove le τ_{in} hanno i valori dati dalle (34); ne segue $\varepsilon'_{i,n} = \varepsilon_{i+1,n}$.

Se ora consideriamo le serie

$$\sum_0^\infty{}_n (A^{(1)}_{n,c} + A'^{(1)}_{n,c}), \quad \sum_0^\infty{}_n (A^{(1)}_{n,-c} + A'^{(1)}_{n,-c}) \ , \quad \text{ec.}$$

con considerazioni analoghe a quelle fatte nel caso precedente si vede che esse sono convergenti e ad esse è applicabile la integrazione termine a termine. Avremo quindi

$$\mp \int_\sigma \left(u \frac{d\frac{1}{r}}{dz} - w \frac{d\frac{1}{r}}{dx} \right) d\sigma = \sum_0^\infty{}_n \int_\sigma \{ (A^{(1)}_{n,\pm c} + A'^{(1)}_{n,\pm c}) u$$

$$+ (M^{(1)}_{n,\pm c} + M'^{(1)}_{n,\pm c}) v + (N^{(1)}_{n,\pm c} + N'^{(1)}_{n,\pm c}) w \} d\sigma,$$

e applicando il solito teorema ai termini della serie del secondo membro

(43)
$$\mp \int_\sigma \left(u \frac{d\frac{1}{r}}{dz} - w \frac{d\frac{1}{r}}{dx} \right) d\sigma = \sum_0^\infty{}_n \Big\{ \int_\sigma [L(\xi^{(1)}_n + \xi'^{(1)}_n) + M(\eta^{(1)}_n + \eta'^{(1)}_n) + N(\zeta^{(1)}_n + \zeta'$$

$$+ \rho \int_S [X(\xi^{(1)}_n + \xi'^{(1)}_n) + Y(\eta^{(1)}_n + \eta'^{(1)}_n) + Z(\zeta^{(1)}_n + \zeta'^{(1)}_n)] \, dS \Big\} .$$

Per calcolare l'integrale analogo che comparisce nella espressione di v si può seguire un procedimento identico a quello ora seguito; le $\xi^{(2)}_n \ \eta^{(2)}_n \ \zeta^{(2)}_n$ relative a questo caso si ottengono dalle $\xi^{(1)}_n \ \eta^{(1)}_n \ \zeta^{(1)}_n$ mutando ξ in η, x in y; otteniamo

(44)
$$\mp \int_\sigma \left(v \frac{d\frac{1}{r}}{dz} - w \frac{d\frac{1}{r}}{dy} \right) d\sigma = \sum_0^\infty{}_n \Big\{ \int_\sigma [L(\xi^{(2)}_n + \xi'^{(2)}_n) + M(\eta^{(2)}_n + \eta'^{(2)}_n) + N(\zeta^{(2)}_n + \zeta'$$

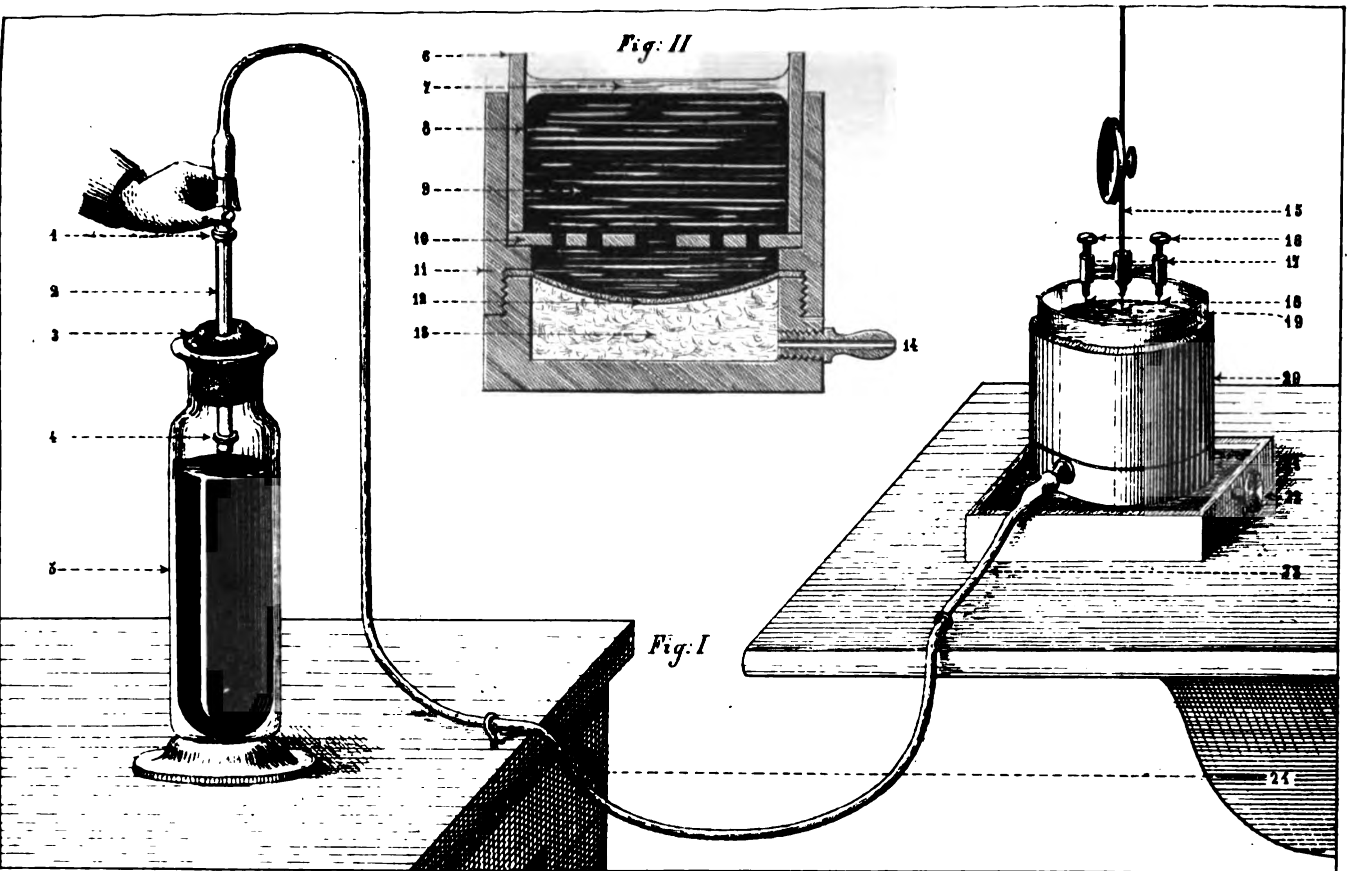
$$+ \rho \int_S [X(\xi^{(2)}_n + \xi'^{(2)}_n) + Y(\eta^{(2)}_n + \eta'^{(2)}_n) + Z(\zeta^{(2)}_n + \zeta'^{(2)}_n)] \, dS \Big\} .$$

(Continua)

FINE DEL VOLUME XIX. SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA



Lit. Gozani PISA

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXXII.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XX.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1886

SULL' INTERPRETAZIONE MECCANICA DELLE FORMOLE DI MAXWELL;
MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI.

La ricerca che forma l'oggetto della presente Memoria si riferisce essenzialmente a quelle stesse formole che sono state da me studiate, sotto un altro punto di vista, nella Memoria: *Sull'uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell'elasticità.* Alludo alle formole colle quali Maxwell definisce il sistema delle pressioni che sono atte a generare, in un mezzo elastico, lo stesso campo di forza che ordinariamente si considera come rappresentato da una funzione potenziale newtoniana.

Queste formole, che riproduco cogli stessi simboli già usati nella precedente Memoria, sono le seguenti:

$$(1)\begin{cases} X_x = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\Delta_1 V, & Y_z = Z_y = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dy}\frac{dV}{dz}, \\ Y_y = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dy}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\Delta_1 V, & Z_x = X_z = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dz}\frac{dV}{dx}, \\ Z_z = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dz}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\Delta_1 V; & X_y = Y_x = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dx}\frac{dV}{dy}; \\ \Delta_1 V = \left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dz}\right)^2; & \end{cases}$$

dove V è la funzione potenziale newtoniana che si considera, e dove le componenti di pressione X_x, X_y, ecc. sono simboleggiate giusta la segnatura di Kirchhoff, convenendo, cioè, di rappresentare con X_n, Y_n, Z_n le componenti, secondo i tre assi ortogonali x, y, z, della pressione unitaria esercitata sopra un elemento piano di normale n.

Ecco ora la questione che mi propongo di trattare e che parmi debba presentarsi naturalmente a chiunque rifletta al significato che si attribuisce, nella teoria dell'elasticità, alle pressioni o tensioni che si verificano in un mezzo elastico. Si prescinda da ogni preconcetto intorno ad una possibile correlazione fisica fra le cosidette azioni a distanza e le pressioni o tensioni definite dalle formole di Maxwell, e si considerino queste pressioni o tensioni come semplicemente generate, nel seno di un mezzo elastico, da una leggiera deformazione di questo, cioè da un leggiero spostamento di ognuno dei suoi punti (relativamente ad uno stato di iniziale equilibrio). Guardando la cosa sotto questo aspetto, è naturale il domandare: Esiste veramente una deformazione capace di generare quelle pressioni, e, se esiste, quali sono le componenti dello spostamento d'ogni punto del mezzo?

Per rispondere a queste domande, bisogna innanzi tutto stabilire alcunchè circa la natura del mezzo elastico nel quale si suppongono generate le pressioni e tensioni definite dalle formole di Maxwell. Dal punto di vista puramente matematico si potrebbe esigere che la costituzione del mezzo non fosse vincolata da altra condizione che da quella della continuità: ma per evitare le prolissità di una ricerca tanto generale ed astratta, io supporrò che si tratti semplicemente di un mezzo omogeneo ed isotropo, ammettendo tuttavia che le costanti d'isotropìa possano essere diverse nelle regioni dello spazio che si trovano in condizioni differenti rispetto alla distribuzione delle masse potenzianti, cioè delle masse che concorrono alla formazione della funzione potenziale. Se non che, per evitare di nuovo una generalità teoricamente giustificabile, ma praticamente oziosa conviene in corrispondenza ammettere che, se alla formazione di questa funzione potenziale concorrono masse estese in tre dimensioni, queste sieno di densità costante, come costante è la densità di un mezzo isotropo ordinario. Del resto questa restrizione ha poca importanza

rispetto alla teoria fisica nella quale si sono presentate le formole di Maxwell, poichè in essa non figurano, di regola, che funzioni potenziali di superficie.

Così circoscritto il problema, è possibile intraprenderne la trattazione matematica ed è appunto tale trattazione che forma l'argomento del presente lavoro. Le conclusioni del quale sono quasi interamente negative, poichè esse stabiliscono che, in un vero mezzo isotropo, non si possono attuare deformazioni capaci di riprodurre il sistema delle pressioni definite dalle formole di Maxwell se non quando la funzione potenziale è lineare rispetto alle coordinate; il qual caso particolarissimo, non solo è destituito di qualsivoglia interesse, ma non può neppure verificarsi quando lo spazio che si considera è infinito. Volendo sfuggire alla necessità di attribuire alla funzione potenziale questa forma così particolare e non sempre ammissibile, bisogna concedere l'esistenza di un mezzo isotropo *sui generis*, le proprietà del quale non rispondono a veruna realità fin quì conosciuta. Per concepire la natura di un tal mezzo, conviene rammentare che il potenziale elementare d'elasticità di un mezzo isotropo propriamente detto, assunto sotto la forma opportunamente adottata da Green, consta di due parti ben distinte, le quali si possono in tal qual modo riguardare come i distinti potenziali d'elasticità di due mezzi essenzialmente diversi ed irreducibili, dalla cui combinazione in vario rapporto risulta ogni mezzo isotropo ordinariamente considerato [1]. Al primo di questi mezzi corrisponde un'entità reale ben nota, giacchè le sue proprietà collimano appuntino con quelle degli ordinarii fluidi elastici, nei quali non si trasmettono che ondulazioni longitudinali. Al secondo invece, nel quale non si trasmetterebbero che ondulazioni trasversali, non corrisponde, nè probabilmente può corrispondere, veruna entità conosciuta, giacchè, a tacer d'altro non si verificano generalmente in esso le condizioni della stabilità dell'equilibrio. Ora egli è appunto ammettendo l'esistenza di questo secondo mezzo che, giusta l'analisi quì appresso esposta, sembra a prima giunta possibile di spingere più oltre l'indagine delle deformazioni, negli spazii vuoti di masse potenzianti. Senonchè

1) Secondo la teoria molecolare questo rapporto sarebbe sempre di 3 ad 1 e secondo Wertheim di 4 ad 1.

l'ulteriore svolgimento di tale analisi mostra che, almeno nello spazio infinito che circonda le masse, le deformazioni non sono di nuovo possibili che quando la funzione potenziale abbia quella forma semplicissima che essa prenderebbe se tutte le masse fossero raccolte in un punto fisso, del resto arbitrario. È dunque lecito affermare che, data ad arbitrio, una funzione potenziale, non è generalmente possibile riprodurre il sistema delle pressioni definite dalle formole di Maxwell mediante le deformazioni di un mezzo isotropo.

Mi sono indotto, non senza qualche esitazione, a fare di pubblica ragione questi risultati, non già per sollevare obbiezioni contro la dottrina di Maxwell, ma per mostrare la necessità di indagarne per altre vie l'interpretazione meccanica.

§ 1.

Denotiamo, come di consueto, con u, v, w le componenti dello spostamento d'un punto qualunque (x, y, z) del mezzo elastico e poniamo

$$(2)\quad \begin{cases} \alpha = \dfrac{du}{dx}, & \lambda = \dfrac{dw}{dy} + \dfrac{dv}{dz}, \\ \beta = \dfrac{dv}{dy}, & \mu = \dfrac{du}{dz} + \dfrac{dw}{dx}, \qquad \vartheta = \alpha + \beta + \gamma, \\ \gamma = \dfrac{dw}{dz}; & \nu = \dfrac{dv}{dx} + \dfrac{du}{dy}; \end{cases}$$

cioè designiamo con α, β, γ, λ, μ, ν le note componenti di deformazione del mezzo nel punto (x, y, z) e con ϑ la dilatazione cubica. Assumiamo poscia, nell'ammessa ipotesi dell'isotropìa, il potenziale d'elasticità sotto la forma.

$$(2)_a \quad \Phi = \tfrac{1}{2}\left\{ A\vartheta^2 + B(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - 4\beta\gamma - 4\gamma\alpha - 4\alpha\beta) \right\},$$

dove A e B sono le costanti d'isotropìa, introdotte nella maniera usata da Green e proporzionali rispettivamente ai quadrati delle velocità di propagazione delle onde longitudinali e delle onde trasversali. Affinchè lo stato iniziale del mezzo, cioè quello nel quale le tre funzioni u, v, w sono nulle in ogni punto, sia un vero stato d'equilibrio stabile, bisogna e basta che queste due costanti A e B sieno soggette alle limitazioni,

$$(2)_b \qquad B > 0, \qquad 3A - 4B > 0,$$

soddisfatte le quali la funzione Φ non solo si mantiene costantemente *positiva*, per qualunque deformazione propriamente detta, ma si annulla solamente quando *tutte* le componenti di deformazione sieno separatamente nulle.

Le componenti di pressione

$$X_x, \quad Y_y, \quad Z_z, \quad Y_z, \quad Z_x, \quad X_y,$$

dovute alla deformazione di componenti

$$\alpha, \quad \beta, \quad \gamma, \quad \lambda, \quad \mu, \quad \nu$$

sono, come è noto, le derivate negative del potenziale Φ rispetto a queste ultime componenti, epperò son date da

$$\begin{aligned} X_x &= 2B(\beta+\gamma) - A\vartheta, & Y_z &= -B\lambda, \\ Y_y &= 2B(\gamma+\alpha) - A\vartheta, & Z_x &= -B\mu, \\ Z_z &= 2B(\alpha+\beta) - A\vartheta; & X_y &= -B\nu. \end{aligned}$$

Di quì, ponendo per un momento

$$P = X_x + Y_y + Z_z,$$

si ricava

$$P = -(3A - 4B)\vartheta,$$

epperò si hanno facilmente le formole reciproche

$$\alpha = \frac{1}{2B}\left(\frac{A-2B}{3A-4B}P - X_x\right), \qquad \lambda = -\frac{1}{B}Y_z,$$

$$\beta = \frac{1}{2B}\left(\frac{A-2B}{3A-4B}P - Y_y\right), \qquad \mu = -\frac{1}{B}Z_x,$$

$$\gamma = \frac{1}{2B}\left(\frac{A-2B}{3A-4B}P - Z_z\right), \qquad \nu = -\frac{1}{B}X_y.$$

Sostituendo in queste formole i valori (1), dopo avere osservato che da questi risulta

$$P = \frac{\Delta_1 V}{8\pi},$$

si ottengono le espressioni seguenti delle $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ per mezzo di V:

$$(3)\begin{cases} \alpha = \frac{1}{8\pi B}\left\{\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 - \frac{A-B}{3A-4B}\Delta_1 V\right\}, & \lambda = \frac{1}{4\pi B}\frac{dV}{dy}\frac{dV}{dz} \\ \beta = \frac{1}{8\pi B}\left\{\left(\frac{dV}{dy}\right)^2 - \frac{A-B}{3A-4B}\Delta_1 V\right\}, & \mu = \frac{1}{4\pi B}\frac{dV}{dz}\frac{dV}{dx} \\ \gamma = \frac{1}{8\pi B}\left\{\left(\frac{dV}{dz}\right)^2 - \frac{A-B}{3A-4B}\Delta_1 V\right\}, & \nu = \frac{1}{4\pi B}\frac{dV}{dx}\frac{dV}{dy} \end{cases}$$

Tali sono quindi i valori delle sei componenti di deformazione di un mezzo isotropo, cui corrispondono le sei componenti di pressione che risultano dalla teoria di Maxwell.

Dalle formole (3) si deduce

$$(3)_a \qquad \vartheta = -\frac{\Delta_1 V}{8\pi(3A-4B)};$$

$$(3)_b \qquad \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - 4\beta\gamma - 4\gamma\alpha - 4\alpha\beta$$

$$= (A-B)(3A-5B)\left\{\frac{\Delta_1 V}{4\pi B(3A-4B)}\right\}^2;$$

epperò, sostituendo nell'espressione $(2)_a$, si trova

$$(3)_c \qquad \Phi = \frac{4A-5B}{2B(3A-4B)}\left(\frac{\Delta_1 V}{8\pi}\right)^2.$$

Tale è quindi il valore particolare che assume il potenziale d'elasticità, quando le pressioni esistenti nel mezzo isotropo sieno quelle che abbiamo dianzi accennate.

Ma affinchè ad un *dato* sistema di componenti di deformazione α, β, γ, λ, μ, ν corrisponda effettivamente un sistema di componenti di spostamento u, v, w, ossia in altri termini, affinchè un *dato* sistema di funzioni α, β, γ, λ, μ, ν rappresenti una deformazione *possibile* del mezzo elastico, è necessario e sufficiente [1]) che sieno identicamente soddisfatte le sei equazioni seguenti:

$$\frac{d^2\beta}{dz^2} + \frac{d^2\gamma}{dy^2} = \frac{d^2\lambda}{dydz}, \qquad 2\frac{d^2\alpha}{dydz} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d\mu}{dy} + \frac{d\nu}{dz} - \frac{d\lambda}{dx}\right),$$

$$\frac{d^2\gamma}{dx^2} + \frac{d^2\alpha}{dz^2} = \frac{d^2\mu}{dzdx}, \qquad 2\frac{d^2\beta}{dzdx} = \frac{d}{dy}\left(\frac{d\nu}{dz} + \frac{d\lambda}{dx} - \frac{d\mu}{dy}\right),$$

$$\frac{d^2\alpha}{dy^2} + \frac{d^2\beta}{dx^2} = \frac{d^2\nu}{dxdy}; \qquad 2\frac{d^2\gamma}{dxdy} = \frac{d}{dz}\left(\frac{d\lambda}{dx} + \frac{d\mu}{dy} - \frac{d\nu}{dz}\right).$$

1) Per la dimostrazione della *sufficienza* di queste equazioni, veggasi la *Nota* in fine della presente Memoria.

Affinchè dunque esista veramente una deformazione del mezzo, definita dalle sei componenti (3), bisogna e basta che la funzione V soddisfaccia alle sei condizioni seguenti, che risultano dalla sostituzione delle espressioni (3) di α, β, γ, λ, μ, ν nelle sei equazioni precedenti:

$$(4)\quad \begin{cases} 2\left\{\dfrac{d^2V}{dy^2}\dfrac{d^2V}{dz^2}-\left(\dfrac{d^2V}{dydz}\right)^2\right\}+C\left(\dfrac{d^2\Delta_1V}{dy^2}+\dfrac{d^2\Delta_1V}{dz^2}\right)=0,\\ 2\left\{\dfrac{d^2V}{dz^2}\dfrac{d^2V}{dx^2}-\left(\dfrac{d^2V}{dzdx}\right)^2\right\}+C\left(\dfrac{d^2\Delta_1V}{dz^2}+\dfrac{d^2\Delta_1V}{dx^2}\right)=0,\\ 2\left\{\dfrac{d^2V}{dx^2}\dfrac{d^2V}{dy^2}-\left(\dfrac{d^2V}{dxdy}\right)^2\right\}+C\left(\dfrac{d^2\Delta_1V}{dx^2}+\dfrac{d^2\Delta_1V}{dy^2}\right)=0;\\ 2\left\{\dfrac{d^2V}{dzdx}\dfrac{d^2V}{dxdy}-\dfrac{d^2V}{dx^2}\dfrac{d^2V}{dydz}\right\}-C\dfrac{d^2\Delta_1V}{dy\,dz}=0,\\ 2\left\{\dfrac{d^2V}{dxdy}\dfrac{d^2V}{dydz}-\dfrac{d^2V}{dy^2}\dfrac{d^2V}{dzdx}\right\}-C\dfrac{d^2\Delta_1V}{dzdx}=0,\\ 2\left\{\dfrac{d^2V}{dydz}\dfrac{d^2V}{dzdx}-\dfrac{d^2V}{dz^2}\dfrac{d^2V}{dxdy}\right\}-C\dfrac{d^2\Delta_1V}{dxdy}=0, \end{cases}$$

dove per brevità si è posto

$$(4)_a\qquad \frac{A-B}{3A-4B}=C.$$

Questa costante C si può esprimere più brevemente con

$$(4)_b\qquad C=\frac{B}{\mathfrak{E}},$$

dove $\mathfrak{E}$ è il modulo d'elasticità del mezzo isotropo.

La soluzione del proposto problema è tutta contenuta nelle precedenti equazioni (4), che ora procediamo a studiare.

§ 2.

Per semplificare i calcoli che seguono, adottiamo primieramente le segnature seguenti:

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{dV}{dx}=a, & \dfrac{d^2V}{dx^2}=e, & \dfrac{d^2V}{dydz}=e',\\ \dfrac{dV}{dy}=b, & \dfrac{d^2V}{dy^2}=f, & \dfrac{d^2V}{dzdx}=f',\\ \dfrac{dV}{dz}=c, & \dfrac{d^2V}{dz^2}=g; & \dfrac{d^2V}{dxdy}=g'. \end{cases}$$

Effettuando le derivazioni dell' espressione Δ_1 V si trovano in tal modo i valori seguenti:

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dx^2} = e^2 + f'^2 + g'^2 + a\frac{de}{dx} + b\frac{de}{dy} + c\frac{de}{dz},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dy^2} = f^2 + g'^2 + e'^2 + a\frac{df}{dx} + b\frac{df}{dy} + c\frac{df}{dz},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dz^2} = g^2 + e'^2 + f'^2 + a\frac{dg}{dx} + b\frac{dg}{dy} + c\frac{dg}{dz},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dydz} = f'g' + e'(f+g) + a\frac{de'}{dx} + b\frac{de'}{dy} + c\frac{de'}{dz},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dzdx} = g'e' + f'(g+e) + a\frac{df'}{dx} + b\frac{df'}{dy} + c\frac{df'}{dz},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dxdy} = e'f' + g'(e+f) + a\frac{dg'}{dx} + b\frac{dg'}{dy} + c\frac{dg'}{dz}.$$

Ma, ponendo

$$(5)_a \quad \left\{ \begin{array}{ll} fg - e'^2 = E, & f'g' - ee' = E', \\ ge - f'^2 = F, & g'e' - ff' = F', \\ ef - g'^2 = G, & e'f' - gg' = G'; \\ e + f + g = \theta, & E + F + G = \Theta, \end{array} \right.$$

si trova facilmente

$$(5)_b \left\{ \begin{array}{ll} e^2 + f'^2 + g'^2 = E + \theta e - \Theta, & f'g' + e'(f+g) = E' + \theta e', \\ f^2 + g'^2 + e'^2 = F + \theta f - \Theta, & g'e' + f'(g+e) = F' + \theta f', \\ g^2 + e'^2 + f'^2 = G + \theta g - \Theta, & e'f' + g'(e+f) = G' + \theta g'. \end{array} \right.$$

Se finalmente si pone

$$(5)_c \qquad a^2 + b^2 + c^2 = H^2,$$

si può scrivere

$$(5)_d \qquad a = H\frac{dx}{dn}, \qquad b = H\frac{dy}{dn}, \qquad c = H\frac{dz}{dn},$$

ove n è la normale alla superficie di livello $V = \text{Cost.}$ che ssa per il punto (x, y, z), normale di cui non è necessario ssare il senso, il quale dipende dal segno che si attribuisce lla quantità

$$H = \sqrt{\Delta_1 V} = \frac{dV}{dn}. \tag{5}$$

n base a queste varie formole si ha

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dx^2} &= E + \theta e - \Theta + H\frac{de}{dn},\\
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dy^2} &= F + \theta f - \Theta + H\frac{df}{dn},\\
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dz^2} &= G + \theta g - \Theta + H\frac{dg}{dn},\\
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dy\,dz} &= E' + \theta e' + H\frac{de'}{dn},\\
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dz\,dx} &= F' + \theta f' + H\frac{df'}{dn},\\
\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta_1 V}{dx\,dy} &= G' + \theta g' + H\frac{dg'}{dn};
\end{aligned}$$

, facendo la sostituzione di queste espressioni e dei simboli (5), elle equazioni (4), si trova che a queste può darsi la forma eguente:

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned}
(1-C)\,E &= C\left(\theta e + H\frac{de}{dn} + \Theta - \theta^2 - H\frac{d\theta}{dn}\right),\\
(1-C)\,F &= C\left(\theta f + H\frac{df}{dn} + \Theta - \theta^2 - H\frac{d\theta}{dn}\right),\\
(1-C)\,G &= C\left(\theta g + H\frac{dg}{dn} + \Theta - \theta^2 - H\frac{d\theta}{dn}\right);\\
(1-C)\,E' &= C\left(\theta e' + H\frac{de'}{dn}\right),\\
(1-C)\,F' &= C\left(\theta f' + H\frac{df'}{dn}\right),\\
(1-C)\,G' &= C\left(\theta g' + H\frac{dg'}{dn}\right).
\end{aligned}\right.$$

Sommando membro a membro le prime tre di queste equazioni si ottiene un risultato che può essere scritto nel modo seguente:

$$(6)_a \qquad (1-4C)\Theta + 2C\theta^2 + 2CH\frac{d\theta}{dn} = 0 .$$

Ora osserviamo in primo luogo che, per le ipotesi fatte, la quantità θ, la quale non è altro che $\Delta_2 V$, non può essere eguale che allo zero o ad una costante: quindi in ogni caso

$$(6)_b \qquad \frac{d\theta}{dn} = 0 .$$

Inoltre, per i significati $(5)_a$ di E, F, G, Θ si ha

$$2\Theta = (e+f+g)^2 - (e^2+f^2+g^2+2e'^2+2f'^2+2g'^2),$$

ossia

$$(6)_c \qquad 2\Theta = \theta^2 - (e^2+f^2+g^2+2e'^2+2f'^2+2g'^2).$$

In virtù di queste equazioni $(6)_{b,c}$ e del significato $(4)_a$ della costante C, l'equazione $(6)_a$ equivale a quest'altra

$$(6)_d \quad (3A-4B)\,\theta^2 + A\,(e^2+f^2+g^2+2e'^2+2f'^2+2g'^2) = 0 .$$

Ora finchè le costanti

$$3A-4B, \qquad A$$

sono amendue maggiori di zero, come è richiesto dalle due condizioni $(2)_b$, quest'equazione non può essere soddisfatta da una funzione *reale* V a meno che non si abbia, in ogni punto dello spazio considerato,

$$e = f = g = e' = f' = g' = 0,$$

cioè a meno che non sieno nulle tutte le derivate seconde della detta funzione, la quale non potrebbe avere, in questo caso, che la forma lineare

$$V = ax + by + cz + d ,$$

dove a, b, c, d sono quattro costanti.

Se dunque si prescinde dai casi specialissimi in cui V può assumere questa forma, la quale, in particolare, non può mai convenire ad uno spazio infinito e non presenta d'altronde alcun

interesse rispetto al problema d'elasticità, come quella che conduce a valori costanti per le componenti di pressione e per quelle di deformazione, bisogna necessariamente attribuire alle costanti d'isotropìa valori inconciliabili colle condizioni $(2)_b$ dell'equilibrio stabile del mezzo. In particolare, considerando lo spazio vuoto di masse potenzianti, cioè quello in cui la funzione θ soddisfa all'equazione $\theta = 0$, bisogna necessariamente supporre, per il mezzo isotropo che invade questo spazio,

$$(6)_e \qquad A = 0, \qquad B > 0.$$

La seconda di queste condizioni è imposta dalla forma che assume, per $A = 0$, l'espressione $(3)_c$ del potenziale d'elasticità, ossia dell'energìa di deformazione (riferita all'unità di volume), la quale diventa

$$(6)_f \qquad \Phi = \frac{5}{8B}\left(\frac{\Delta_1 V}{8\pi}\right)^2$$

Le condizioni $(6)_e$ sono in patente contraddizione colle $(2)_b$. Il mezzo definito da esse non può essere in equilibrio stabile rispetto a *tutte* le deformazioni possibili: tuttavia la natura dell'espressione $(6)_f$ è tale che l'equilibrio è ancora stabile rispetto a quella special classe di deformazioni che noi stiamo di presente considerando, cioè a quelle che sono definite da formole del tipo (3), in uno spazio nel quale la funzione V soddisfaccia all'equazione $\Delta_2 V = 0$. Un tal mezzo, se esistesse, avrebbe la proprietà di non trasmettere che vibrazioni trasversali. Per esso sarebbe eguale all'unità il noto coefficiente

$$(6)_g \qquad \eta = \frac{A - 2B}{2(A - B)}$$

della contrazione alla dilatazione, cosicchè una porzione prismatica di tal mezzo, assoggettata ad una semplice estensione longitudinale, si contrarrebbe sempre in eguale rapporto nel senso trasversale.

§ 3.

Vediamo ora se, anche ammettendo l'esistenza del mezzo testè considerato, si possa conseguire in ogni caso la determinazione della deformazione corrispondente ad una data funzione

potenziale V; e, per evitare maggiori difficoltà, occupiamoci unicamente dello spazio infinito escluso dalle masse cui questa funzione potenziale appartiene, tanto più che è in questo spazio che si rende maggiormente plausibile la supposizione dell'esistenza di un mezzo isotropo.

Introducendo nelle equazioni (6) le condizioni

$$\theta = 0, \qquad A = 0 \qquad \text{ossia} \qquad C = \tfrac{1}{2},$$

quelle equazioni si riducono alla seguente forma più semplice:

$$(7) \qquad \begin{cases} H\dfrac{de}{dn} = 3E - \Theta, & H\dfrac{de'}{dn} = 3E' \\ H\dfrac{df}{dn} = 3F - \Theta, & H\dfrac{df'}{dn} = 3F' \\ H\dfrac{dg}{dn} = 3G - \Theta, & H\dfrac{dg'}{dn} = 3G' \end{cases}$$

Rappresentiamo con Δ il determinante delle derivate seconde di V, cioè poniamo

$$\Delta = \begin{vmatrix} e & g' & f' \\ g' & f & e' \\ f' & e' & g \end{vmatrix}$$

ed osserviamo che questo determinante può essere svolto in varii modi. Si ha infatti

$$\begin{aligned} \Delta &= Ee + F'f' + G'g', \\ &= Ff + G'g' + E'e', \\ &= Gg + E'e' + F'f', \end{aligned}$$

e quindi anche

$$3\Delta = Ee + Ff + Gg + 2E'e' + 2F'f' + 2G'g';$$

combinando opportunamente fra loro queste diverse espressioni, si trovano queste altre:

$$(7)_a \qquad \begin{aligned} \Delta &= Ff + Gg + 2E'e' - Ee, \\ &= Gg + Ee + 2F'f' - Ff, \\ &= Ee + Ff + 2G'g' - Gg. \end{aligned}$$

Inoltre dalle note proprietà dello stesso determinante Δ scaturiscono tre coppie di identità del tipo

$$G'f' + Fe' + E'g = 0, \qquad F'g' + E'f + Ge' = 0,$$

e, sommando membro a membro le due identità di ciascuna coppia, si hanno le tre formole:

$$(7)_b \quad \begin{cases} F'g' + G'f' - Ee' - E'e + e'\Theta = 0, \\ G'e' + E'g' - Ff' - F'f + f'\Theta = 0, \\ E'f' + F'e' - Gg' - G'g + g'\Theta = 0. \end{cases}$$

Ciò premesso, derivando rispetto alla normale n le espressioni di E, F, G, E', F', G' date dalle formole $(5)_a$ e sostituendo, nelle equazioni così ottenute, i valori delle derivate normali di e, f, g, e', f', g' dati dalle sei equazioni (7), si trovano, coll'aiuto delle precedenti identità $(7)_{a,b}$, queste altre sei equazioni:

$$(7)_c \quad \begin{cases} H\dfrac{dE}{dn} = -2\Theta e - 3\Delta, & H\dfrac{dE'}{dn} = -2\Theta e', \\ H\dfrac{dF}{dn} = -2\Theta f - 3\Delta, & H\dfrac{dF'}{dn} = -2\Theta f', \\ H\dfrac{dG}{dn} = -2\Theta g - 3\Delta; & H\dfrac{dG'}{dn} = -2\Theta g', \end{cases}$$

le quali formano un sistema equivalente a quello delle equazioni (7).

Dalla somma delle prime tre di queste equazioni $(7)_c$ si ricava

$$(7)_d \qquad H\frac{d\Theta}{dn} = -9\Delta.$$

Finalmente, dalla derivazione rispetto alla normale di una qualunque delle precedenti espressioni del determinante Δ, e dalla sostituzione dei valori forniti dalle equazioni (7), $(7)_c$ per le derivate normali di e, f, g, e', f', g', E, F, G, E', F', G', si deduce

$$(7)_e \qquad H\frac{d\Delta}{dn} = 2\Theta^2.$$

Eliminando H fra le due equazioni $(7)_{d,e}$ si trova

$$\frac{d}{dn}(4\Theta^3 + 27\,\Delta^2) = 0\,,$$

epperò si conclude che l'espressione

$$4\Theta^3 + 27\,\Delta^2$$

è costante lungo il corso di ciascuna linea di forza. Ma questa espressione si annulla in ogni punto a distanza infinita, dunque dev' essere sempre

$$(7)_r \qquad 4\Theta^3 + 27\Delta^2 = 0\,.$$

Questa conclusione sussiste anche quando una parte soltanto delle linee di forza si protrae a distanza infinita, poichè per essere V una funzione la quale, nello spazio infinito in cui $\Delta_2 V = 0$, è continua e finita con tutte le sue derivate, ogni espressione formata colle derivate di questa funzione non può essere nulla in una regione di questo spazio senza essere tale anche in tutte le altre.

Il primo membro dell'equazione $(7)_r$ è la notissima condizione dell'eguaglianza di due radici dell'equazione di 3° grado priva di secondo termine

$$s^3 + s\Theta - \Delta = 0\,,$$

dove s è l'incognita. Scrivendo quest'equazione sotto la forma

$$\Delta - (E + F + G)\,s + (e + f + g)\,s^2 - s^3 = 0\,,$$

si riconosce subito ch'essa equivale alla seguente:

$$\begin{vmatrix} e - s & g' & f' \\ g' & f - s & e' \\ f' & e' & g - s \end{vmatrix} = 0\,.$$

È noto che la condizione $(7)_r$ dell'eguaglianza di due radici di quest'ultima equazione si scinde, nell'ipotesi della realità, in più altre, le quali, come vedremo, sono quelle che conducono alla risoluzione del nostro problema. Ma noi preferiamo ottenere queste singole condizioni direttamente, giovandoci di una notevole proprietà del sistema d'equazioni (7), la quale ora procediamo ad esporre.

§ 4.

Derivando ciascuna delle equazioni (7) rispetto alla normale n e sostituendo nei secondi membri delle equazioni che così si ottengono i valori delle derivate normali di E, F, G, E', F', G', Θ forniti dalle equazioni $(7)_{c,d}$, si trovano le seguenti sei nuove equazioni:

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} &H\frac{d\left(H\frac{de}{dn}\right)}{dn}+6\Theta e=0\,, \qquad H\frac{d\left(H\frac{de'}{dn}\right)}{dn}+6\Theta e'=0\,,\\ &H\frac{d\left(H\frac{df}{dn}\right)}{dn}+6\Theta f=0\,, \qquad H\frac{d\left(H\frac{df'}{dn}\right)}{dn}+6\Theta f'=0\,,\\ &H\frac{d\left(H\frac{dg}{dn}\right)}{dn}+6\Theta g=0\,, \qquad H\frac{d\left(H\frac{dg'}{dn}\right)}{dn}+6\Theta g'=0\,,\end{aligned}\right.$$

Di qui risulta che le sei derivate seconde di V soddisfanno tutte ad una sola e medesima equazione differenziale della forma

$$(8)_a \qquad H\frac{d\left(H\frac{d\omega}{dn}\right)}{dn}+6\Theta\omega=0\,,$$

dove

$$\omega=e,\ f,\ g,\ e',\ f',\ g'.$$

Sieno ora ω ed ω' due qualunque di queste sei derivate seconde, talchè, insieme coll'equazione $(8)_a$, sussista anche la seguente

$$H\frac{d\left(H\frac{d\omega'}{dn}\right)}{dn}+6\Theta\omega'=0\,.$$

Da quest'equazione e dalla $(8)_a$ si deduce

$$\omega\frac{d\left(H\frac{d\omega'}{dn}\right)}{dn}-\omega'\frac{d\left(H\frac{d\omega}{dn}\right)}{dn}=0\,,$$

ovvero

$$\frac{d}{dn}\left\{ H\left(\omega \frac{d\omega'}{dn} - \omega' \frac{d\omega}{dn}\right)\right\} = 0.$$

Di qui risulta che l'espressione

$$H\left(\omega \frac{d\omega'}{dn} - \omega' \frac{d\omega}{dn}\right)$$

è costante lungo il corso di ciascuna linea di forza. Ma, come si è già osservato rispetto al primo membro dell'equazione (7)$_c$, quest' espressione si annulla in ogni punto a distanza infinita, dunque dev' essere sempre

$$(8)_b \qquad \omega \frac{d\omega'}{dn} - \omega' \frac{d\omega}{dn} = 0.$$

Da quest' equazione, che sussiste per due qualunque delle derivate seconde e, f, g, e', f', g', si deducono in particolare le due eguaglianze

$$(9) \qquad \frac{\frac{de'}{dn}}{e'} = \frac{\frac{df'}{dn}}{f'} = \frac{\frac{dg'}{dn}}{g'}$$

e quindi anche, in virtù delle tre ultime equazioni (7), queste altre due

$$(9)_a \qquad \frac{E'}{e'} = \frac{F'}{f'} = \frac{G'}{g'}.$$

Queste relazioni contengono gli elementi essenziali della soluzione del nostro problema.

Abbiamo supposto, nel porre le precedenti eguaglianze sotto la forma qui indicata, che nessuna delle derivate seconde e', f', g' sia identicamente nulla. Ora questa supposizione è lecita, poichè non essendosi fatta alcuna ipotesi speciale sulla direzione degli assi coordinati, è sempre possibile fissarla in modo da evitare l'anzidetta eccezione. Il solo caso in cui ciò riuscirebbe impossibile sarebbe quello nel quale *tutte* le derivate seconde fossero identicamente nulle, ossia nel quale V fosse una funzione lineare delle coordinate: ma questo caso, che venne già messo in di-

sparte per altre ragioni, è attualmente escluso dall'infinità dello spazio al quale riferiamo la funzione V.

Denotando con

$$\frac{\frac{dh'}{dn}}{h'}$$

il valore dei tre rapporti eguali (9), si può porre

$$e' = \frac{h'}{\xi}, \qquad f' = \frac{h'}{\eta}, \qquad g' = \frac{h'}{\zeta},$$

dove ξ, η, ζ sono tre funzioni che rimangono costanti lungo una stessa linea di forza, cioè che soddisfanno alle condizioni

$$(10) \qquad \frac{d\xi}{dn} = \frac{d\eta}{dn} = \frac{d\zeta}{dn} = 0$$

e che possono inoltre essere, per comodità di calcolo, assoggettate alla relazione

$$(10)_a \qquad \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1.$$

Dai precedenti valori di e', f', g' si ricava

$$E' = \frac{h'(h'\xi - e\eta\zeta)}{\xi\eta\zeta}, \qquad F' = \frac{h'(h'\eta - f\zeta\xi)}{\xi\eta\zeta}, \qquad G' = \frac{h'(h'\zeta - g\xi\eta)}{\xi\eta\zeta}$$

epperò $(9)_a$

$$\frac{h'\xi}{\eta\zeta} - e = \frac{h'\eta}{\zeta\xi} - f = \frac{h'\zeta}{\xi\eta} - g.$$

Designando con h il valor comune di queste tre espressioni eguali, si ha

$$e = \frac{h'\xi}{\eta\zeta} - h, \qquad f = \frac{h'\eta}{\zeta\xi} - h, \qquad g = \frac{h'\zeta}{\xi\eta} - h$$

e la condizione $\theta = e + f + g = 0$ dà $(10)_a$

$$\frac{h'}{\xi\eta\zeta} - 3h = 0, \qquad \text{cioè} \qquad h' = 3h\xi\eta\zeta.$$

Si ha dunque finalmente

$$(10)_b \quad \begin{cases} e = h(3\xi^2 - 1)\,, & e' = 3h\eta\zeta\,, \\ f = h(3\eta^2 - 1)\,, & f' = 3h\zeta\xi\,, \\ g = h(3\zeta^2 - 1)\,, & g' = 3h\xi\eta\,. \end{cases}$$

Di qui si ricava

$$\begin{array}{ll} \mathrm{E} = h^2(3\xi^2 - 2), & \mathrm{E}' = 3h^2\eta\zeta\,, \\ \mathrm{F} = h^2(3\eta^2 - 2), & \mathrm{F}' = 3h^2\zeta\xi\,, \\ \mathrm{G} = h^2(3\zeta^2 - 2); & \mathrm{G}' = 3h^2\xi\eta\,; \\ \Theta = -3h^2, & \Delta = 2h^3. \end{array}$$

Facendo la sostituzione di questi valori nelle equazioni (7), con riguardo alle condizioni (10), si trova che esse si riducono tutte all' unica equazione

$$(10)_c \qquad \mathrm{H}\frac{dh}{dn} = 3h^2\,.$$

§ 5.

Ritorniamo ora alle formole (5), dalle quali si ha

$$\begin{aligned} da &= e dx + g' dy + f' dz\,, \\ db &= g' dx + f dy + e' dz\,, \\ dc &= f' dx + e' dy + g dz\,, \end{aligned}$$

e quindi per i precedenti valori $(10)_b$,

$$(11) \quad \begin{cases} da = 3h\xi\,(\xi dx + \eta dy + \zeta dz) - h dx\,, \\ db = 3h\eta\,(\xi dx + \eta dy + \zeta dz) - h dy\,, \\ dc = 3h\zeta\,(\xi dx + \eta dy + \zeta dz) - h dz\,. \end{cases}$$

Le nove condizioni d' integrabilità (riducibili ad otto)

$$\begin{array}{lll} \dfrac{dg'}{dz} - \dfrac{df'}{dy} = 0\,, & \dfrac{df'}{dx} - \dfrac{de}{dz} = 0\,, & \dfrac{de}{dy} - \dfrac{dg'}{dx} = 0\,; \\ \dfrac{df}{dz} - \dfrac{de'}{dy} = 0\,, & \dfrac{de'}{dx} - \dfrac{dg'}{dz} = 0\,, & \dfrac{dg'}{dy} - \dfrac{df}{dx} = 0\,; \\ \dfrac{de'}{dz} - \dfrac{dg}{dy} = 0\,, & \dfrac{dg}{dx} - \dfrac{df'}{dz} = 0\,, & \dfrac{df'}{dy} - \dfrac{de'}{dx} = 0\,; \end{array}$$

si traducono in altrettante equazioni differenziali parziali fra le quattro funzioni ξ, η, ζ, h, che possono essere scritte nel modo seguente:

$$(11)_\xi \quad \begin{cases} L\xi + h\left(\eta \frac{d\xi}{dz} - \zeta \frac{d\xi}{dy}\right) = 0\,, \\ M\xi + h\left(\zeta \frac{d\xi}{dx} - \xi \frac{d\xi}{dz}\right) = -\frac{1}{3}\frac{dh}{dz}\,, \\ N\xi + h\left(\xi \frac{d\xi}{dy} - \eta \frac{d\xi}{dx}\right) = +\frac{1}{3}\frac{dh}{dy}\,; \end{cases}$$

$$(11)_\eta \quad \begin{cases} L\eta + h\left(\eta \frac{d\eta}{dz} - \zeta \frac{d\eta}{dy}\right) = +\frac{1}{3}\frac{dh}{dz}\,, \\ M\eta + h\left(\zeta \frac{d\eta}{dx} - \xi \frac{d\eta}{dz}\right) = 0\,, \\ N\eta + h\left(\xi \frac{d\eta}{dy} - \eta \frac{d\eta}{dx}\right) = -\frac{1}{3}\frac{dh}{dx}\,; \end{cases}$$

$$(11)_\zeta \quad \begin{cases} L\zeta + h\left(\eta \frac{d\zeta}{dz} - \zeta \frac{d\zeta}{dy}\right) = -\frac{1}{3}\frac{dh}{dy}\,, \\ M\zeta + h\left(\zeta \frac{d\zeta}{dx} - \xi \frac{d\zeta}{dz}\right) = +\frac{1}{3}\frac{dh}{dx}\,, \\ N\zeta + h\left(\xi \frac{d\zeta}{dy} - \eta \frac{d\zeta}{dx}\right) = 0\,; \end{cases}$$

dove per brevità si è posto

$$(11)_a \ L = \frac{d.h\eta}{dz} - \frac{d.h\zeta}{dy}\,, \quad M = \frac{d.h\zeta}{dx} - \frac{d.h\xi}{dz}\,, \quad N = \frac{d.h\xi}{dy} - \frac{d.h\eta}{dx}\,.$$

Sommando le equazioni di ciascuna delle tre terne $(11)_{\xi,\,\eta,\,\zeta}$, dopo averle ordinatamente moltiplicate per ξ, η, ζ, si ottiene

$$(11)_b \quad \begin{cases} (L\xi + M\eta + N\zeta)\xi = \frac{1}{3}\left(\frac{dh}{dy}\zeta - \frac{dh}{dz}\eta\right)\,, \\ (L\xi + M\eta + N\zeta)\eta = \frac{1}{3}\left(\frac{dh}{dz}\xi - \frac{dh}{dx}\zeta\right)\,. \\ (L\xi + M\eta + N\zeta)\zeta = \frac{1}{3}\left(\frac{dh}{dx}\eta - \frac{dh}{dy}\xi\right)\,. \end{cases}$$

Sommando invece le prime equazioni di ciascuna delle terne anzidette, poscia le seconde, poscia le ultime, dopo averle ordinatamente moltiplicate, ciascuna volta, per ξ, η, ζ, si ottiene, con riguardo alla relazione $(10)_a$,

$$(10)_c \qquad \left\{ \begin{aligned} &L + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dh}{dy}\zeta - \frac{dh}{dz}\eta\right) = 0 , \\ &M + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dh}{dz}\xi - \frac{dh}{dx}\zeta\right) = 0 , \\ &N + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dh}{dx}\eta - \frac{dh}{dy}\xi\right) = 0 . \end{aligned} \right.$$

Finalmente, sommando sia le tre equazioni $(11)_b$, sia le tre equazioni $(11)_c$, dopo averle ordinatamente moltiplic[illegible]ucono tu[illegible] si ottiene

$$L\xi + M\eta + N\zeta = 0 ,$$

epperò, in forza delle stesse equazioni $(11)_{b,c}$, si ha tant

$$\frac{dh}{dy}\zeta - \frac{dh}{dz}\eta = 0 , \quad \frac{dh}{dz}\xi - \frac{dh}{dx}\zeta = 0 , \quad \frac{dh}{dx}\eta - \frac{dh}{dy}\xi = 0 ,$$

quanto

$$L = 0 , \quad M = 0 , \quad N = 0 .$$

Alle prime tre di queste ultime sei equazioni si può dare la forma

$$(11)_d \qquad \frac{\frac{dh}{dx}}{\xi} = \frac{\frac{dh}{dy}}{\eta} = \frac{\frac{dh}{dz}}{\zeta} = \frac{dh}{\xi dx + \eta dy + \zeta dz} ;$$

alle ultime tre, tenendo conto delle precedenti, si può dare invece la forma

$$(11)_e \qquad \frac{d\eta}{dz} - \frac{d\zeta}{dy} = 0 , \quad \frac{d\zeta}{dx} - \frac{d\xi}{dz} = 0 , \quad \frac{d\xi}{dy} - \frac{d\eta}{dx} = 0 .$$

Da queste tre equazioni $(11)_e$, consegue immediatamente che esiste una funzione r delle coordinate x, y, z, il cui differenziale totale è dato da

$$(12) \qquad \xi dx + \eta dy + \zeta dz = dr ,$$

...ni $(11)_d$ mostrano che la quantità h non ... questa funzione r.

...zioni $(11)_{\xi,\eta,\zeta}$ i cui secondi membri sono ... irtù delle equazioni $(11)_d$, alle seguenti

$$\ldots = 0, \quad \zeta\frac{d\xi}{dy} - \xi\frac{d\zeta}{dy} = 0, \quad \xi\frac{d\eta}{dz} - \eta\frac{d\xi}{dz} = 0.$$

...uazioni del sistema anzidetto, combinate a ...ua, in guisa da eliminare le derivate di h,

$$\ldots\left(\frac{d\eta}{dy} - \frac{d\zeta}{dz}\right) = \eta\frac{d\eta}{dx} - \zeta\frac{d\zeta}{dx},$$

$$\ldots\left(\frac{d\zeta}{dz} - \frac{d\xi}{dx}\right) = \zeta\frac{d\zeta}{dy} - \xi\frac{d\xi}{dy},$$

$$\zeta\left(\frac{d\xi}{dx} - \frac{d\eta}{dy}\right) = \xi\frac{d\xi}{dz} - \eta\frac{d\eta}{dz}.$$

...lle stesse equazioni, combinate a due a due per ...ano

$$h\xi\left(\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\xi}{dz}\right) = -\frac{2}{3}\frac{dh}{dx},$$

$$h\eta\left(\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz}\right) = -\frac{2}{3}\frac{dh}{dy},$$

$$h\zeta\left(\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz}\right) = -\frac{2}{3}\frac{dh}{dz},$$

che si compendiano tutte (12) nell' unica

$$\left(\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz}\right)dr = -\frac{2}{3}\frac{dh}{h},$$

...le si può dare la forma

$$\frac{d\log h}{dr} = -\frac{2}{3}\Delta_2 r.$$

(Continua)

L' ELETTRICITÀ STATICA E DINAMICA NELL' ATMOSFERA; NOTA DI L. PALMIERI.

L' elettricità statica o di tensione rappresenta un' energìa potenziale pronta a tradursi in energìa cinetica ed a produrre un lavoro. Ma non si può dire che siffatta elettricità sia rigorosamente in equilibrio nel corpo che la possiede, perocchè da se stessa gradatamente sparisse, il che vuol dire che veramente è in moto. Ciò non pertanto cotesta elettricità si esplora e si misura con apparecchi elettrostatici, elettroscopi, elettrometri, inetti ad indicare la elettricità cinetica o le correnti propriamente dette le quali si palesano e si misurano con appositi strumenti. E quantunque ogni elettricità statica possa tradursi in elettricità cinetica, pure si richiedono certe condizioni per avere ciocchè più propriamente si chiama corrente, da potersi mostrare col galvanometro. Ci ha delle sorgenti più acconce a dare elettricità statica come per esempio la macchina elettrica, ed altre che più direttamente sono opportune a dare correnti come la pila; sebbene si riesca con alcuni accorgimenti ad avere correnti dalle prime e tensioni elettrostatiche dalle seconde. Fu il mio vecchio amico Daniele Colladon, per quanto mi ricordo, che con un galvanometro opportunamente modificato ottenne correnti dalla macchina elettrica, come il Gassiot trasse vigorose scintille dalla pila.

Ciò posto l' elettricità atmosferica derivando dal condensamento dei vapori aquei che giungono nelle falde più fredde dell' aria, che non è un buon conduttore, assumer deve l' aspetto di quella che si disse statica o di tensione, e quindi atta nelle condizioni opportune a tradursi in folgori. Per la qual cosa gli strumenti usati, sia per mostrarne l' esistenza e la natura, sia per misurarne l' intensità, furono quasi sempre di pertinenza dell' elettrostatica. Ma il Colladon ch' era riuscito a far parlare il suo galvanometro nel circuito della macchina elettrica fin dal 1826, pensò di applicarlo allo studio della meteorologia elettrica. L' esempio non rimase senza imitatori, ma pochi per quanto mi sappia si contentarono del solo galvanometro rinunziando agli

elettrometri. Anche io tanto all'osservatorio vesuviano quanto alla specola universitaria posi il galvanometro accanto all'elettrometro e vidi che in tempo di piogge si hanno notevoli deviamenti particolarmente entro le zone da me altrove descritte, da far distinguere con le correnti discendenti o ascendenti le zone positive o negative. Ma nei tempi ordinari i deviamenti sono piccolissimi o nulli, e non mi pare agevole aver misure comparabili. Ad evitare le perturbazioni che le correnti elettriche dell'atmosfera avrebbero potuto arrecare al magnetismo degli aghi galvanometrici, io aveva anche ideato un dinamometro elettromagnetico, ma persuaso che gli strumenti più opportuni per le osservazioni di meteorologia elettrica dovessero appartenere all'elettrostatica, trascurai per fino la esecuzione del mio elettrodinamometro.

Ora son lieto di vedere che il Nestore degli studiosi dell'elettricità meteorica in una recente comunicazione all'Accademia delle scienze di Francia non ripudia il metodo del conduttore mobile da me usato, e conviene con me nel riconoscere *que tout nuage qui se résout en pluie est une source continue d'électricité*, ma crede che questa elettricità venga dalle falde superiori dell'atmosfera aspirate dalle correnti aeree discendenti generate dalla caduta stessa della pioggia. E soggiunge che se il mio conduttore mobile prontamente elevato si elettrizza, lo stesso dovrebbe intervenire se rimanendo esso immobile, l'aria soprastante prontamente scendesse. Or questo concetto a prima vista così giusto, non credo che sia applicabile al caso nostro, essendo ormai risaputo che ogni corpo che prontamente si avvicina al suolo, nei tempi ordinari, mostra elettricità negativa: ecco perchè mentre sotto la pioggia si ha forte elettricità positiva indotta, pure le gocciole che partono elettrizzate dalle nubi non arrivano al suolo con segni evidenti di elettricità propria. Il fumo nelle grandi eruzioni del Vesuvio è fortemente elettrizzato di elettricità positiva, ed intanto la cenere che cade da esso giunge al suolo con elettricità negativa; ma se il conduttore prontamente si eleva si avrà elettricità positiva, e ciò si dimostra in modo facilissimo, giacchè tenendo fermo il conduttore, la cenere che cade sul disco terminale di esso lo elettrizza negativamente, ma se il conduttore prontamente si elevi, mostrerà elettricità positiva.

Ripigliamo un dei miei esperimenti dal 1850 sulla vena liquida discendente del quale molti anni dopo si è stimato potersi giovare per lo studio della elettricità meteorica. Si prenda un vaso metallico forato in fondo con uno o più fori, e si esponga all' aria libera in sito eminente, cioè non dominato da corpi circostanti. Empito il vaso di acqua ed isolato, esso vi darà elettricità positiva; gli zampilli daranno la stessa elettricità in vicinanza del vaso, ma più sotto mostreranno elettricità negativa, la quale diverrà più cospicua se il vaso superiore non sia isolato.

Ma pur concedendo tutto quello che il Colladon desidera, le tensioni che si osservano elevando il conduttore nelle giornate calme e serene saranno sempre acconce a dare la misura delle intensità dell' influsso della elettricità atmosferica la quale, come si dirà, non risiede ad altezze molto considerevoli, anzi non di rado è poco elevata dal suolo. E vedendo queste tensioni farsi notevolmente maggiori sempre che il vapore aqueo giunga dove il freddo il colga, pare inutile invocare un' altra cagione per la elettricità che si appalesa con la caduta della pioggia, grandine o neve; imperciocchè se l' elettricità cresce con l' umidità relativa, diviene più intensa con la formazione delle caligini, delle nebbie e delle nubi, raggiungendo i suoi massimi quando i vapori si risolvono decisamente in acqua o neve ed in proporzione della rapidità e della copia dei rovesci, mi pare strano il non riconoscere questi massimi, conseguenza legittima del massimo condensamento de' vapori, specialmente dopo le sperienze di laboratorio tanto semplici ed evidenti ultimamente da me istituite.

Credo che il mio illustre amico nel tempo in cui scriveva la sua importante nota sopra menzionata non avesse ancora avuta notizia delle mie ultime esperienze, sulla elettricità che si svolge quando l' acqua si risolve in vapore, e quando il vapore dell' ambiente si risolve in acqua, altrimenti forse non avrebbe detto che *la condensation aqueuse ne produit pas d' électricité notable.* E pure il suo collega Prof. Oltremare dell'Università di Ginevra nel primo volume del 3.° periodo degli *Annali delle scienze fisiche e naturali della* B. U. scrivea: *Il est reconnu que toute condensation est nécessairement accompagnée d' un dégagement d' électricité* ecc.

Potrei citare parecchie osservazioni del Colladon dalle quali apparirebbe la legge da me formolata fin dal 1854, ma mi contento di riferire ciocchè dice nel Vol. II. del 3.° periodo degli *Archivi* di sopra menzionati: *En général, la partie plus dense et plus elevée d'un nimbus, surtout s'il en achapp une averse, donne des signes intenses d'électricité positive et determine par son influence . . . , la distribution de l'électricité positive, nulle ou négative* ecc., p. 9.

Il mio illustre amico a rafforzare il suo concetto della elettricità che dalle alte regioni dell'atmosfera viene col cader della pioggia aspirata verso la terra, soggiunge *que c'est un fait généralment demontré en toute saison que les couches d'aire supérieures aux nuages sont électrisées positivement par rapport au sol.* Queste parole mi fanno sospettare che il dotto Autore creda, come molti credono, che la elettricità atmosferica cresca con le altezze. Per la qual cosa non sarà inutile ricordare quello che da osservazioni comparabili e simultanee, fatte a diverse altezze, con piena evidenza si ricava.

Le osservazioni contemporanee fatte ad altezze che differiscono di 20 in 30 metri danno quasi sempre una prevalenza al luogo più elevato, prevalenza che cessa di essere costante con maggiori differenze di altezze. Ecco perchè io ritengo vere le osservazioni del napoletano Tiberio Cavallo fatte sulla cupola di S. Paolo a Londra quantunque non perfettamente sincrone e non esenti dalle, ora note, perturbazioni derivanti dalla presenza delle pareti della cupola [1]).

Le osservazioni contemporanee fatte dal 1876 fino al 1881 non meno di tre volte al giorno 9 a. 3 p. e 9 p. alla specola universitaria, 57^{m} sul mare ed alla specola di Capodimonte a 149^{m}, pubblicate nei nostri rendiconti ed anche in quaderni separati, basterebbero a mostrare come spesso la elettricità del luogo più

1) Ecco come il celebre elettricista si esprime: " In un luogo più elevato l'elettricità è più forte che in uno più basso; poichè avendo provato l'elettrometro atmosferico „ tanto nella ringhiera di pietra che in quella di ferro sulla cupola della Cattedrale di „ S. Paolo di Londra, trovai che le palle divergevano molto più in quest'ultimo luogo, „ che nel primo meno elevato; di dove apparisce che se questa regola ha luogo a qualunque distanza dalla terra, l'elettricità nelle regioni superiori dell'atmosferica bisogna che sia estremamente forte „. Tiberio Cavallo, *Trattato completo d'elettricità*. Tradotto in Italiano dall'originale inglese. Fireuze 1779, pag. 468.

elevato risulti minore di quella del luogo più basso. La cosa acquista maggiore evidenza con differenza di altezze più grandi. Dal 1872 finora la specola universitaria ed all' osservatorio vesuviano (637ᵐ sul mare) si fanno a segno di telegrafo non meno di quattro osservazioni al giorno perfettamente sincrone, e nel Vol. VI degli *Atti* della R. Accad. delle Sc. Fis. di Napoli, si trova inserita una memoria nella quale sono esposti i valori delle tensioni osservate per tre anni. Non ho pubblicate quelle degli anni seguenti perchè le medesime rifermano perfettamente le conclusioni alle quali ero pervenuto e che formolava così:

« 1.° Dividendo l' anno in due stagioni che dirò invernale « ed estiva, si trova che nella prima l'elettricità dell' aria all'os- « servatorio vesuviano è notevolmente minore di quella che si « osserva in Napoli, salvo qualche rara eccezione col dominio dei « venti boreali.

« 2°. Nella stagione estiva e nelle giornate regolari quasi « sempre le tensioni all' osservatorio superano quelle che si no- « tano all' università, ma solo nelle ore del giorno; giacchè nella « notte si avvera il contrario ». Ma ho ragione di credere che a maggiori altezze le tensioni si facciano costantemente decrescenti, e questo lo deduco dalle osservazioni contemporanee che si fanno al piccolo S. Bernardo ed a Moncalieri. Ecco come si esprime il P. Denza in una nota letta all'Accademia delle scienze di Torino. Però dall' esame delle osservazioni del piccolo S. Bernardo che trovasi a 2160 metri sul livello del mare, e dove le osservazioni elettriche s' incominciarono nel dicembre del 1875, e si fanno come a Moncalieri, sei volte al giorno, rimane evidentemente confermata la legge già ammessa, che cioè: La tensione elettrica dell' atmosfera, nelle condizioni normali di questa, diminuisce con l' altitudine.

Non è dall' altezza assoluta, come bene avvertiva il Sausurre nei suoi viaggi sulle Alpi, che dipende la maggiore tensione, sibbene dalla relativa del luogo, che non deve essere dominato de' corpi circostanti. Onde, come nota egli stesso, sul Colle del Gigante e sul Monte Bianco ebbe meno di altri siti più bassi egualmente bene esposti; forse, dice il Belli, per la minore grossezza del soprapposto strato atmosferico. elettrizzato in più.

Stimo degno dell'attenzione di tutti e particolarmente di coloro che ad onta dei fatti amano andare uccellando ad ipotesi, che nella stagione estiva quando nelle ore diurne all' osservatorio vesuviano si hanno tensioni elettriche maggiori di quelle che si notano all' università, alla Specola di Capodimonte cioè ad altezza intermedia, si ha generalmente una tensione minima. Per modo che la elettricità prima scema col salire, e poi cresce.

Il Belli nel riferire le osservazioni del Beccaria sulle più forti indicazioni elettriche che si avevano dai suoi fili metallici esposti all'aria libera nelle ore in cui formavasi la rugiada, soggiunge: « E qui a mio credere si nasconde qualche verità importante per la meteorologia elettrica ». Or questa verità che il dotto Professore di Pavia intravedeva, se vivesse, sarebbe lieto di vedere ora sperimentalmente dimostrata.



UN FATTO CHE MERITA DI ESSERE REGISTRATO;
NOTA DI L. PALMIERI.

In sul finire del mese di dicembre del 1864, il Prefetto di Foggia m'invitava con premura ad andare a S. Nicandro del Gargano, ove le scosse di terremoto da un anno si ripetevano a brevi intervalli e con intensità crescenti: frattanto io chiedevo di essere scortato dai carabinieri, per la paura dei briganti che in quel tempo infestavano queste province, ebbi notizia della grande eruzione dell' Etna che si manifestò nel 3 gennaio del 1865. Sospettai che dopo quell' avvenimento potesse il suolo di S. Nicandro entrare in calma, e nell' annunziare questo mio sospetto al Prefetto di Foggia, seppi che veramente il terremoto era cessato.

Verso la metà del passato mese di maggio di questo anno, l'attuale Prefetto di Foggia, mi premurava nuovamente ad andare a S. Nicandro ove il terremoto durava da parecchi mesi sempre con intensità crescenti. Risposi che non prevedeva sventure, essendo il suolo di S. Nicandro solito ad attraversare lunghi periodi sismici non disastrosi; succede intanto l' ultima grande

eruzione dell'Etna ora ora cessata, ripetendosi letteralmente nel 1886 quello che era avvenuto nel 1865.

Giova ricordare che poco dopo il grande terremoto che fu detto di Melfi, e che si estese meno intensamente quasi in tutte le Puglie, avvenne un'altra delle maggiori eruzioni del Mongibello.

Ci sono state in quel vulcano poche altre eruzioni minori, ma non so se il suolo di S. Nicandro siasene notevolmente risentito. Sarebbe perciò utile che in quel sito venisse posto un apparecchio sismico, il quale potrebbe in avvenire far conoscere se i fatti da me esposti, sono stati mere coincidenze o debbansi ritenere come fenomeni costanti.



ALCUNI SINGOLARI FENOMENI SPETTROSCOPISTICI; PER A. RICCÒ.

Il 9 marzo scorso (1886) mentre osservavo, colla fessura dello spettroscopio un po' allargata la inversione delle righe del sodio D_1 e D_2 sopra una splendidissima protuberanza all'angolo di posizione 114° (Est), ho visto con sorpresa la riga cromosferica D_3 come doppia, essendo divisa in mezzo da un sottile filetto nero; essendo passato alle altre righe della cromosfera C ed F vi ho osservato lo stesso fenomeno, anche più facilmente; questa osservazione era stata fatta a fessura tangente al bordo: girato lo strumento di 90°, cioè posta la fessura normale al bordo, quel singolare sdoppiamento persisteva ancora, anzi si estendeva a tutta l'altezza della protuberanza. Finalmente rimessa la fessura tangente al bordo, ne ho fatto tutto il giro, e dappertutto ho scorto il filetto nero dividente le righe lucide cromosferiche.

Il fenomeno si vede meglio con fessura non tanto stretta, ma però sussiste a varie larghezze, fino a quella necessaria per vedere la cromosfera in tutta la sua altezza. Fatta l'abitudine ad osservarlo, ora lo vedo facilmente anche mentre fo l'ordinaria osservazione spettroscopica del bordo solare. E in vero mi rammento che anteriormente avevo notato un indizio di divisione della C, formata come da una linea oscura sfumata che mi era

alquanto molesta nello studio delle protuberanze. Di più il signor A. Mascari, assistente per l'astrofisica nell'Osservatorio di Palermo, mi ha ricordato che nel settembre 1884, allorquando io era assente da Palermo, mi scrisse che la riga D_3 gli era parsa doppia, perchè divisa da una riga nera: ma io, nella convinzione che quella riga è semplice, non compresi bene di che si trattava, e appresso nè io, nè lui ce ne occupammo più.

Nei giorni successivi al 9 marzo vidi che lo sdoppiamento delle righe cromosferiche aveva luogo in qualunque condizione di cielo, ed anche mettendo la fessura dello spettroscopio fuori del piano focale dell'obiettivo del refrattore: insomma quel fenomeno si vedeva sempre quando fossero visibili, anche confusamente, le righe cromosferiche lucide.

Provai a servirmi dello spettroscopio a diffrazione e potei scorgere quel filetto nero entro la riga lucida C, quantunque con qualche difficoltà, negli spettri di tutti gli ordini fino al 5°, in cui la dispersione presso la C è circa uguale a quella dello spettroscopio a rifrazione (distanza B C = 100″).

Inoltre insieme al precedente fenomeno me se ne presentò un altro congenere, ma in senso inverso: cioè lo sdoppiamento delle righe oscure fotosferiche non sottili. Allargando alquanto la fessura e guardando bene quelle righe, e specialmente la F e la C, ho visto che nel loro mezzo apparisce una regione più chiara, la quale ad un certo grado di apertura della fenditura fa parere quelle righe doppie. Questa apparenza persiste fino alla larghezza necessaria per vedere la cromosfera ed anche oltre; anche questo lo si vede con entrambi gli spettroscopii, con qualunque stato di cielo, tanto sul disco solare che sulla regione atmosferica vicina fortemente illuminata, ed anche mettendo la fessura affatto fuori del piano focale dell'obiettivo del refrattore. Ma restringendo la fessura in modo che le righe si vedano sottili; lo sdoppiamento svanisce.

Posta la fessura normale od anche obliqua al bordo, per modo di vedere simultaneamente le righe cromosferiche oscure in una parte e lucide nell' altra attigua, e dando conveniente apertura alla fessura, si riesce a vedere lo sdoppiamento di entrambi le parti delle righe, oscura l' una col chiaro in mezzo, lucida l' altra col filetto nero in mezzo; e si riceve l'impressione

che l'un fenomeno sia il negativo o l'inverso dell'altro, e che quindi abbiano causa comune.

Ora, lo sdoppiamento delle righe oscure grosse, producendosi su tutte quante, non può dipendere da qualche proprietà inerente o propria delle materie cui appartegono quelle righe che non sono distinte che per la grossezza, quindi similmente l'altro sdoppiamento che si produce su *tutte* le righe lucide cromosferiche da me osservate, non può corrispondere a qualche proprietà speciale della cromosfera. Conclusi quindi che ambedue i fenomeni dovevano essere strumentali, ottici, e molto probabilmente prodotti da diffrazione.

Per verificare questa spiegazione ho fatto le seguenti prove: ho soppresso nello spettroscopio a rifrazione il sistema rinfrangente ed ho guardato la fessura col canocchialino, mettendo avanti all'oculare tre vetri rossi di rubidio per avere luce per quanto possibile monocromatica: e così infatti ho visto una riga rossa lucida con in mezzo un debolissimo filetto nero.

Osservando l'immagine semplice della fessura riflessa dal reticolo dello spettroscopio a diffrazione, o da uno specchietto posto in sua vece, e ponendo innanzi all'occhio i tre vetri rossi ho visto pure lo stesso fenomeno.

Rimesso il sistema rifrangente nello spettroscopio a rifrazione ho posto una lamina con sottile fessura nel piano focale del cannocchialino dello spettroscopio, e facendo cadere su di essa le varie parti dello spettro, ho visto pure le righe lucide di tutti i colori, divise dal filetto nero, sempre assai debole, ma sicuro. Tolta la lastrina colla fenditura, ho posto al suo luogo un sottilissimo filo di platino (da reticolo), e facendolo scorrere col movimento del cannocchialino sulle diverse parti dello spettro, osservando con molta attenzione, vi ho visto un'apparenza di luce nel suo mezzo.

Evidentemente in questa esperienza la causa dello sdoppiamento era la diffrazione della luce; per conseguenza questa dev'essere pure la causa dei singolari fenomeni spettroscopici prima descritti.

Accertata questa origine, resta ad essi ben poca importanza; però ho stimato non sia male che vengano conosciuti, perchè costituiscono fenomeni di diffrazione notevoli per le particolari con-

dizioni in cui hanno luogo, e per la loro evidenza certamente dovuta al perfetto monocromatismo della luce in cui si producono; e d'altra parte parmi utile sieno conosciuti per starne in guardia negli studi spettroscopici.

Anzi a questo proposito sembrami che sarebbe importante l'assicurarsi che nelle *doppie inversioni* (righe lucide con tratto nero nel mezzo) osservate nelle righe del sodio e del magnesio, la diffrazione della luce non abbia preso parte alla produzione del fenomeno.

Volendomi ben persuadere che il fenomeno descritto per il primo fosse distinto da quello osservato dal signor Trouvelot [1]), cioè di una riga nera estremamente fina che divide longitudinalmente le righe lucide C ed F alla base della cromosfera, ho fatto in questi giorni uno studio accurato del modo con cui ha luogo l'inversione delle righe cromosferiche C ed F nella detta regione.

Da principio mi sono valso delle più forti dispersioni fornite dagli spettri di diffrazione degli ordini superiori fino all'8°, ed osservando nella riga C per mezzo di vetro rosso. Dopo ho veduto quasi egualmente bene le stesse cose collo spettroscopio a rifrazione, ed anche sulla riga F.

Avvicinando al contatto col disco solare la fessura abbastanza aperta, se la sua lunghezza comprende un arco tanto ampio del bordo da esserne sensibile la curvatura (come accade nel nostro spettroscopio a diffrazione), si vede alla base della cromosfera un segmento nero di piccola altezza, il quale è l'immagine invertita della corrispondente parte del disco solare; se la fessura comprende solo un piccolo arco dal bordo (come avviene nel nostro spettroscopio a rifrazione), si vede alla base della cromosfera ed aderente al lato della fessura che è dalla parte del disco solare, un tratto nero, che ha la stessa origine del segmento nero accennato prima.

Restringendo la fessura ed avanzandola ancor più verso il disco, ad un momento pare che *detto segmento, o tratto nero, si stacchi dal lato della fessura cui aderiva, e si porti verso il mezzo di essa, ossia della riga cromosferica lucida* C *od* F, *o*

1) *Bulletin Astronomique*, Tome II, juin 1885, pag. 268.

piuttosto sembra che la cromosfera scorra sotto di esso tratto oscuro, avanzandosi alquanto dall' altro lato. Regolando esattamente il movimento dello strumento è possibile di mantenere il tratto o riga nera nel mezzo della riga lucida, la quale però allora appare debole e diffusa.

Colle più forti dispersioni ho potuto vedere la cromosfera colle protuberanze da un lato, e dall' altro lato la cromosfera stessa estesa oltre la riga oscura.

Dunque questo fenomeno è limitato alla base della cromosfera, mentre il primo descritto (di diffrazione) si produce su tutta l' altezza delle protuberanze; inoltre nello spettroscopio a rifrazione per osservare bene il fenomeno di diffrazione occorre una larghezza di fenditura maggiore che per l' altro: ma vi è una tale larghezza con cui, quantunque con minore distinzione, si possono osservare entrambi i fenomeni e riconoscere che sono distinti e diversi l' uno dall' altro.

Finirò dicendo che al 29 marzo, mentre studiavo questi fenomeni sopra una protuberanza lucida a 291° Est, ho visto che questa si estendeva alquanto oltre la fessura, proiettandosi in parte sullo spettro solare: fenomeno questo osservato parecchie volte ed in più grandi proporzioni dal signor Trouvelot, col potente spettroscopio di cui si vale con tanta abilità [1]).



SE PER IL CONDENSARSI DEL VAPOR D' ACQUA, SI ABBIA SVILUPPO DI ELETTRICITÀ; NOTA DEL DOTT. FRANCO MAGRINI.

Questo problema, che ha una grande importanza nella meteorologia elettrica, è stato studiato da molti in varie epoche, fino dagli ultimi anni del secolo scorso; ma la soluzione di esso resta ancora controversa.

Volta [2]) facendo condensare il vapore che si svolgeva da acqua scaldata a 65 o 70 gradi Réaumur, ottenne al suo elettroscopio un debolissimo accenno di elettricità.

1) *Bulletin Astronomique,* Tome III, janvier 1886, pag. 9.
2) *Meteorologia elettrica.* Lettera 6ª, 1799.

Teodoro de Saussure [1]) e Reich [2]) non ottennero invece alcuna manifestazione elettrica condensando il vapore di acqua calda.

Per tacere di molti altri, il Prof. Palmieri [3]) nel 1862 condensando su di una coppa di platino il vapor d'acqua, portata ad alta temperatura, ebbe all'elettroscopio condensatore una debole tensione di elettricità positiva.

Kalischer [4]) in questi ultimi anni ha condensato invece il vapor d'acqua dell'ambiente sopra un corpo più freddo.

Nelle sue ricerche, adoperava dodici grandi bicchieri di vetro, ricoperti all'esterno di stagnuola e situati su una lastra di ferro stagnato diligentemente isolata con paraffina e posta in comunicazione con una coppia di quadranti dell'elettrometro di Kirchhoff, mentre l'altra coppia di quadranti era in comunicazione col suolo. La sensibilità dell'elettrometro era tale, che un volta dava una deviazione di 70 a 80 divisioni della scala distante dallo specchio di $1^m,50$; l'isolamento di tutto il sistema era buonissimo, giacchè una piccola deviazione diminuiva appena di una divisione della scala in 24 ore.

Confrontando le deviazioni che egli osservava quando i bicchieri erano vuoti ed asciutti, oppure bagnati d'acqua all'esterno, con quelle osservate quando questi bicchieri venivano isolati dopo averli riempiti di ghiaccio o di miscugli frigoriferi, non trovò differenze sensibili; per cui fu portato a concludere che non si svolga elettricità nella condensazione del vapore che si trova nell'atmosfera.

Landerer [5]) crede che si abbia sviluppo di elettricità col condensarsi del vapor d'acqua; e lo asserisce fondandosi semplicemente sul fatto che un filo telefonico, teso fra due case, all'altezza dei tetti, dava al telefono un rumore simile al grido dello stagno, specialmente nella notte, quando l'aria è molto umida. Ma Kalischer ha ripetuto questa esperienza con risultato sempre negativo.

1) *Voyage dans les Alpes*. 2. § 823, 1786.
2) *Abhandl. bei Begründ. der Kgl. Sächs Ges. d. Wiss.* 1846, pag. 203.
3) *Lezioni elementari di Fisica sperimentale e Meteorologia elettrica.* Vol. 3° pag. 146.
4) *Wied. Ann.* 1883, Vol. XX, pag. 614.
5) *Comptes Rendus.* 1881, Vol. 93, pag. 560.

In questi ultimi mesi il Prof. Palmieri [1]) ha ripreso a studiare la questione, e senza conoscere l'esperienza di Kalischer, l'ha ripetuta in un modo più semplice, dandone conto nei seguenti termini:

« Recentemente sono riuscito con un'esperienza semplicissima a dimostrare, che il vapor dell'aria, allorchè per abbassamento di temperatura si risolve in liquido svolge elettricità positiva. La squisitezza dell'elettroscopio condensatore da me perfezionato ha, secondo io mi penso, contribuito alla felice riuscita della mia esperienza.

« Presi dunque una coppa di platino di circa 12 centimetri di diametro e dopo di averla con diligenza isolata, la feci comunicare, mercè un filo di platino col piattello inferiore del condensatore. Fatta la prova, nel modo che tutti sanno, la foglia d'oro rimase immobile e lo stesso risultamento si ebbe sperimentando con la stessa coppa piena di acqua alla temperatura dell'ambiente.

« Empii allora la coppa di neve pesta e tenuto, come al solito, il piattello superiore per circa un minuto in comunicazione col suolo, elevandolo vidi la foglia d'oro accennare ad evidente elettricità positiva. . . . .

« . . . . L'esperienza ora descritta, essendo più agevole e spedita di quella da me fatta nel 1862, spero che, potendo essere facilmente ripetuta, si finisca una buona volta di andare escogitando ipotesi sull'origine dell'elettricità atmosferica ».

Ed io appunto l'ho ripetuta dietro consiglio del Prof. Ròiti.

In luogo dell'elettroscopio condensatore ho fatto uso di un elettrometro di Thomson modificato da Mascart.

Per le prime prove, caricavo i quadranti con i due poli di una pila di Volta di 180 elementi, diligentemente isolati con paraffina ed il cui elemento di mezzo era in comunicazione colla terra. Ottenevo così una sensibilità tale che un elemento secco di Beetz (che ha la forza elettromotrice di circa un volta) dava una deviazione di circa 200^{mm} della scala distante 4^{m} dallo specchio.

1) *Nuovo Cimento*, 1886. — *Rendiconto della R. Acc. di Scienze fis. e mat. di Napoli*, 1885.

Riunivo, mediante un filo di rame, l'ago dell'elettrometro
on un recipiente cilindrico di platino alto 12^c e del diametro
i 9^c, sorretto da un isolatore Mascart, e l'isolamento era così
erfetto che la deviazione dovuta ad un volta restava invariata
er alcune ore.

Le comunicazioni col suolo erano fatte mediante fili di rame
ldati al tubo di piombo dell'acqua potabile.

Isolando il vaso di platino, l'ago dell'elettrometro non ri-
aneva a zero, ma deviava, poichè il potenziale nella stanza
a diverso da quello del suolo. Aspettavo che l'ago si fosse
esso in riposo ed introducevo con un cucchiaio di porcellana o
vetro nel vaso di platino dei frantumi di ghiaccio che pochi
omenti prima avevo pestato con un martello di ferro su una
etra.

L'ago cominciava tosto a deviare e la deviazione aumentava
rante circa un minuto, per rimanere poi costante, quantunque
vapore seguitasse a condensarsi. Se allora facevo comunicare
ago col suolo e subito dopo l'isolavo, esso non arrivava più
la deviazione finale, ma assumeva la posizione iniziale che
veva quando il recipiente di platino era vuoto ed asciutto.

Questa esperienza, ripetuta nella scorsa primavera per varie
olte a temperature non inferiori a 15°, tanto in una stanza chiusa
uanto all'aria libera, ha dato sempre lo stesso risultato: cari-
he positive abbastanza forti (deviazioni fino a 250 divisioni
ella scala, che corrispondono a più di un volta) mettendo il
hiaccio nel vaso di platino isolato: nessuna carica, se dopo la
rima deviazione, il recipiente era stato tenuto al suolo per po-
hi secondi.

Ora, io non saprei attribuire questa carica positiva ad altro
he alla elettrizzazione del ghiaccio nel pestarlo o nell'introdur-
o col cucchiaio. Non so se siano state fatte ricerche dirette per
edere se il ghiaccio si elettrizza positivamente strofinandolo con
n metallo o con altro corpo solido; ma sono autorizzato a cre-
erlo, una volta che delle esperienze di Faraday [1]) risulta che il
ghiaccio è positivo rispetto all'acqua, la quale è alla sua volta
positiva rispetto a vari metalli e minerali, e che quindi a mag-

1) *Experimental Researches* 2099, 2131. — *Ann. de Chim. et de Phys.* 3. serie
Vol. X, 1844.

gior ragione lo sarà il ghiaccio rispetto a questi ultimi corpi. Ed in tale opinione mi conferma poi il fatto che se tenevo per qualche minuto il ghiaccio pesto entro un recipiente metallico in comunicazione col suolo, e dopo lo gettavo direttamente nel vaso di platino isolato, non osservavo alcun accenno di elettricità: lo stesso avveniva se, operando come Kalischer, tenevo il recipiente di platino in comunicazione col suolo e lo isolavo soltanto dopo aver finito di riempirlo di ghiaccio: oppure se, messa nel vaso dell'acqua alla temperatura dell'ambiente, vi immergeva dei pezzi piuttosto grossi di ghiaccio, nel qual caso pure non mancava di depositarsi la rugiada sulla parete esterna.

Non contento di ciò, ho aumentato la sensibilità dell'elettrometro stringendo i fili della sospensione, attaccando ai quadranti una pila di 280 elementi e portando la scala a 5m dallo specchio; allora un piccolo elemento secco di Beetz mi dava una deviazione di 500mm della scala. Ma neppure con tale sensibilità e con un isolamento perfetto, non ho mai avuto alcun segno di elettricità positiva, quando isolavo il vaso di platino dopo averlo riempito di ghiaccio: le deviazioni dell'ago (non mai superiori a 15 divisioni) erano le stesse fosse il recipiente vuoto, o pieno d'acqua o di ghiaccio; esse erano dovute alla differenza di potenziale fra i punti dell'ambiente ed il suolo.

Temendo che l'elettrometro non accennasse alcuna carica a causa della grande capacità dell'ago, che comunica con la vaschetta dell'acido solforico, riunii il vaso di platino con una coppia di quadranti mentre l'altra coppia era a zero; e posi in comunicazione l'ago col polo positivo della pila, mettendo l'altro polo al suolo. Ripetei così le prove, e sempre con lo stesso esito.

In seguito ho dato all'esperienza un'altra disposizione; due piccoli recipienti di rame, fra loro uguali, posti su isolatori Mascart, comunicavano colle due coppie di quadranti dell'elettrometro mentre l'ago comunicava col polo positivo di una pila formata di 370 elementi di Volta benissimo isolati su paraffina; in questo caso lo stesso elemento campione, attaccato ad uno dei recipienti di rame, dava una deviazione di 450mm della scala.

I due recipienti erano all'aria libera sopra una terrazza; uno collocato a caso e l'altro, piuttosto lontano dal primo, veniva spostato per tentare di situarlo in un punto ove assumesse

il medesimo potenziale; così che io sperava che l'ago dell'elettrometro rimanesse immobile tanto facendo comunicare fra loro i due vasi, quanto isolandoli. Ma a causa delle variazioni continue nel potenziale dell'aria, l'ago si spostava, e sono riuscito soltanto a ridurre tali spostamenti minori di una ventina di divisioni pel corso di mezz'ora.

Per fare l'osservazione ho cominciato col lasciare i recipienti di rame isolati mentre erano vuoti ed asciutti, ho notato di 30 in 30 secondi le deviazioni dell'ago durante 20 minuti, e ne ho preso la media che risultò di $13^{mm},7$. Li ho posti allora in comunicazione col suolo, ne ho riempito uno di ghiaccio e subito dopo li ho isolati entrambi. La media, in questo caso, per altri 20 minuti, è stata di $12^{mm},6$ e, se si volesse dar peso alla piccolissima differenza di $1^{mm},1$, si dovrebbe conchiudere che il recipiente col ghiaccio era, se mai, ad un potenziale più basso dell'altro.

Ho citato questa serie d'osservazione come la più lunga, ma parecchie altre serie mi hanno dato analogamente delle differenze di 1 a 2^{mm} ora in un senso ed ora in un altro.

La temperatura della terrazza variò dai 27 ai 30 gradi, avendo fatto l'esperienza negli ultimi giorni di Giugno.

Oltre al condensare il vapor d'acqua dell'atmosfera, ho condensato anche il vapor d'acqua distillata che portavo ad alta temperatura. Una coppia di quadranti era in comunicazione con un vaso di platino isolato, tenuto a bassa temperatura con dell'acqua fredda, e sospeso sopra un altro vaso di platino più grande pure isolato e comunicante coll'altra coppia di quadranti: mescevo l'acqua calda nel recipiente inferiore, mentre i quadranti comunicavano col suolo: subito dopo isolavo, ed anche in questo caso non ho mai ottenuto alcun segno di elettricità benchè vi fosse una copiosa evaporazione ed il vapore si condensasse abbondantemente sul vaso superiore.

La deviazione dovuta ad un volta era di 500^{mm} della scala.

Queste esperienze mi portano a conchiudere, che l'elettricità positiva osservata dal prof. Palmieri era probabilmente elettricità di strofinio, e che non v'ha sviluppo sensibile di elettricità nella condensazione del vapor d'acqua.

Termino ringraziando vivamente il prof. Ròiti per avermi consigliato e diretto durante queste ricerche.

R. Istituto di Studi Superiori in Firenze
Scuola di Fisica. - Luglio 1886.

RIVISTA

Comptes Rendus, 1886.

(1° *Semestre*).

1, 2. — MM. VIOLLE e VAUTIER; *Sulla propagazione del suono in un tubo cilindrico.* — Le esperienze furon fatte a Grenoble, con due tubi di condotta paralelli fra loro, larghi $0^m,70$, e lunghi circa sei chilometri in linea retta. Questi due tubi potevano adoperarsi isolatamente, oppure riunendo le loro estremità con un gomito semicircolare di $0^m,70$ di raggio. Furono adoperati gli stessi apparecchi ben noti che servirono a Regnault, ed i tamburi manometrici del Marey. L' onda sonora fu prodotta con pistole o con istrumenti di musica; ma per ora gli Autori si limitano a dire i resultati ottenuti con gli spari di pistola. Uno sparo in un estremo del tubo, genera un suono che ascoltato nell' estremo stesso si prolunga, sembrando allontanarsi, e avente un ben marcato rullìo. Dopo 18",6 secondi esso arriva al gomito mantenendo gli stessi caratteri, ma attenuati; e dopo 37, 3 secondi ha percorsi 12 chilometri, è ancor percettibile, pare come uno sparo lontano nell' aria libera, e nello stesso tempo si sente un forte colpo di vento. A distanza maggiore di 50 chilometri, non si sente più suono, ma solo il colpo di vento, e così si ha soltanto un' onda senza azione acustica. La lunghezza totale dell' onda varia di poco, e le pressioni massime decrescono sensibilmente in progressione geometrica, mentre i cammini percorsi crescono in progressione aritmetica. L' ampiezza del movimento vibratorio può dunque rappresentarsi con $a\,e^{-\alpha x}$, ove α sarebbe circa uguale ad $8,62,10^{-5}$ e l' indebolimento del suono osservato verrebbe ad esser minore dell' indebolimento teorico secondo Helmholtz e Kirchhoff. La velocità di propagazione parve decrescere insieme all' intensità. Son questi i principali risultati per ora ottenuti dagl' Autori.

M. H. BECQUEREL. *Sulle variazioni degli spettri di assorbimento e degli spettri di emissione, per la fosforescenza di un medesimo corpo.* — L' A. comincia la sua Nota dicendo che le sue

precedenti ricerche lo hanno indotto a supporre che l'assorbimento delle radiazioni, fatto da varie sostanze, sia dovuto all'esistenza di vibrazioni sincrone alle radiazioni assorbite, e vibrazioni eccitate da quelle radiazioni medesime, nelle molecole o nell'etere interposto; e che perciò è da prevedersi che dissolvendo in diversi liquidi una stessa sostanza che dia striscie di assorbimento o di fosforescenza, queste corrisponderanno a vibrazioni tanto più lente, e quindi tanto più spostate verso il rosso, quanto più gli indici di refrazione delle soluzioni saranno più grandi; la qual cosa è conforme ai resultati esperimentali dell'Autore e di altri fisici. Non possiamo qui che riferire i principali resultati indicati in quella Nota.

« Per le soluzioni diversamente concentrate di uno stesso corpo in un medesimo dissolvente, le striscie di assorbimento non occupano lo stesso posto nello spettro, quando l'indice di refrazione varia col grado di concentrazione ».

« Nei cristalli ad un asse, lo spettro di assorbimento, osservato secondo una direzione qualunque nel cristallo, è formato dalla sovrapposizione di due serie di striscie, ognuna delle quali corrisponde ad una delle direzioni principali di elasticità ».

3. — M. Landley. *Sulle lunghezze d'onda fino ad ora riconosciute.* — È certamente, come osserva l'A. molto importante la determinazione di lunghezze d'onda di raggi calorifici emessi da corpi all'ordinaria temperatura del suolo. Secondo Newton la lunghezza d'onda pel violetto sarebbe, in millimetri, 0,0004, e pel rosso 0,0007. Il Cornu trovò per l'estremo ultravioletto dei raggi solari 0,0003, mentre che le onde ultraviolette provenienti da sorgenti terrestri, avrebbero una lunghezza minore di 0^{mm},0002. Fino nel 1882 si credeva che il maggior limite di lunghezza d'onda fosse 0,001; ma poi recentemente, l'A. ottenne 0,0027 per lunghezze d'onda (*Ann. de chim. ecc.* 1884).

L'A. non descrive nella sua Nota le sue esperienze, e dice di limitarsi ad alcuni risultati principali, relativi agli spettri neri. L'A. rappresentò già i suoi resultati numerici con una curva nella quale le ascisse sono proporzionali alle lunghezze d'onda, e che apparve nei *Comptes rendus* dell'11 settembre 1882. Quella curva dimostra che il calor solare cessa sensibilmente ad una lunghezza d'onda 0,0027.

La Nota contiene, circa ai nuovi resultati dell'A. un sunto che tradotto qui letteralmente mancherebbe troppo della dovuta chiarezza, e d'altronde qui ci conviene esser brevi; ma ci limiteremo a dire che l'A. studiando gli spettri di emissione dei corpi freddi e neri, fra le altre cose trovò che il punto di massimo calore di quelle sorgenti, ha una lunghezza d'onda più grande di

quella del calor solare più basso, che arriva a noi; e trovò che quasi tutto lo spettro del maggior numero di quelle sorgenti, può attraversare un prisma ad angoli tali che sono dalle attuali teorie dichiarati impossibili.

M. T. VAUTIER. *Sulla velocità dell' eflusso dei liquidi.* — La vena cade verticalmente da un foro praticato nel fondo piano ed orizzontale del vaso. Entro al vaso sta un tubo verticale pieno di una emulsione di un liquido denso come l' acqua, ed è un miscuglio di nitro benzina e di essenza di terebentina. Le bolle dell'emulsione scorrono lungo l' asse della vena e con la stessa velocità di questa. Si proietta la immagine della vena e di quelle bolle sopra una placca fotografica, animata da una velocità orizzontale, e dall' immagine che si sviluppa si deduce, come è evidente, la velocità cercata. L' A. dirà poi in altra Nota i resultati ottenuti.

4. — M. E. MERCADIER. *Sopra gli apparecchi telemicrofonici.* — Così l' A. chiama gli apparecchi che producono nello stesso tempo gli effetti del microfono e del telefono, e la Nota si estende sui fatti che danno le regole per la loro costruzione. I vantaggi loro sugl' ordinari apparecchi, sono: la possibilità di un doppio modo di trasmissione con lo stesso apparecchio: la reversibilità del trasmettitore; la riduzione del numero degl' organi dei posti microfonici, e la riduzione di resistenza di una stessa linea.

M. H. BECQUEREL *Osservazioni ad una Nota di* M. Langley, *sulle lunghezze d' onda fino ad ora non riconosciute.* — L' A. rammenta che nei *Comptes rendus* del 1° Settembre 1884, egli diede le lunghezze d' onda delle principali strie e striscie dello spettro infrarosso solare, arrivando fino alla lunghezza d' onda 0,001 880, ed esperimentando con un reticolo. La Nota termina facendo rilevare i vantaggi che il suo metodo, fondato sui fenomeni di fosforescenza, ha su quello del Langley.

5, 6, 7. — M. LEDUC. *Sulla deviazione delle linee equipotenziali, e sulla variazione della resistenza del bismuto in un campo magnetico.* — L' A. ha determinato esperimentalmente i coefficienti costanti di una formula empirica, ordinata secondo le potenze, zero, prima, seconda e terza dell' intensità magnetica del campo, e che esprime la resistenza della lamina di bismuto a seconda di quella intensità; e poi ha determinata un'altra formula simile alla prima, ma relativa al variare della temperatura. Quindi, facendo passare una corrente lungo la lamina di bismuto, ha determinate le deviazioni di una linea equipotenziale, in virtù dell' azione magnetica esterna, esprimendole con una formula parimente empirica, ed ammettendo che le anzidette variazioni di resistenza siano l' una dall' altra indipendenti.

Nelle sue esperienze, l'A. trovò che la deviazione della linea equipotenziale era indipendente dalla intensità della corrente.

8. — MM. A. Cornu ed A. Potier. *Verificazione esperimentale della legge di* Verdet, *nelle direzioni vicine alle normali alle linee di forza magnetiche.* — Il Cornu dimostrò già (*Comptes rendus* t. XCIX) la esistenza di una doppia refrazione particolare nei corpi isotropi, posti in un campo magnetico, secondo le direzioni normali alle linee di forza; e quella dimostrazione, teorica, supponeva vera rigorosamente la legge di Verdet. Da ciò la importanza di una verificazione spinta il più oltre possibile, vale a dire fino nelle direzioni nelle quali la rotazione si annulla. La Nota dice la enumerazione delle difficoltà a superarsi, per esperimentare in un campo magnetico molto intenso, ed uniforme quanto mai lo esigeva la disposizione necessaria all'apparecchio; e dice come quelle difficoltà furono superate. La legge di Verdet fu trovata esatta con tutto il rigore possibile nelle esperienze.

9. — M. Ledeboer. *Sul galvanometro aperiodico* Deprez-D'Arsonval, *adoperato come galvanometro balistico.* — La relazione fra la deviazione costante α prodotta da una corrente permanente i, e la impulsione δ prodotta dal passaggio di una quantità q, di elettricità, in quel galvanometro, è espressa dalla formula seguente, ove I è la intensità della corrente che attraversa il galvanometro.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{1}{\mathrm{R}}\cdot\frac{\pi^4}{\mathrm{T}^4}\cdot\frac{\alpha^2}{i^2}\,\Sigma\, m\, r^2\,\frac{d\theta}{dt}+\frac{\pi^2}{\mathrm{T}^2}\cdot\theta=\frac{\pi^2}{\mathrm{T}^2}\cdot\frac{\alpha}{i}\,\mathrm{I}.$$

R è la resistenza totale del circuito; α/i la costante del galvanometro; $\Sigma m r^2$ il momento di inerzia del quadrante mobile; T la durata di una oscillazione semplice a circuito aperto. Tutte queste costanti sono determinabili esperimentalmente. Quando le radici della equazione caratteristica sono immaginarie, il moto è oscillatorio; e se sono reali, il moto è aperiodico; cioè il quadrante bruscamente deviato dal passaggio di q ritorna alla posizione di equilibrio senza oltrepassarla. Vi è un caso limite: quello in cui quelle radici sono uguali; e allora

$$\mathrm{R}=\frac{1}{2}\,\frac{\pi^3}{\mathrm{T}^3}\cdot\frac{\alpha^2}{i^2}\,\Sigma mr^2.$$

In questo caso per aver δ, bisogna porre le condizioni iniziali

$$t=0,\qquad \theta_0=0,\ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0=\frac{\pi^2}{\mathrm{T}^2}\cdot\frac{\alpha}{i}\,q,$$

e allora si ha, calcoli fatti.

$$\delta=\frac{\alpha}{i}\cdot\frac{\pi}{\mathrm{T}}\cdot\frac{1}{e}\cdot q\,.$$

Questo caso si realizza dalla scarica di un condensatore, essendo il galvanometro provveduto di *shunt* tale che la resistenza totale divenga uguale alla R. Se poi si leva il shunt si ha un circuito aperto, e la scarica dello stesso condensatore dà, in quelle condizioni, una deviazione δ', stando

$$\delta' = \frac{\alpha}{i} \cdot \frac{\pi}{T} \cdot q \qquad \text{onde} \quad \frac{\delta'}{\delta} = e = 2{,}72,$$

base dei logaritmi neperiani.

La Nota termina con due applicazioni di queste formule a due di quei galvanometri; ed i resultati numerici delle esperienze corrispondono sensibilmente con quelli teorici, ma però non perfettamente, a cagione probabilmente della non perfetta costanza del campo magnetico.

M. Ledeboer. *Sulla determinazione del coefficiente di self-induzione.* — L' A. considerò, già il caso in cui il circuito esterno del galvanometro Deprez-D' Arsonval ha una resistenza tale che il moto è aperiodico, e precisamente sul punto di diventare periodico. Allora si può sostituire al galvanometro periodico l' aperiodico; la sola differenza è che nella formula del galvanometro balistico vi entra il fattore e, base dei logaritmi neperiani. Questo è quello che si può fare, in particolare, per la determinazione del coefficiente di self-induzione col metodo di Maxwell, come fu applicato da lord Rayleigh. La formula è (*vedi questi sunti.* 9)

$$L = r \frac{T}{\pi} \frac{\delta}{\alpha} e.$$

Se il rocchetto (*bobine*) del quale si determina il coefficiente ha poca resistenza, r riescendo troppo piccolo, è difficile a determinarsi esattamente. In questo caso è meglio di adoperare la formula

$$L = \frac{T}{\pi} \cdot \frac{i}{\alpha} e \frac{\delta}{I} \left((R' + l' + g) \frac{R}{R'} + g \right),$$

ove $\frac{i}{\alpha}$ è la costante del galvanometro la di cui resistenza totale è g. R, R', l, l' sono le resistenze delle quattro branche del ponte; R è quella del rocchetto il di cui coefficiente di self-induzione è L, con $R : R' = l : l'$, stando il galvanometro intercalato fra R ed R' da un lato, ed l ed l' dall' altro lato. Seguono i valori ottenuti in alcune esperienze.

10, 11, 12. — M. Marcel Deprez. *Nota sopra un istrumento che riproduce a volontà una quantità invariabile di elettricità.* — È un tubo ad U di vetro che termina in cima con due palloncini, pure di vetro e chiusi alla lampada. Una delle branche insieme al suo palloncino è tutta piena di una soluzione di acid

fosforico; e l'altra ne ha fino a poca altezza, stando il resto col palloncino pieno d'aria. Nel primo palloncino, e superiormente, son saldati due fili di platino; ed altri due simili fili sono saldati nello stesso palloncino, ma inferiormente. Facendo passar la corrente per questi due ultimi, si empie il loro palloncino di gas, il quale fa salire il liquido nell'altra branca comprimendo l'aria. Questa seconda branca è divisa in volumi, e si hanno tutti gli elementi per conoscere la quantità di elettricità spesa per generare il miscuglio gassoso, e che sarà sempre la stessa in ogni esperienza. Con la scintilla si ricompone di nuovo l'acqua decomposta, e l'apparecchio ritorna come prima.

M. Lippmann; *Elettrometro sferico assoluto.* — È una sfera metallica vuota, divisa in due emisferi separabili, ed isolata. Se la si carica del potenziale V da misurarsi, i due emisferi si respingono con una forza $f = 0,125.\, V^2$. Uno degli emisferi è fisso, e l'altro è sospeso con tre fili verticali ed uguali; quest'ultimo, respinto, può spostarsi solo verticalmente, onde quei tre fili fanno allora un piccolissimo angolo α con la verticale. Si misura α col solito modo dello specchietto, fisso ai fili. Se p è il peso dell'emisfero, si ha $f = p \tan \alpha = 0,125 . V^2$.

Si può anche mettere il sistema entro un altro inviluppo sferico concentrico, conduttore e in comunicazione col suolo, per difesa delle azioni esterne e delle correnti di aria. Allora, se a e b sono i raggi delle due sfere, si ha $f = \frac{b^2}{8(b-a)^2} V^2$. Questo apparecchio semplicissimo è costruito dalla casa Breguet; e noi speriamo che esso avrà tutta la desiderata esattezza nelle misure.

13. — MM. E. Bichat ed R. Blondlot. *Sopra un elettrometro assoluto ad indicazioni continue.* — L'attrazione di due cilindri conduttori A B concentrici, serve per la misura assoluta dei potenziali. Il cilindro esterno A è isolato e comunica con la sorgente che si vuol misurare, e l'altro B è sospeso al giogo di una bilancia per mezzo di un'asticella verticale che lo mette in comunicazione col suolo. Inferiormente, B sta in parte entro un altro cilindro C che però non lo tocca, e che è in comunicazione col suolo. Uno scherma metallico in comunicazione col suolo, convenientemente posto e piegato, e con un foro per lasciar passare quella asticella, difende la bilancia dalle attrazioni dei cilindri. B ed A sono tanto lunghi relativamente ai diametri, da ammettersi che le superfici equipotenziali sian cilindri concentrici nella parte media di B, e nella parte media di A, il quale è assai più lungo di B. Se si suppone che B emerga da C di poco, si può allora ammettere che la variazione nella distribuzione della elettricità consista soltanto nell'allungamento della parte ove la

distribuzione è la stessa come se A e B fossero infiniti, e che il rimanente sia rimasto lo stesso di prima, e solamente spostato. Ciò premesso non vi è che ad applicare le note teorie per trovare la formula che esprime la forza F che tira B dal basso in alto, espressa dai dati dell' apparecchio. Si misura F con pesi, nel piattello stesso a cui si attacca l' estremo superiore della suddetta asticella. La Nota termina con alcuni dettagli per valutare esattamente l' inclinazione e per smorzare le oscillazioni del giogo.

14, 15. — M. G. CHAPERON. *Sulle proprietà termoelettriche di alcune sostanze.* — per poter studiare anche dei piccolissimi frammenti di forma qualunque, l' A. li mette fra due pareti metalliche mantenute a date temperature, e che servono da elettrodi. L' una parete è quella di un sottil cubo di argento percorso da una corrente di acqua; e l' altra è quella di un crogiuolo di ferro pieno di una lega fusibile. I contatti dei frammenti con gli elettrodi non doveano aver luogo che per superfici piccole, e distanti il più possibile fra loro; per la qual cosa eran grandi le resistenze, e le misure non eran possibili che con l' elettrometro di Lippmann. L' A. presenta una tavola di valori di forze elettromotrici dalla quale prendiamo a modo di esempio i seguenti valori in volt.

Ioduro di arg.	20 e 120°,	+ 0,115	. .	20 e 400°,	+ 0,192
Fosfuro di zinco	id.	0,107	. .	id.	0,362
Solfuro di arg.	id.	— 0,091	. .	id.	— 0,108.

M. ANTOINE. *Della densità e compressibilità dei vapori.* — Nel dì 8 febbraio ultimo scorso l' A. presentò già una nota, sopra la relazione fra la temperatura a saturazione ed il coefficiente di dilatazione a pressione costante, nei gas e vapori.

Adottando per ogni gas o vapore un zero speciale per contarvi le temperature assolute, se θ è la temperatura del vapor saturo, il *reciproco* β del coefficiente di dilatazione a pressione costante fu dato dall' A. con la formula.

$$\beta = k\sqrt[3]{\theta} - \theta + B.$$

Ora nella Memoria, della quale questa Nota non è che l' annunzio, presentata all' Accademia l' A. si propose di dimostrare che dalla relazione $PV = D(\beta + t)$ si hanno i volumi dei gas e dei vapori più esattamente e facilmente, che non dai coefficienti di densità attualmente usati. Per alte tensioni D diventa variabile. L' A. presenta una applicazione della precedente formula.

M. H. LE CHATELIER. *Sulla influenza della temperatura nella forza elettromotrice delle coppie termoelettriche.* — Secondo Tait ed Avenarius quella forza elettromotrice è espressa dalla nota formula $E = A(T_1 - T_2) + B(T_1^2 - T_2^2)$, da 0°, e 400°, ed ora le ricerche dell' A. hanno dimostrato, che quella formula si verifica ugual-

mente bene per temperature superiori a 400, fino ad una certa temperatura limite variabile con la natura delle coppie. Al disopra di quel limite la stessa formula cessa bruscamente di applicarsi, ma continua a soddisfare alle esperienze quando vi si cangino i valori delle due costanti.

16. — M. H. Le Chatelier. *Sopra la termoelettricità dell'ioduro di argento.* — Due fili elettrodi di argento, scaldati dapprima al rosso e poi infitti nell'ioduro, vi rimangono saldati. Se dopo si scalda progressivamente l'ioduro si ha una corrente di intensità sempre crescente con la temperatura. Al disotto del punto di trasformazione dell'ioduro la deviazione del galvanometro non è che di pochi millimetri; al di sopra di quel punto è di molti centimetri, e in quel punto stesso son correnti forti e rapidamente variabili. Il fenomeno ha cause complesse fisiche e chimiche, ma l'A. crede che possa servire per lo studio delle trasformazioni allotropiche, di fusione e di altri fenomeni analoghi, la di cui osservazione è difficile per alte temperature.

17. — M. Chauvin. *Sul poter rotatorio magnetico nei corpi cristallizzati.* — Molti cristalli sono ancor considerati come non aventi quel potere, principalmente i birefrangenti. L'A. ha esperimentato con lo spato d'Irlanda, che appunto per la sua grande birefrangenza sembra aver meno di tutti il poter rotatorio magnetico. L'A. descrive il suo apparecchio. Egli misurò le rotazioni relative ai due sensi della corrente ed i seguenti numeri danno la media delle rotazioni ottenute a dritta ed a sinistra, a ugual distanza dall'asse. Lo spato era grosso 36 mm. La prima colonna indica la inclinazione dello spato sull'asse; la seconda e la terza le rotazioni a destra ed a sinistra, per cinque Bunsen; e la quarta e la quinta le stesse cose per dieci Bunsen.

0	1°,46'	1°,44'	2°,14'	2°,16
5	1, 40	1, 40	2, 08	2, 10
15	1, 25	1, 23	1, 43	1, 45
25	1, 5	1, 07	1, 03	1, 02
35	0, 25	0, 24	0, 30	0, 33.

18. — M. S. Wroblewski. *Sulla densità dell'aria liquida e de' suoi componenti, e sul volume atomico dell'ossigene e dell'azoto.* — Fu adoperato un metodo analogo a quello della boccetta, ossia riempiendo di liquido un vaso di nota capacità. Tutti i resultati sulla densità dell'ossigene sono espressi dalla formula

$$d = 1,212 + 0,00428 . T - 0,0000529 . T^2$$

d è la densità riferita all'acqua a 4° C, e T la temperatura assoluta. Questa formula non può applicarsi che dopo la temperatura critica, — 118° C, ove la densità dell'ossigene è 0, 6, fino a 200° C,

ove la densità sotto la pressione $0^m,02$, è 1,24. Da ciò resulta che il volume atomico dell' ossigene, cioè il prodotto del peso atomico per la densità, è inferiore a 14 e non è 16 come lo credeva Dumas.

L' A. presenta una tavola numerica per l'azoto. Liquefatto il gas a temperatura prossima alla critica, fu poi sottomesso a pressione maggiore di quella del suo vapor saturo. 1ª Colonna, temperatura. 2ª Pressione in atmosfere. 3ª Pressione del vapor saturo. 4ª Densità riferita all' acqua. 5ª Coefficiente di dilatazione.

1ª	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.
— 146°,6	38,45	32,2	0,4552	
— 153, 7	30,65	20,7	0,5842	0,0311
— 193, 0	1,00	1,0	0,83	0,007536
— 202, 0	0,105	0,105	0,866	0,004619.

Dunque la densità dell' ossigene allo stato critico è 0,44, e nel momento della solidificazione (— 203° C) si approssima a 0,9. Dunque il volume atomico è vicino a 15,5. Da ciò si vede che nella celebre curva dei volumi atomici del Mendeleeff, deve esistere un minimo per l' ossigene, fra l' azoto e il sodio.

L' aria atmosferica si comporta come un miscuglio i di cui componenti hanno leggi differenti; per la liquefazione, per cui non si può assegnargli una densità, sia alla pressione atmosferica o nel vuoto, ma solo in condizioni che non differiscono troppo dallo stato critico; e il valore in tal modo trovato non differisce da quello dedotto dalle densità dell' ossigene e dell' azoto, liquidi; ed è 0,59.

M. L. Laurent. *Metodo pratico per far dei prismi di Nicol.* — Le indicazioni di questa Nota sono certamente utilissime, ma non se ne potrebbe fare qui un sunto.

19. — M. E. Semmola. *Suoni generati nelle lamine vibranti dalle scariche di elettricità statica.* — Una lamina metallica od una corda sonora attraversata da molte successive scariche, rende un suono debole e affatto distinto dal rumore della scintilla. La lamina va fissa ad un collettore sonoro in ebanite, oppure vicina ad un conduttore percorso dalle frequenti scariche.

M. E. Semmola. *Elettrolisi secondaria.* — Una lamina di platino sta immersa nell' acqua acidula di un voltametro, in modo che le sue estremità stiano di faccia agli elettrodi. Quando passa la corrente, si ha sviluppo di idrogene e di ossigene anche in quelle estremità della lamina. Se invece che di platino, la lamina è di un metallo ossidabile facilmente, la elettrolisi secondaria è più forte. In luogo di una sola lamina, se ne possono mettere più altre.

20. — M. E. Bouty. *Misura della conducibilità elettrica del cloruro di potassio.* — L' A. nelle sue note anteriori ricerche sulla conducibilità elettrica delle soluzioni saline, prese per termini di confronto le conducibilità delle soluzioni di cloruro di potassio;

ed ora studia la conducibilità di questo cloruro, a seconda del grado di concentrazione e della temperatura.

Prima fu determinato il valore assoluto della resistenza specifica a zero gradi, di una soluzione normale di cloruro contenente grammi 74,59 (un equivalente, per litro). Poi, con una doppia serie di misure relative, si confrontò quella resistenza a quelle di altre soluzioni di cloruro di potassio, contenenti da 3 equivalenti ad un millesimo di equivalente per litro, ed a temperature comprese fra zero e 30°.

Per determinare la resistenza in misura assoluta, l'A. empì un tubo capillare formato in spirale di mercurio a zero, e poi dopo pieno della soluzione normale anzidetta. Pel mercurio adoprò il ponte di Wheatstone, e pel cloruro il metodo elettrometrico. Il rapporto fra le due resistenze fu di 1,634,10⁵, onde la resistenza specifica della soluzione normale fu, in ohm, di 15, 415. L'errore possibile fu di un centesimo.

Per la determinazione in misure relative, l' A. dopo aver esaminati e discussi diversi metodi relativamente al suo caso, scelse il metodo elettrometrico, nel quale la principale difficoltà consiste nel valutare esattamente le temperature, perchè una variazione di un decimo vi produce una variazione di 0,003 nella resistenza. Perciò i tubi capillari contenenti le resistenze furon tenuti in bagni di gran volume, perchè le variazioni di temperatura durante la esperienza fosser trascurabili, e per adoperare termometri al decimo di grado.

Il resultato fu, che fra zero e 30° la resistenza delle soluzioni di cloruro di potassio può esprimersi con sufficiente esattezza dalla formula $r_t (1 + \alpha t) = r_0$. Nel seguente quadro, la 1ª colonna dice il numero degli equivalenti per litro, la 2ª la resistenza specifica r_0, nella 3ª i valori relativi della resistenza molecolare ρ_0 riferita a quella della soluzione normale, e la 4ª i valori di α.

3	5,172	1,007	0,0230
2	7,785	1,010	0,0259
1	15,415	1,000	0,0291
0,5	30,49	0,989	0,0302
0,2	72,23	0,937	0,0326
0,1	141,0	0,915	0,0327
0,01	1325,0	0,860	0,0333
0,001	12697,0	0,824	0,0333.

È visibile che fra 3, e 0, 5 equivalenti ρ_0 varia appena di un cinquantesimo, mentre α decresce rapidamente; e poi, nelle soluzioni deboli, α rimane sensibilmente costante. Così la conducibilità molecolare decrescendo, tende verso un limite prossimo a 0,75,

ma difficile a precisarsi esattamente, a causa della variabilità di composizione dell' acqua distillata che si può avere.

M. E. H. Amagat. *Sul volume atomico dell' ossigene.* — Più sopra vedemmo che il Wroblewski assegnava per quel volume un valore inferiore a 16; ma già nel marzo 1885 l' A. annunziò che alla pressione di 4 mila atmosfere ottenne per l' ossigene una densità superiore ad 1,25, alla temperatura di 17°. Wroblewski col solo raffreddamento a — 200° ottenne la densità 1,24; dunque è probabile che riunendo gli effetti della pressione e del freddo si arriverà ad un volume atomico ancor più debole. Si potrebbe, seguendo le idee del Dumas, ammettere pel zolfo, pel selenio e pel tellurio lo stesso volume atomico, e che quello dell' ossigene avesse con quei tre un rapporto semplice, e probabilmente da uno a due. Allora la curva del Meyer indicherebbe pel fluoro un volume atomico che potrebbe essere la metà di quello del cloro, del bromo e dell'iodo.

21. — M. J. Macé de Lépinay. *Valore assoluto della lunghezza d' onda della stria* D. — Le lunghezze d' onda delle principali strie solari, determinate da Mascart, Ditschreiner, Van der Willigen, Angström, sono concordanti molto fra loro in misure relative, ma non in valori assoluti. Infatti per la D_2 nell'aria alla temperatura ordinaria si ha

$5{,}8989 \times 10^{-5}$	cent.	(Ditschreiner)
5,8922	»	(Van der Willigen)
5,8891	»	(Angström).

L' A. riprende tal misura con un metodo fondato sulle seguenti considerazioni. Sia un solido di forma geometrica definita, e le di cui dimensioni siano con un metodo ottico determinabili in funzione della lunghezza d' onda di D_2 presa per unità. Così si determinerà il volume u del solido, in funzione di quello di un cubo che ha per lati quella lunghezza d' onda; e si determina in valore assoluto la perdita di peso di quel solido immerso nell' acqua distillata e priva di aria. Ciò posto, la lunghezza d' onda cercata sarà data da $u\,\lambda^3 = V$, espressa non in centimetri, ma prendendo per unità il lato del cubo che pieno di acqua a 4° conterrebbe un grammo (millilitro). Per tal solido l' A. scelse il quarzo, tagliato in paralellepipedo rettangolo, di $0^m{,}01$ di lato nelle tre direzioni. Il metodo ottico è quello fondato sull' osservazione delle frange di Talbot. L' A. ottenne $5{,}8917 \times 10^{-5}$ (millilitro) $^{1/3}$ nel vuoto; e $5{,}8900 \times 10^{-5}$ (millilitro) $^{1/3}$ per l' aria a zero gradi.

MM. Scola e Ruggieri. *Nuove capsule (amorces) elettriche per le mine.* — Queste capsule son fatte da due fili di rame fasciati di cotone e avvolti insieme attorno un cilindretto di legno. Attorno a loro e al cilindretto sta incollata della carta piena di

una pasta fatta di un miscuglio di clorato di potassa, di salnitro, di solfuro di antimonio e di carbon di storta polverizzato. Il carbone è per dare una debole conducibilità alla massa, e tutto è fisso entro un tubo di carta, che contiene un porta-fuoco o miccia. La camera della mina è otturata da un tappo in cui entra quel sistema; e quando la scintilla di induzione che scocca fra i due fili infiamma la pasta, i gas che si producono accendono la miccia e la lanciano entro la mina. Questo per le mine a polvere; ma per quelle a dinamite, bisogna aggiungervi una capsula fulminante sulla quale venga a battere quella miccia quando è lanciata. Il vantaggio di questo sistema sta nel prevenire le disgrazie che potrebbero risultare dal ritardo nella infiammazione.

M. DUCRETET. *Apparecchio per verificare la fabbricazione delle miccie elettriche.* — L'apparecchio si compone in gran parte di un telefono, ed è destinato a verificare che nella capsula della mina i due fili di rame non si toccano, ma che sian così vicini da poter scoccare la scintilla. Tutto è combinato in modo che se i fili si toccano il telefono fa un cattivo rumore: se sono troppo isolati fra loro, il telefono tace: se tutto va bene il telefono fa intendere un leggiero crepitio, risultante dal passaggio della elettricità attraverso alla sopradetta pasta.

22. — M. A. CORNU. *Sulle esperienze dei* MM. Albert-A. Michelson *ed* Edward-W. Morley, *sull' influenza del moto del mezzo sulla velocità della luce.* — Lo scopo di questa Nota è di comunicare all' Accademia i lavori importanti di quei due scienziati, e a quanto pare, di rammentare una memorabile esperienza del Fizeau comunicata, nel dì 29 settembre 1851, alla Accademia. Questa esperienza dimostrò che il moto del corpo cangia la velocità della luce che si propaga dentro di esso, perchè trascina seco le onde luminose, ma le trascina solo *parzialmente*, e nel rapporto dedotto dal Fresnel da una osservazione di Arago. Quel rapporto, $(n^2 - 1) : n^2$, è sensibilmente nullo pei gaz, ed uguale a 0,437 per l'acqua ove $n = 1,333$. Il Cornu fa osservare la grande importanza teorica di questi resultati.

Michelson e Morley ebbero molti mezzi per il loro lavoro: perchè negli Stati Uniti si ama di aiutare gli scienziati di merito universalmente riconosciuto. Quei fisici perfezionarono l' apparecchio del Fizeau, ed esperimentarono su larga scala. I due tubi avevano il diametro di 28 millimetri, ed eran lunghi più di sei metri, e l' acqua vi scorreva alla pressione di 23 metri, onde la deviazione della frangia centrale arrivò quasi ad una frangia intiera. Con l' aria, e con la velocità di 23 metri al secondo, la deviazione era nulla. Gli Autori conclusero come già avea concluso

il Fizeau 35 anni fa; cioè che *l' etere luminoso non è influenzato dal moto della materia che esso penetra.*

Il Fizeau, presente alla Adunanza, ringraziò il suo Collega di aver rammentata all' Accademia quella sua esperienza; e dopo, il Bertrand disse di quanta importanza era quella esperienza per il Senarmont, che fu, come è noto, uno dei più distinti fisici che si occuparono dell' ottica.

M. LANGLOIS. *Sul calcolo teorico della composizione dei vapori, dei loro coefficienti di dilatazione e dei loro calori di vaporizzazione.* — L' A. ha una teoria sua propria, secondo la quale i calorici specifici dei gas o dei vapori sono espressi dalle seguenti formule. Molecole ad un atomo, $C = \frac{2}{3} \frac{V\pi\, Pg}{9} \alpha = \frac{2}{3} A\alpha$. Mol. a 2 atomi, $C = A\alpha$. Mol. a 3 at., $C = \frac{4}{3} A\alpha$. Mol. a 4 at., $C = \frac{5}{3} A\alpha$. α è il coefficiente di dilatazione del vapore, V il volume occupato da 1 chilogrammo di questo vapore alla pressione P.

L' A. narra che essendosi occupato a determinare la composizione molecolare dei vapori complessi dei liquidi organici, secondo la sua teoria, è stato condotto ad ammettere la esistenza dei radicali (CH) e (CH^2) funzionanti come se fossero atomi, e che possono formare con altri simili radicali, o con dei veri atomi delle molecole secondarie nella molecola totale. L' A. fa ancora qualche altra premessa dello stesso genere, e poi presenta un prospetto di resultati numerici, ottenuti con quelle formule per diversi vapori. Noi non lo seguitiamo più oltre; perchè ci converrebbe conoscere quella teoria, che sarà fra poco esposta nel Congresso dell' Associazione francese a Nancy.

M. L. GODARD. *Sulla diffusione del calore e sull' isomorfismo fisico.* — In una Nota presentata il 14 Dicembre 1885, l' A. fece osservare che nello studio di quella diffusione bisognava considerare una grossezza limite di strato, variabile con la sorgente ed aumentante con la lunghezza d' onda. Altresì osservò che le sostanze studiate conservano la loro diatermaneità anche allo stato di polvere. Il sal gemma puro e la silvina sono atermocroici. Fu determinata pel sal gemma polverizzato, e per diverse sorgenti, quella grossezza limite; e fu trovata indipendente dalla temperatura della sorgente. Lo stesso risultato si ottenne col sal di cucina polverizzato. Non avendo silvina pura (cloruro di potassio naturale) fu preso cloruro di potassio, adoperando la luce solare e la lampada Bourbouze-Wiesnegg, con o senza interposizione di cloroforme iodato o di vetro verde, e si ebbe lo stesso risultato; e così ancora col *salmiac* (cloroidrato di ammoniaca). L' ioduro di sodio farebbe eccezione; ma il sale che si può avere nel commercio non è anidro ed ha per formula $NaI + 2HO$.

Dunque i cloruri, bromuri e ioduri isomorfi ed anidri, che hanno la stessa formula chimica e cristallizzano nello stesso sistema, hanno anche la stessa diatermaneità.

M. Vaschy. *Legge del rendimento che corrisponde al massimo lavoro utile in una distribuzione elettrica.* — Quando un generatore di elettricità, pila o macchina magneto, di forza elettromotrice E, scalda un conduttore di resistenza R, o carica un accumulatore di forza elettromotrice E', o produce un lavoro meccanico, la così detta energia utilizzata (Ri^2 od $E'i$, varia, ed è la massima quando la caduta del potenziale utilizzata è la metà di E, onde il rendimento corrispondente al massimo lavoro utile è $^1/_2$. È la legge del Jacobi. Quando il generatore è una dinamo, ove la forza elettromotrice è funzione della corrente che la percorre, la legge è più complicata.

Sia una rete elettrica, di un numero N di branche, rinchiudenti: 1° generatori di forze E_1, $E_2 \ldots E_N$, di resistenze interne r_1, $r_2 \ldots r_N$ comprendendovi, le resistenze *inerti*, fili di comunicazione ecc.; 2° le resistenze a scaldarsi R_1, $R_2 \ldots$ (lampade ecc.) oppure forze contro-elettromotrici E'_1, E'_2 ecc. Se i_1, $i_2 \ldots$ sono le intensità della corrente nelle diverse branche, la energia spesa è

(1) $$W_m = E_1 i_1 + E_2 i_2 + \ldots = \Sigma E i\,,$$

e la energia utilizzata,

(2) $$W_u = \Sigma\,(E - ri)i$$

W_u essendo funzione di i_1, i_2, ecc.; per avere il suo massimo si eguaglierà a zero la sua differenziale totale. Se E_1, $E_2, \ldots$ son costanti (pile o magneti) avremo

(3) $$dW_u = \Sigma\,(E - 2ri)\,di = 0\,.$$

Or secondo le note leggi del Kirchhoff, per ogni punto di unione dei fili deve essere $\Sigma i = 0$, $\Sigma di = 0$, il che fa sì che fra di_1, di_2, ecc. si hanno tante equazioni quanti sono quei punti, meno uno; ma bisogna considerare i di come arbitrarii nella (3). Si può porre, in particolare, εi_1, εi_2, ecc. invece di di_1, di_2, ecc. ε essendo un coefficiente arbitrario, poichè con quelle sostituzioni si ha sempre $\Sigma i=0$, $\Sigma di=0$. Ciò posto la (3) diventa $\Sigma\,(E-ri)\,i=0$, la quale conduce alla $2\,W_u = W_m$.

Allo stesso risultato, per lo stesso caso, l'A. arriva anche in altro modo.

Ma se le E dipendono dalle i, la condizione pel massimo è

(3)' $$dW_u = \Sigma\left(E + i\frac{dE}{di} - 2\,ri\right)di = 0\,,$$

e rimpiazzando *di* con εi, si ha

$$\Sigma\left(E + i\frac{dE}{di} - 2ri\right)i = 0\,,$$

ossia

$$W_{ni} = 2W_u + \Sigma\frac{dE}{di}i^2.$$

Dunque il rendimento utile sarà sempre minore che nel primo caso, e per calcolarlo converrà conoscere le intensità i_1, i_2, ecc. dalle quali dipende il secondo termine del membro a destra, della equazione precedente.

23, 24. — M. J. Janssen. *Sugli spettri d' assorbimento dell' ossigeno.* L'A. comincia col rammentare che l' Egoroff scoperse già nello spettro dell' ossigeno un particolar sistema, di strie finissime, principalmente nei gruppi A, B ed α. Ma ora il Janssen scoperse un altro sistema, non di linee individuabili, ma di striscie sfumate difficilmente risolubili. Queste si mostrano più tardi del primo sistema quando le pressioni sono moderate, ma si sviluppano rapidamente al crescere della densità, e secondo la ragione del prodotto del quadrato della densità per la lunghezza del mezzo attraversata dal fascio luminoso. Prima di entrare in maggiori dettagli, l'A. comunicherà in breve all' Accademia le esperienze, in prova che quel fenomeno appartiene realmente all' ossigeno.

M. A. Perot. *Sulla misura del volume specifico dei vapori saturi, e sul valore dell' equivalente meccanico del calore.* — La termodinamica esprime il calor latente di vaporizzazione λ, in funzione del volume u' specifico del vapore, di quello u del liquido, della temperarura T assoluta, dell' equivalente E, e della pressione p,

$$\lambda = \frac{1}{E}T(u' - u)\frac{dp}{dT}\,.$$

Se si ha un liquido ove λ, $\frac{dp}{dT}$, ed u sian noti, la relazione precedente ci darà il valore di E. Fairbairne e Tate ed Herwig cercarono di determinare u', misurando il volume di una massa nota di vapor saturo, a data temperatura; misura difficile a farsi nel punto esatto di saturazione. L' A. procedè in modo inverso a quello, cioè dato un volume determinò la massa del vapor saturo che la empirebbe. Supponiamo, infatti, che in un vaso pieno di vapor saturo vi sia un pallone che si possa chiudere una volta che sia pieno, e poi di ritirarlo; e dopo non vi sarà che a pesare il pallone per sapere il peso del vapore, e per avere u' non resterà che a misurarne il volume. Il metodo è analogo a quello del

Dumas per le densità dei vapori. L'A. descrive l'apparecchio e le esperienze; e in media, fra limiti molto prossimi fra loro, ottenne $E = 424$.

M. Alb. Nodon. *Igrometro registratore.* — È analogo al termometro metallico del Breguet. La spirale è fatta da due nastri sovrapposti inegualmente igrometrici; l'uno di carta e l'altro, l'esterno, è di celluloide coperta da gelatina resa inalterabile da un poco di acido salicilico. Si gradua confrontandolo con un igrometro a condensazione; fra i limiti da 10 a 35° la temperatura non vi ha influenza; è assolutamente costante; gli basta un minuto per mettersi in equilibrio con l'ambiente; è sensibile quanto si vuole, e proporzionalmente al numero delle spire dell'elica. La descrizione si limita a dire che le spirali vi sono accoppiate per paia, e fanno agire due puleggie leggiere, disposte in una stessa verticale. Poi attorno alle puleggie si avvolge un filo al quale è attaccata una penna, che segna con inchiostro sopra un foglio mobile nel solito modo.

M. E. Bouty. *Legge della conducibilità elettrica delle soluzioni saline di media concentrazione.* — Fra zero e 20° la resistenza di una soluzione salina diluita è esattamente rappresentata da

$$r_t = r_0 \frac{1}{(1 + \alpha t)} \qquad (1)$$

α, a partire da un certo grado di diluizione, spesso molto mediocre, non differisce sensibilmente dal valor limite 0,0333, che conviene alle soluzioni più diluite. L'A. suppone realizzata quella condizione per un dato sale, p. es. il solfato di zinco, e misura il rapporto R_0 della sua resistenza molecolare a zero gradi, a quella del cloruro di potassio alla stessa concentrazione atomica, vale a dire avente lo stesso numero m di equivalenti di sale per litro di soluzione. Questo rapporto, che in generale è maggiore dell'unità, tende verso il limite 1 a misura che m tende verso zero. Tale è, infatti, la legge degli equivalenti, enunciata dall'A. due anni sono. L'A. pone

$$R_0 = 1 + f(m), \qquad (2)$$

e intende a determinare f. Le misure relative ad un sale particolare, sia il solfato di zinco, dicono che se m varia in progressione geometrica, f varia secondo un'altra progressione, parimente geometrica. Dunqne $f(m) = A\, m^c$.

Le esperienze per varii sali neutri normali, mostrano che A varia assai da un sale all'altro, ma che c è sensibilmente costante ed uguale ad $\frac{1}{3}$. Il seguente quadro mostra l'accordo fra il calcolo e le osservazioni.

Solfato di Zinco.

valori di *m*	valor di R_0 osservato	valor di R_0 calcolato	Differenza.
0,5	3,335	3,348	+ 0,013
0,2	2,850	2,732	— 0,118
0,1	2,420	2,375	— 0,045
0,05	2,159	2,091	— 0,068
0,02	1,815	1,805	0,010
0,01	1,639	1,639	0,000
0,005	1,485	1,507	+ 0,022
0,002	1,283	1,374	+ 0,091
0,001	1,267	1,297	+ 0,030
0,00025	1,158	1,187	+ 0,029

Nitrato di piombo.

m	R_0 osservato	R_0 calcolato	Differenza.
0,5	1,886	1,886	0,000
0,25	1,755	1,703	— 0,052
0,125	1,559	1,558	— 0,001
0,1	1,525	1,518	— 0,007
0,05	1,424	1,411	— 0,013
0,02	1,266	1,303	+ 0,037
0,01	1,141	1,240	+ 0,099
0,005	1,185	1,191	+ 0,006
0,002	1,096	1,141	+ 0,045
0,001	1,096	1,112	+ 0,016
0,00025	1,049	1,069	+ 0,020

Da questi quadri ne segue:

1°. Che il limite del rapporto R_0 non differisce dall' unità che di una quantità inaprezzabile. Dunque per i sali studiati, *la legge degli equivalenti è una legge limite rigorosamente esatta.*

2°. Per quei sali e pei valori di $m < 0,5$, si ha

$$R_0 = 1 + A\, m^{\frac{1}{3}} \,. \tag{3}$$

Per A si hanno i valori seguenti:

Solfato di zinco	A = 2,959
Nitrato di piombo	1,116
Solfato di potassa	0,359
Nitrato di potassa	0,240

La distanza media *l* di due molecole saline deve essere in ragione inversa della radice cubica del numero delle molecole, vale a dire in ragione inversa di $m^{\frac{1}{3}}$. Si può dunque porre

(3)bis $$R_0 = 1 + \frac{A'}{l}.$$

Dunque *la deviazione di uno stesso sale dalla legge degl' equivalenti, varia in ragione inversa della distanza media delle sue molecole.*

Se indichiamo con ρ_0 la resistenza molecolare del cloruro di potassio, e per ρ'_0 quella di un sale normale, avremo

(4) $$\rho'_0 = R_0 \rho_0 = \rho_0 (1 + A m^{\frac{1}{3}}).$$

L' A. diede già, in questo medesimo semestre dell' Accademia, i valori assoluti di ρ_0 per le diverse concentrazioni. Per valori di $m < 0,1$, e pel cloruro di potassio α è sensibilmente costante, e si vede facilmente aversi

(5) $$\rho'_0 = 0,8 (1 + 0,25 m^{\frac{1}{3}}),$$

prendendo per unità la resistenza molecolare della soluzione normale del cloruro di potassio. Per queste grandi diluizioni, si ha dunque

(6) $$\rho'_0 = 0,8 (1 + 0,25 m^{\frac{1}{3}}) \quad (1 + A m^{\frac{1}{3}}).$$

E quando A non è troppo grande,

$$\rho'_0 = 0,8 [1 + (A + 0,25)] m^{\frac{1}{3}} = \left(0,8 \ 1 + \frac{B}{l}\right).$$

Così « l' eccesso della resistenza specifica di un sale sul suo valor limite, è circa in ragione inversa della distanza media molecolare ».

M. Ledeboer. *Relazione fra il coefficiente di self-induzione e l' azione magnetica di un elettro-magnete.* — In un sistema di rocchetti con ferro dolce il flusso di induzione si conserva, ed all'esterno delle masse di ferro si confonde col flusso di induzione magnetica. Ora, come è noto, il così detto flusso di forza è il prodotto della intensità del campo magnetico per la superficie, e d' altra parte, il flusso di induzione è uguale al prodotto del coefficiente di self-induzione per la intensità della corrente, ed è dunque quel prodotto proporzionale alla intensità del campo magnetico fino a tanto che le linee di forze non cangiano di posizione; ma la distribuzione di quelle linee varia lentamente in un sistema di rocchetti con ferro; e così l' A. cercò esperimentalmente, fino a qual grado vi ha proporzionalità fra il campo magnetico e il prodotto del coefficiente di self-induzione per la intensità della corrente nei rocchetti. A tale scopo egli determinò contemporaneamente il momento magnetico e il coefficiente di self-induzione di un rocchetto con ferro dolce. Egli determinò il momento magnetico col metodo di Gauss e con un magnetometro aperiodico di

Weber; e determinò il coefficiente di self-induzione con un metodo ch' egli descrisse nei *Comptes rendus* del 15 marzo 1886 (e che è qui riferito nel numero 11) adoperando la formula

$$L = \frac{T}{\pi} \cdot \frac{i}{\alpha} \cdot e \frac{\delta}{I} \left(R + l + g \left[1 + \frac{R}{R'} \right] \right).$$

La impulsione δ del galvanometro è proporzionale al prodotto L I, ossia alla quantità q di elettricità prodotta dall' extracorrente. I resultati rappresentati graficamente dimostrano, che il momento magnetico così come l' extracorrente sono rappresentati da una linea retta, la qualcosa è conforme alla teoria; e il coefficiente di self-induzione, essendo costante, è rappresentato pure da una linea retta. Per il rocchetto con nocciolo di ferro, le due curve sono simili, e si sovrappongono riducendo le ordinate in un dato rapporto; e vi è dunque proporziónalità fra i due effetti.

Furono poi fatte altre esperienze con un galvanometro Deprez-D'Arsonval ad elettro-calamite; il sistema d' induttori è identico agli induttori di una macchina dinamo elettrica Siemens, di cui tutte le dimensioni sono state ridotte nella stessa proporzione. Ancora per queste esperienze, come per le già descritte, l'A. presenta una figura che indica con curve le variazioni della intensità del campo magnetico e quelle dell' extracorrente; ma quella proporzionalità non si verificò rigorosamente, in questo caso. Non abbiamo riportate qui quelle figure, ma questo sunto non è che una traduzione letterale.

25. — M. P. Duhem. *Sui vapori emessi da un miscuglio di sostanze volatili.* — Il Kirchhoff dimostrò che il calore di diluizione di una soluzione salina si può calcolare, conoscendo la legge delle tensioni del vapor d' acqua emesso; e il Moutier estese delle considerazioni simili a quelle del Kirchhoff ai miscugli formati da due sostanze volatili. L' A. ha ripreso questo studio pure teoricamente, e ne presenta i resultati seguenti.

1. Dalle equazioni della termodinamica si ha che « la pressione parziale del vapore emesso da ciascuno dei due liquidi mescolati, è minore della tensione del vapor saturo dello stesso liquido, preso puro ». E ciò è conforme alle esperienze del Regnault.

L' aggiunta al miscuglio di un peso dm_1 di uno dei corpi a che lo compongono sviluppa una quantità di calore dm_1. Siano, p_1 quella pressione parziale del vapore del corpo a; P_1 quella del vapore saturo dello stesso corpo quando è puro; ϖ_1 il peso molecolare di questo corpo, R la costante delle leggi Mariotte e Gay-Lussac; T la temperatura assoluta; A l' equivalente calorifico del lavoro. Avremo

$$L_1 = A \frac{R}{\varpi_1} T^2 \frac{d}{dT} \log \frac{p_1}{P_1}$$

formula identica a quella del Kirchhoff, quando il miscuglio ha un sol corpo volatile.

2. Dall' osservazione del Regnault, che i miscugli di etere ed acqua, che rinchiudono un volume di etere uguale almeno alla metà del loro proprio volume, emettono un vapore misto, la di cui pressione è, ad ogni temperatura, precisamente uguale a quella del vapor saturo di etere puro, la termodinamica deduce: 1° che il vapor misto di un miscuglio liquido ha la stessa composizione di quel miscuglio; 2° che l' aggiunta di un certo peso di etere al miscuglio non mette in giuoco alcuna quantità di calore; 3° che l' aggiunta di un certo peso dm_a pone in giuoco una quantità di calore $L_a\, dm_a$, calcolabile con la formula sopra indicata. Però queste conseguenze sono soltanto nel caso in cui il liquido non si separa in due differenti strati.

3. L' Isambert studiò il caso seguente. Un solido C è formato dall' unione di una molecola di A con k molecole di B, e si dissocia formando questi due ultimi corpi in parte un miscuglio gassoso, e in parte un miscuglio liquido, il quale tien disciolta una certa quantità di C. In questo caso, la quantità di calore svolta dall' aggiunta al miscuglio liquido di un certo peso, di A o di B, svolge una quantità di calore data da una formula simile alla sopranotata. L' aggiunta al miscuglio non saturo del composto C di un peso dm_c di C, svolge una quantità di calore data da

$$L_c = A' \frac{R}{\varpi_a + k\varpi_b} T^2 \frac{d}{dT} \log\left(\frac{p_a p_b^k}{H^{1+k}}\right).$$

H è la tensione di dissociazione di C, in un ambiente prealabilmente vuoto e dove i corpi separati rimangono gassosi.

4. Dopo, l' A. passa a considerare altri fatti segnalati dall' Isambert, e analoghi a quelli osservati dal Regnault pel miscuglio di acqua e di etere; ma per economia di spazio ci arrestiamo qui, in questa traduzione letterale, un sunto non essendo possibile.

M. M. Langlois. *Dinamica della molecola d' acqua - velocità di propagazione del suono - Compressibilità, calor di fusione, e calor specifico del ghiaccio.* — L' A. espose in succinto la sua nuova teoria dei gas nel numero 19 dei *Comptes rendus* del secondo semetre; e si può vedere un sunto nel presente giornale, *t.* XVII, 3ª. *serie, p.* 177. Una applicazione della sua teoria fu fatta dall' A. anche all' eflusso dei gas, nel numero 20 di quei *Comptes rendus* 2° semetre 1885; ma di questa non vi è nel *Cimento* che l' annunzio a pag. 77 *t.* XIX. Diciamo ora della presente nota.

Sia v la velocità di traslazione atomica del vapor saturo ad 8°, ed alla pressione di 8^{mm},017, e sia v' questa velocità dopo la liquefazione. L' A. dalla sua teoria ebbe la formula

$$\frac{v'^2}{v^2} = L\,\frac{R^3}{r^3}\,.$$

R è il raggio della molecola gassosa, ed r quello della molecola liquida. Essendo la velocità del suono uguale a $v' : \pi$, si ha

$$\frac{v'^2}{\pi^2} = \frac{v^2}{\pi^2}\,L\,\frac{R^3}{r^3}\,.$$

Ora, secondo il teorema fondamentale dell' A., si ha

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{2\,V\pi p g}{9}\,,$$

V essendo il volume occupato da un chilogrammo di vapor saturo ad 8°; onde si ha

$$\frac{v'}{\pi} = \frac{2g}{3\pi}\sqrt{V\pi p\,L\,\frac{V}{1{,}0607.V'}} = 1447{,}8\,.$$

Fu invece di 1447,8 trovato il numero 1435, ma l' A. spiega ulteriormente le cause di quella differenza. V' è il volume occupato da un chilogrammo di acqua ad 8 gradi.

Nelle altre applicazioni della sua teoria, per determinare il coefficiente di compressibilità dell' acqua, le calorie di fusione, e il calore specifico del ghiaccio, i risultati dell' A. sono esattamente conformi ai valori determinati dall' esperienza.

M. Pionchon. *Studio calorimetrico del ferro ad alte temperature.* — Il ferro prossimo a settemila gradi acquista un assorbimento straordinariamente rapido di calore, entro un piccolo intervallo di temperatura. L' A. esperimentò col ferro dolce del Berry di eccellente qualità, e scaldato e raffreddato non si tempra. L' A. ha determinati i coefficienti delle prime tre potenze della temperatura, della solita formula empirica, per valori da zero a 660°; e poi quelli di un' altra simil formula fra 660 e 723°. Quelle formule esprimendo la quantità di calore necessaria per scaldare un grammo di quel metallo. Da 723 a mille gradi quelle quantità di calore variano linearmente, essendo rappresentate con sufficiente approssimazione dalla formula

$$q = 0{,}218\,.\,t - 39\,.$$

Il calore specifico del ferro in questo intervallo di temperatura, è circa il doppio del calorico specifico a zero gradi; e se si volesse avere il valor 6 pel calorico atomico del metallo in questo stato bisognerebbe prender 28 pel peso atomico. Per aver ferro puro l' A. ha ridotto con l' idrogene del sesquiossido, alla temperatura del rosso vivo; ed i resultati ottenuti sono stati gli stessi che col ferro del commercio.

M. Vaschy. *Condizioni che realizzano il massimo lavoro utile in una distribuzione elettrica.* — L' A. tratta analiticamente il problema in un modo assai più generale ed ampio che nella sua Nota qui sopra indicata, del numero 22 dei *Comptes rendus;* ma il difetto di spazio ci impedisce di farne una traduzione, ed un sunto non sarebbe di alcuna utilità.

MM. J. Chappuis e C. Riviere. *Sulla refrazione dell' aria.* — Gli Autori hanno studiata la refrazione dell' aria atmosferica, facendo uso del refrattometro interferenziale del Jamin, e di un apparecchio che mostrarono all' Accademia nel 12 marzo 1883. Essi vollero esperimentare con alte pressioni, per confrontare entro limiti estesi la variazione della refrazione alla variazione del peso specifico. Fecero uso di un manometro ad aria libera, arrivando fino a 19 atmosfere. Per la temperatura di 21°, n essendo l' indice della stria D, alla pressione p in metri di mercurio, i resultati delle esperienze sono indicati dalla formula

$$n - 1 = 0{,}0003554 . p\,(1 + 0{,}00058 . p)\,,$$

la quale dà a 0° e alla pressione normale, $n = 1{,}0002927$.

Le esperienze del Regnault sulla compressibilità dell' aria possono essere rappresentate entro gli stessi limiti di pressione, dalla formula

$$d = \mathrm{A}\,p\,(1 + 0{,}00084 . p),$$

ove d è il peso specifico; ma quelle esperienze sono relative a 4 od a 5 gradi di temperatura. Un calcolo sopra una formula proposta dal Waals, per la compressibilità dei gas, condusse gli Autori, per la temperatura di 21 gradi alla formola

$$d = \mathrm{A}\,p\,(1 + 0{,}00065 . p);$$

e si può dunque concludere, dalle esperienze degl' Autori sull'aria, che a 21° e fino a 19 atmosfere, non vi è alcuna differenza sensibile fra i dati delle osservazioni e una qualunque delle formule proposte, per rappresentare la sopradetta relazione.

26. — (28 Giugno 1886). M. M. Deprez. *Modo per contare automaticamente le oscillazioni di un pendolo intieramente libero.* — Il pendolo ha uno scherma con una fenditura, che in ogni oscillazione lascia passare, e cadere sopra una pila termoelettrica, il raggio di una forte lampada. La pila è in comunicazione con un galvanometro aperiodico, il di cui ago fa così tante oscillazioni quante il pendolo; ma siccome l' ago stesso può servire a chiudere e ad aprire un circuito, così con un apparecchio ben facile ad immaginarsi si possono registrare i numeri delle oscillazioni, e far molto più esattamente le delicate osservazioni per determinare ad es. il valore della gravità.

M. HUGONIOT. *Sull' eflusso dei gas nel caso del regime permanente.* — L'Hirn ha fatte recentemente delle esperienze (*Ann. de chimie ec.* marzo 1886) sulla velocità dell'eflusso gassoso a grandi differenze di pressione, e ne dedusse che le velocità sarebbero state nei primi istanti maggiori di 4000 metri, e quindi ben superiori a quelle indicate dalle usuali formule. Secondo l'Hirn le leggi dell'idrodinamica e la teoria *cinetica* dei gas sarebbero erronee. Per ciò che riguarda la teoria *cinetica*, il Clausius rispose già all'Hirn; e fece osservare che l'Hirn non misurò la velocità direttamente, ma indirettamente col mezzo di ipotesi contestabili. Ora l'A., dopo un attento esame, ha trovato che le esperienze dell'Hirn lungi dal contradire la teoria cinetica, sono invece una verificazione delle note formule del Weisbach e dello Zeuner. Hirn riteneva la sezione minima della vena come costante per uno stesso orifizio, e la determinava con esperienze a piccole pressioni, ed ammetteva che in quella sezione la pressione fosse sempre sensibilmente uguale alla pression media, nel recipiente ove il fluido entrava. Ma questo è inesatto.

Infatti, sia un filetto in un punto del quale la sezione è w, la velocità V, la pressione p, e la densità ρ. La permanenza del moto esige che $V \omega \rho$ sia una costante, H, ossia che $V \omega \rho = H$. Sia p_0 la pressione, ρ_0 la densità nel punto del filetto ove la velocità è sensibilmente nulla. Se supponiamo dapprima che la trasformazione sia *adiabatica*, avremo

$$\rho \, p_0^{\frac{1}{m}} = \rho_0 \, p^{\frac{1}{m}}$$

m indicando il rapporto fra i calorici specifici. Il valore di V è dato dalla formula di Zeuner, ed ω diviene funzione di p, la qual funzione ha un minimo per $p = \alpha p_0$; ed il valore di α è

$$\left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m}{m-1}},$$

vale a dire 0,522, se si fa $m = 1,41$. Se si suppone isotermica la trasformazione, si arriva alla stessa conclusione; e soltanto si ha

$$\alpha = 0{,}607\,.$$

Questi resultati possono essere estesi per approssimazione, ad una vena di dimensioni laterali finite, ma piccole.

Nelle esperienze dell'Hirn, si può ammettere che la pressione nella vena vada diminuendo, dalla pressione iniziale p_0 alla finale p_1; ma convien distinguer due casi. Se $p_1 > \alpha p_0$, la sezione va sempre diminuendo fino a diventar p_1, come lo suppose l'Hirn; ma se $p_1 < \alpha p_0$, la sezione va diminuendo fin dove la pressione

è αp_0, e poi va aumentando, in modo che la pressione nella sezione contratta è indipendente da p_1 ed è uguale ad αp_0. Così, in ogni esperienza la pressione nella sezione contratta restava costante, fino a che la pressione media nel recipiente fosse divenuta αp_0. Questo spiega perchè nei primi istanti la portata rimaneva costante. L'A. avendo riguardo alle precedenti osservazioni, confrontò i resultati di quelle esperienze con le formule già note.

Supponendo adiabatica la trasformazione, ed ammettendo la formula di Zeuner, fu calcolata la portata o spesa W, la velocità V e la densità ρ nella sezione contratta. Indicando con ω l'area di questa sezione, per Ω quella dell'orifizio, il coefficiente di contrazione fu determinato dalla formula

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{W}{\Omega \rho V}.$$

Ciò posto, quel coefficiente si mostrò crescente col rapporto $\frac{p_0}{p_1}$. Ma con gli orifici muniti di tubo d'aggiunta conici convergenti, le variazioni furon piccolissime; la qual cosa è naturale, perchè allora la contrazione avveniva nel tubo stesso. Dunque la ipotesi della trasformazione adiabatica e la formula di Zeuner, sono d'accordo coi fatti.

Ma è con quell'ipotesi che si ha il massimo di spesa; in caso diverso supponendo la trasformazione isotermica si avrebbe per i tubi di aggiunta conici un coefficiente di contrazione superiore all'unità. Dunque malgrado il tubo di aggiunta la trasformazione è adiabatica. Le velocità di eflusso calcolate con la formula di Zeuner, non sorpassano 315 metri.

M. P. Duhem. *Sulla condensazione dei vapori.* — L'Helmohltz trovò esperimentalmente che quando un vapore si raffredda, la nebbia che indica la condensazione non si produce esattamente al punto di saturazione, ma ad una temperatura più bassa, e ne attribuì la causa alla influenza della curvatura della superficie sulla pressione del vapor saturo; e questa influenza fu già segnalata da W. Thomson. Con la teoria della Termodinamica, e seguendo un metodo del Gibbs, l'Helmohltz trova per quel fenomeno una formula differente da un'altra già trovata dal Thomson, ma che numericamente dà circa lo stesso resultato. Ora l'A. osserva che un anno fa egli fece l'applicazione dei principi stabiliti dal Gibbs, e dall'Hermann, allo studio della influenza della curvatura della superficie sui fenomeni di vaporizzazione, ottenendo una formula che non differisce da quella dell'Helmohltz che per un termine relativo all'influenza della superficie capillare sul liquido di una goccia; e trascurando quel termine si ha, infatti, la formula dell'Helmohltz.

L' Helmohltz scoperse ancora che le polveri fanno cessare la soprasaturazione del vapore; e le considerazioni esposte dall' A. in un suo lavoro (*Journ. de Phis.* 2a serie 1886) danno ragione di ciò, se in quelle polveri vi sono corpi che possono essere bagnati dall' acqua.

M. Ledeboer. *Sul coefficiente di self-induzione della macchina* Gramme. — Le esperienze dell' A. mostrano che in tal macchina il campo magnetico è proporzionale all' extracorrente, e che le variazioni dell' extracorrente fanno prevedere quelle del campo magnetico, prodotto dagl' induttori. Per forti intensità la forza elettromotrice diminuisce più rapidamente della intensità del campo magnetico. Il coefficiente di self-induzione dell' anello diminuisce della metà, quando si eccitano fortemente gli induttori. In questo ultimo caso, l' extracorrente è rappresentato graficamente da una linea retta; la qual cosa dimostra che quel coefficiente è indipendente dalla corrente che circola nell' anello, contrariamente a ciò che avviene nei rocchetti con nocciolo di ferro. La teoria dice che, se la calamitazione del nocciolo non è influenzata dalla corrente che circola nel rocchetto, l' effetto deve esser lo stesso come se non vi fosse il nocciolo; ora l' A. esperimentò con l' apparecchio Faraday, fatto di due spirali, o rocchetti, concentrici e di un nocciolo, ossia cilindro, di ferro, mobile, com' è noto; e con una corrente debole trovò quel coefficiente, della spirale esterna, uguale a 0,107, quando non vi era il ferro. Dopo si ripetè la stessa misura col ferro e si trovò, per quel coefficiente, 0,403. Finalmente, con una forte corrente e col ferro, si ebbe 0,110. Dunque una corrente continua ed energica sopprime la influenza del nocciolo di ferro.

M. E. Demarçay. *Sugli spettri del didimo e del samario.* — Esaminando le fotografie degli spettri di assorbimento di diversi prodotti di frazionamento del didimo e del samario, l' A. ottenne dei nuovi resultati. L' A. avverte che quei frazionamenti furono fatti in parte col metodo della cristallizzazione degli azotati doppi ammoniacali di Auer von Welsbach, e in parte con la precipitazione frazionata col mezzo dell' ammoniaca diluita; ma sopratutto fu con altro processo che l' A. ottenne quei resultati.

Lo spettro del samario contiene, come è noto, nel violetto e nell' ultravioletto delle strisce (*bandes*) descritte dal Boisbaudran prima, e poi da Soret, e le di cui lunghezze d' onda sono: 419, 415, 407, 400, 374. Ora l' A. trovò che la striscia 417 e quella 374 possono essere separate nettamente dalla 407 e dalla 400, le quali sembrano accompagnarla regolarmente, come le due prime si accompagnano. Dunque il samario definito da quattro strisce contiene due corpi semplici. A quello definito dalle strisce 407 e 400

l' A. conserva il nome di samario, e l' altro lo indica provvisoriamente con S_1.

Il didimo è stato, come è noto, sdoppiato dall' Auer von Welsbach in più corpi, che sono il praeseodimo, il neodimo ed un terzo corpo del quale quel chimico non dice nulla, ma del quale egli ammette implicitamente la esistenza, eliminando dagli spettri di quei due primi una delle strie ($\lambda = 476$) del didimo. L' A. trovò nello spettro di molte frazioni una stria non ancora segnalata, ed assai stretta ($\lambda = 434$) che non appartiene a quei due corpi. L'A. non può ancor decidere se essa appartiene al terzo corpo ($\lambda = 476$) e seguiterà le sue esperienze. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied. Vol. XXVI, 1885.

9. (Continuaz.) — E. Pfeiffer. *Sulla conducibilità elettrica dell'alcool assoluto.* — Continuando gli studi intrapresi sui miscugli di acqua e alcool (*N. Cim.* XIX, pag. 170), l' A. ha determinato, con gli stessi metodi di allora, la resistenza elettrica dell'alcool assoluto; ed ha trovato che le più piccole impurità, quali son quelle che possono aversi dal soggiorno dell' alcool nei recipienti di vetro, servono ad alterarne notevolmente la resistenza, analogamente a ciò che Kohlrausch trovò per l' acqua. L' aria disciolta nell' alcool ne aumenta la resistenza. Non è quindi possibile assegnare un valore preciso per la resistenza dell' alcool assoluto; ma i più piccoli valori trovati posson ritenersi come i limiti superiori del valore vero. Per l' alcool saturo d' aria l' A. trovò

$$\lambda = 0{,}126 \cdot 10^{-10} \text{ a } 17^\circ{,}9 \text{ c.}$$

e per quello privo d' aria

$$\lambda = 0{,}141 \cdot 10^{-10} \text{ a } 18^\circ{,}3 \text{ c.}$$

essendo λ la conducibilità riferita a quella del mercurio.

R. W. Willson. *Galvanometro sensibile, di cui si può determinare il coefficiente di riduzione.* — Il galvanometro consiste in un rocchetto circolare, a sezione rettangolare, con un ago mobile, nel centro, munito di specchio; ma è disposto in modo che il rocchetto può spostarsi parallelamente al proprio asse; una scala di cui è munito permette di misurare quello spostamento.

Per determinare il coefficiente di riduzione basta notare le deviazioni che subisce l' ago quando il rocchetto, percorso sempre da una stessa corrente, occupa dapprima una posizione tale che l' ago magnetico sia nel suo centro, e poi un' altra in cui l' ago sia fuori di centro.

Infatti, una corrente che percorre una spira circolare di raggio R, su un polo magnetico = 1, posto alla distanza A dal centro dell' anello, esercita una forza F, nella direzione dell' asse, data da $F = 2\pi R/(R^2 + A^2)^{3/2}$. Se $A = 0$, cioè se il polo magnetico è nel centro dell' anello, la forza F_0 è data da $F_0 = 2\pi/R$; quindi, ponendo $V = F_0/F$ si ha

(1) $$R = A\,(V^{2/3} - 1)^{-1/2}.$$

Se invece di un polo si ha un ago magnetico d' intensità m e di lunghezza piccolissima di fronte ad R, quando l'anello è nel meridiano magnetico e il centro di rotazione dell' ago è nell' asse dell' anello, ma alla distanza A dal centro, la corrente i esercita su ciascun polo di esso un' azione, diretta secondo l' asse, uguale a imF. Se l' ago è orizzontale e girevole attorno a un asse verticale, la deviazione ϕ che subirà in questo caso sarà legata colla componente H del magnetismo terrestre dalla relazione

$$2\,imF\cos\phi = 2\,mH\,\mathrm{sen}\,\phi$$

ossia

$$i\,F/H = \mathrm{tag}\,\phi.$$

Quando il centro dell' ago coincide col centro dell' anello sarà analogamente

$$i\,F_0/H = \mathrm{tag}\,\phi_0\,;$$

onde, per piccole deviazioni,

(2) $$V = \phi_0/\phi\,;$$

Con le relazioni (1) e (2) si calcola quindi, com' è ben noto, il coefficiente di riduzione.

Queste considerazioni valgono pel caso di un sol giro di filo; per i rocchetti ordinari l' A. indica, seguendo il Maxwell, come tener conto delle loro dimensioni.

Con un galvanometro così costruito l' A. ha potuto misurare correnti di 0,0001 *ampère* fino a $^1/_{1000}$ del loro valore.

T. Homén. *Sulla resistenza elettrica dell' aria rarefatta.* — È ben noto che Edlund ritiene conduttrice l' aria estremamente rarefatta, e che ammette una resistenza al passaggio dell' elettricità dagli elettrodi all' aria rarefatta. L' A. ha cercato di determinare la parte che spetta alla resistenza dell' aria a diverse rarefazioni. Perciò egli fece passare le correnti indotte di apertura, ottenute con un rocchetto di Ruhmkorff, in un tubo in cui la rarefazione dell' aria e la distanza fra gli elettrodi si potevano variare entro limiti assai estesi, e misurò volta a volta l' intensità della corrente indotta. I resultati delle esperienze mostrano che la resistenza al passaggio della corrente nel tubo si compone di due

parti: di una che varia ad ogni valore della rarefazione, ma che resta costante qualunque sia la lunghezza della colonna d'aria, e di un'altra che cresce col crescere di quella lunghezza e col crescere della pressione. Per pressioni inferiori a 5 mm. di Hg la resistenza dell'aria è trascurabile affatto di fronte a quella che si ha agli elettrodi. Questa resistenza agli elettrodi cresce poi molto più rapidamente della rarefazione.

L'A. intende di eseguire esperienze analoghe con una corrente continua di una pila di 1500 elementi al bicromato.

K. WESENDONCK. *Sul contegno delle scariche nei gas verso una lamina incandescente di platino.* — Da considerazioni sulla natura delle comete, Faye dedusse che i corpi incandescenti dovevano possedere una forza repulsiva, ed eseguì fino dal 1860 delle esperienze che sembravano metter fuori di dubbio quella forza, dacchè facendo avvenire la scarica elettrica in un tubo ove l'aria era rarefatta al punto di ottenere la stratificazione, una sbarretta di platino portata al calor rosso respingeva le stratificazioni, formando attorno a sè uno spazio oscuro che il Faye, anche dopo esperienze più recenti, attribuisce al vuoto che per l'anzidetta repulsione si forma attorno al platino, e che impedisce il passaggio della scarica. Ma dopo ciò che è stato osservato sul contegno dei gas rarefatti, la spiegazione del Faye non sembra accettabile, e già il Reitlinger (*Wied. Ann.* 1881) ritenne dovuto quel fenomeno alla « elettrorepulsione » da lui studiata.

L'A. ha fatto nuove esperienze per decidere sulla causa di questo fenomeno. Dapprima arroventò il filo di platino con una corrente elettrica, e variò la sua posizione fra gli elettrodi e la rarefazione e la natura del gas; poi adoprò un dischetto di platino arroventato con una fiamma, per eliminare le scariche elettriche laterali che potessero verificarsi nel caso che il filo fosse percorso da corrente. Esposti i resultati di queste esperienze, passa in rassegna le teorie proposte per spiegar quei fenomeni, e sembragli più accettabile quella di Schuster (*Nat.* 30, 1884), che li ascriverebbe a scomposizioni molecolari.

A. WINKELMANN. *Sulla diffusione degli acidi e degli alcoli grassi nell' aria, nell' idrogeno e nell' anidride carbonica.* — Per controllare i resultati ottenuti dallo studio fatto sulla diffusione degli eteri, che fu già riassunto in questo Giornale, l'A. ha studiato ora la diffusione di alcuni acidi e di alcuni alcoli. Per l'acido formico e per l'acido acetico il valor reciproco della traiettoria libera molecolare coincide molto con quello relativo agli eteri. Per l'acido butirrico e per l'isovalerianico i resultati sono invece molto diversi, e le differenze potrebbero spiegarsi o ammettendo inesatta la pressione del vapore determinata dal Landolt (e della

quale l' A. fa uso nei suoi calcoli) o supponendo non pure le sostanze adoperate. Le esperienze fatte in proposito farebbero decidere l'A. per la seconda causa, dacchè è quasi impossibile, colla distillazione frazionata, aver che fare con composti chimici ben definiti, e d' altronde le più piccole impurità fanno variar notevolmente la pressione del vapore. Prendendo per questa pressione i soli valori più bassi, i resultati vengono assai concordanti con quelli degli eteri.

Anche per gli alcoli la concordanza è assai notevole, eccetto che per gli ultimi termini della serie.

Confronta poi i propri resultati con quelli di altri sperimentatori, e la contradizione che trova con quelli di Schumann la spiega col differente significato attribuito da essi ad una stessa quantità, e nel fatto che colle esperienze sull' attrito per le traiettorie libere molecolari si hanno valori sempre maggiori del vero.

S. v. WROBLEWSKI. *Sul contegno dell' aria atmosferica liquida.* — Come in altri casi anche nella liquefazione l' aria si presenta apparentemente come un gas semplice, tantochè si parla della curva della tensione, della temperatura, e della pressione critica dell' aria. Ma l' A. ha trovato che realmente, anche nella liquefazione, l' aria si comporta come un miscuglio di due gas, e con gli apparecchi di cui dispone è giunto ad ottener dall' aria atmosferica due fluidi, separati fra loro da un menisco. Analizzando il contenuto delle due porzioni del tubo separate dal menisco, fu trovato che nella superiore l' azoto rappresentava in media 18,5 e in quella inferiore 21,36 centesimi del volume. Al luogo in cui i due fluidi son separati fu notato un costante intorbidamento giallo-ranciato, che precede la formazione del menisco, analogamente a ciò che Avenarius aveva notato nella liquefazione dell' etere e di altri composti organici.

V. von LANG. *Misura della forza elettromotrice dell' arco voltaico.* — È noto che Edlund eseguì la misura indicata cercando come variava la resistenza colla lunghezza dell' arco: essendo questa resistenza espressa da una funzione lineare di quella lunghezza, la parte costante fu considerata come una forza controelettromotrice. L' A. volle determinare direttamente questa f. e. m. e a tale scopo adottò il seguente metodo: 58 elementi Bunsen furono riuniti in serie e il circuito fu chiuso con due lampade ad arco, poste nel circuito più che fosse possibile simmetricamente rispetto alla pila. L' arco di ciascuna poteva regolarsi osservandone l' immagine proiettata su uno schermaglio. I due reofori di un reoscopio furon posti: uno nel punto A di mezzo della batteria, e l' altro in quel punto B del circuito fra le due lampade, che era allo stesso potenziale del primo. Col ponte di Wheatstone fu determi-

nata la resistenza fra i punti A e B, quando nel circuito erano attive le lampade; poi furon sostituite alle lampade delle resistenze metalliche, tali da ricondurre nel circuito la intensità primitiva, e fu di nuovo misurata la resistenza fra gli stessi due punti A e B. L'aumento di resistenza così trovato, moltiplicato per l'intensità della corrente, dava il valore della forza contro-elettromotrice dell'arco voltaico, che fu trovata di 39 *volta*. L'A. non può assegnare un gran peso al valore numerico da lui indicato, che bisognerebbe determinare come media di numerose esperienze, che egli non ha potuto eseguire.

E. Lommel. *Proiezione dell' interferenza delle onde liquide.* — Sulla superficie del mercurio contenuto in una vaschetta si producono due sistemi uguali di onde mediante un diapason che porta ad una delle branche un filo di ferro piegato a doppia squadra, e che è fissato in posizione opportuna sulla sua cassa di risonanza. Questo diapason è messo in vibrazione coll' avvicinare ad esso un altro diapason all' unisono, e le onde che così vengono prodotte sulla superficie del mercurio interferiscono fra loro. Se su quella superficie si fa arrivare coll' eliostata, o con una lampada elettrica, un fascio di luce, si può proiettare l'immagine reale della vaschetta su un diaframma mediante una lente adattata; allora sul diaframma non si distinguono le onde parziali, bensì vedesi un sistema di iperbole omofocali, alternativamente luminose e oscure, che hanno i fuochi nei punti ove i fili di ferro urtano il mercurio. Le iperbole luminose sono i luoghi dei punti nei quali i due sistemi di onde interferiscono. Se il fascio luminoso si fa arrivare sulla vaschetta attraverso un disco che porti diversi fori alla periferia, e se il disco si pone in rotazione, sul diaframma appariscono anche i sistemi di onde, i quali posson tenersi fermi se il disco ha un' opportuna velocità di rotazione.

Id. *Rappresentazione visibile dei punti focali dei raggi ultrarossi, mediante la fosforescenza.* — In luogo di render visibile il foco dei raggi ultrarossi, mediante la calorescenza che essi son capaci di eccitare, l' A. ricorre alla fosforescenza che i raggi stessi, concentrati al solito modo mediante una soluzione di jodio nel solfuro di carbonio, eccitano nella polvere fosforescente di solfuro di calcio. Alla soluzione indicata ha poi sostituito con vantaggio quella della nigrosina nel cloroformio o nell' alcole. L' alcole ha un notevole potere assorbente pei raggi ultrarossi; ma ciò è utile, perchè la polvere suindicata è troppo sensibile. Si può con questa disposizione usare anche la luce di una candela, e ottenerne l' immagine reale luminosa sullo schermaglio fosforescente: tale immagine persiste anche dopo cessata la luce, e si cambia poi

in un' immagine oscura. Sarebbe quindi questa una specie di fotografia ottenuta coi raggi ultrarossi oscuri.

A. BLÜMCKE. *Sulla determinazione della quantità di ghiaccio che si fonde nel calorimetro di* Bunsen. — Viene indicata una disposizione colla quale si potrebbero contemporaneamente adoperare i due metodi che servono per quella determinazione. Nello stantuffo che chiude il lato aperto del tubo calorimetrico si introducono due tubi di vetro: l' uno S graduato nel solito modo, l' altro A piegato a doppia squadra e pescante in un vasetto V che contiene mercurio. Ambedue sono muniti di robinetto, e sia H il robinetto di A e H' quello di S. Prima dell' esperienza si apre H' e si chiude H, si pesa il mercurio contenuto nel vasetto V e si nota la posizione del mercurio nel tubo S. Al principio dell' esperienza si chiude H' e si apre H; alla fine si chiude H e si apre H', si pesa il mercurio in V e si nota la posizione del mercurio in S. Per ricondurre in S il mercurio al punto iniziale si aspira dall' estremità aperta di S, tenendo aperte le due chiavette, e poi chiudendo H. L' apparecchio non è stato provato sperimentalmente, ma sembra all' A. che debba pienamente corrispondere al suo scopo.



SULLA CONDUTTIVITÀ ELETTRICA DELLE POLVERI METALLICHE; DI F. AUERBACH.

(Versione dal tedesco di T. CALZECCHI-ONESTI) [1].

Intorno alla conduttività elettrica delle polveri metalliche, è comparsa, poco tempo fa, una nota del sig. Calzecchi-Onesti [2]) nella quale, con vari esperimenti su limature di diversi metalli, si stabilisce una serie di teoremi caratterizzanti il contegno elettrico dei detti corpi. Il primo e più fondamentale di questi teoremi dice: *Le polveri metalliche conducono la corrente elettrica se la densità della loro distribuzione nello spazio che occupano è più grande di una certa densità, e non la conducono nel caso di una densità minore.* Poichè questa tesi difficilmente può conciliarsi con le nostre idee sulla natura della conduttività della corrente elettrica, e sta in diretta contradizione colle esperienze, su tale argomento, da me, tempo fa, occasionalmente fatte ma

1) *Ann. d. Phys. u Chem.* N. F. XXVIII, p. 604, 1886.
2) Calzecchi-Onesti. *N. Cimento* (3), 16, p. 58, 1884.

non pubblicate, io ho quelle esperienze riprese, e tuttavia sono occupato nel ripeterle in diversi modi.

Persuaso che convenga di tener separati, quanto più sia possibile, i numerosi fenomeni che vi debbono essere complicati, io mi limito, nella presente comunicazione, a rispondere alla domanda: Vi ha veramente per le polveri metalliche una *densità critica* al di sopra della quale esse conducono la corrente costante d'una batteria galvanica, mentre non la conducono al di sotto di essa? A questa domanda, convien dirlo subito, rispondono negativamente le mie esperienze. Le polveri metalliche rinchiuse in tubi conducono la corrente con qualunque densità che abbiano se, presso a poco, ugualmente distribuite, e la resistenza alla conduttività è una grandezza che cresce continuamente col diminuire della densità.

Le esperienze si fecero con una cassetta di resistenza Siemens, che serviva da ponte Wheatstone, con uno o due elementi a bicromato, ovvero con altri elementi; l'apparecchio di misura era un galvanometro di Deprez con magnete fisso e spirale girevole; le polveri erano rinchiuse in tubi di vetro di varia lunghezza e di vario diametro. I sugheri che chiudevano le estremità dei tubi erano forati nel centro per far passare le asticelle di rame recanti ai capi interni piccole capocchie adatte alla sezione dei tubi e che servivano ad un tempo di sostegno e da conduttori della corrente. Le polveri metalliche si fecero entrare leggermente, e gli strati si producevano successivamente più densi in modi differenti: o comprimendole tutte in una volta, o comprimendole a strato a strato, battendo il tubo, o finalmente picchiando col martello. La diversità di questi metodi si dimostrò non senza efficacia sull'altezza della misurata resistenza, a densità uguale; questi metodi differenti producono diversi gradi di distribuzione uniforme, rimanendo eguale all'incirca il valore della densità; nondimeno il valor massimo o minimo di questa si manifestò differente in alcuni luoghi, ciò che deve certamente agire sulla resistenza alla conduttività elettrica. In relazione con questo si può stabilire una tesi generale importante per l'applicazione dei metodi e delle cifre per mezzo loro ottenute. Ecco la tesi: *Fra differenti polveri dello stesso metallo tutte, all'incirca, della stessa densità, quella possiede la minore resistenza la cui distribuzione è più uniforme.* Questo

teorema, che l'esperienza facilmente dimostra, corrisponde pure alla considerazione che nella distribuzione ineguale, i luoghi di densità minore della media, facciano in grado tanto maggiore, ostacolo al passaggio della corrente, quanto quelli di grande densità gli sono più favorevoli. Una conferma di questo teorema si ha in un altro che può considerarsi come un caso particolare del primo. — *Di due polveri dello stesso metallo la cui densità media è la stessa, quella di granello più grosso, offre alla corrente resistenza più grande.* La polvere più grossa consente distribuzione meno uniforme. Questo teorema è per l'intera investigazione di pratica importanza; raccomanda allo sperimentatore di servirsi solo di polveri nuove, vale a dire, di polveri non ancora compresse, battute, ecc. Se uno si serve più volte delle stesse polveri, la resistenza, ad uguale densità, diviene sempre più grande, anche con metalli non soggetti all'ossidazione; col far passare le polveri per lo staccio non si raggiunge più il valore primitivo della resistenza. In ciò che segue si tratta dunque sempre di polveri nuove.

Un gran numero di differenti polveri furono sottomesse all'esperienza; e poichè il loro contegno, relativamente alla questione di cui si tratta, fu in generale del tutto eguale, basterà di prenderne una e di stabilire con essa le particolarità del fenomeno. La più adatta sembra essere quella d'argento chimicamente deposto acquistato da Tromsdorff in Erfurt, e che si distingue per il granello finissimo. Essa offre valori numerici di resistenza, relativamente, assai costanti, e però sarà sufficiente di far seguire la più lunga e più completa serie di esperienze. A maggiore chiarezza poniamo le seguenti spiegazioni:

δ (nella prima colonna della tabella) rappresenta la densità relativa della polvere d'argento, ossia la sua densità in relazione a quella dell'argento, non ridotto in polvere, presa come unità. Come si vede, la detta densità oscilla tra 0,1 e 0,5; raramente si riuscì a superare 0,5 nelle date circostanze.

λ (nella seconda colonna) indica la resistenza relativa vale a dire la resistenza riferita a quella dell'argento non ridotto in polvere, presa come unità. Questa unità fu stabilita, riferendosi al mercurio, del valore di $^1/_{58}$; per la densità fu preso per base il numero 10,45.

δ	λ	$\log \lambda$	$\delta \log \lambda$	$\frac{\log \lambda}{-\log \delta}$	a) $\frac{\log \lambda}{0,2-\delta}$	b) $\frac{\log \lambda}{1-\delta}$
0,070	72 700 000 000	10,86	0,76	9,4	83	—
0,074	21 500 000 000	10,33	0,77	9,2	82	—
0,077	14 800 000 000	10,17	0,78	9,2	83	—
0,084	3 480 000 000	9,54	0,80	8,9	82	—
0,091	1 200 000 000	9,08	0,83	8,7	83	—
0,097	269 000 000	8,43	0,82	8,3	82	—
0,104	82 700 000	7,92	0,82	8,1	82	—
0,116	12 400 000	7,09	0,82	7,7	84	—
0,122	5 280 000	6,72	0,82	7,7	86	—
0,132	1 280 000	6,11	0,80	7,0	89	7,0
0,146	165 500	5,22	0,76	6,2	97	6,1
0,153	79 800	4,90	0,75	6,0	—	5,6
0,172	40 500	4,61	0,79	6,0	—	5,5
0,204	14 840	4,17	0,84	6,0	—	5,2
0,239	9 840	3,99	0,95	6,4	—	5,3
0,276	8 650	3,94	1,12	7,0	—	5,4
0,301	5 720	3,76	1,13	7,2	—	5,4
0,314	5 035	3,70	1,15	7,3	—	5,4
0,341	3 030	3,48	1,19	7,4	—	5,3
0,375	1 585	3,20	1,20	7,5	—	5,2
0,400	1 202	3,08	1,23	7,7	—	5,1
0,429	831	2,92	1,25	7,9	—	5,1
0,440	708	2,85	1,26	8,0	—	5,1
0,464	525	2,72	1,26	8,1	—	5,1
0,479	468	2,67	1,28	8,3	—	5,2

Nella terza colonna è registrato il logaritmo di λ per due ragioni: 1ª perchè sarebbe impossibile di rappresentare graficamente il valore di λ in funzione di δ; o le particolarità della curva, per piccoli λ, non si vedrebbero, ovvero, con misura più grande, le parti di essa, per grandi λ, non ci troverebbero il posto. Invece di λ si rappresenterà dunque il suo logaritmo; l'indicazione di log λ serve di base per le grandezze indicate nelle tre seguenti colonne, il cui scopo è di trovare formule empiriche e leggi per la relazione tra λ e δ. Di queste ultime tre colonne si parlerà in seguito.

La tabella dimostra che col diminuire di δ la resistenza λ cresce grandemente; e se i suoi aumenti dovessero essere inversamente proporzionali ad una potenza di δ, questa potenza, come

s'intende facilmente, dovrebbe essere molto elevata. Se a provarlo si pone

$$\lambda = \frac{1}{\delta^n}$$

da cui

$$n = \frac{\log \lambda}{-\log \delta}$$

si hanno per n i valori registrati nella 5ª colonna della tabella. Questi valori oscillano tra i limiti 6,0 e 9,4 col valor medio di 7,6, in modo che può dirsi: *La resistenza della polvere d'argento è, in media, inversamente proporzionale alla potenza 7,6 della sua densità.* In due altre serie di esperimenti, di estensione eguale, le cifre corrispondenti erano 7,6 e 7,8. Intanto le deviazioni dei singoli valori da questa media sono abbastanza rilevanti, e sono in particolare con tal legge distribuite, da non poterle ascrivere al caso. I valori di n, cioè a dire, quelli compresi fra la minima densità e $\delta = 0,153$, diminuiscono regolarmente, e sono poi costanti sino a $\delta = 0,204$; e da questo punto in poi aumentano regolarmente. Su questo contegno la scelta rappresentazione non dà schiarimento di sorta. Lo stesso vale della formola usata nella quarta colonna

$$\delta \log \lambda = \text{costante}$$

da cui

$$\lambda = e^{\frac{\text{cost} \times 2,3}{\delta}}.$$

Anche qui i valori delle costanti oscillano tra limiti relativamente piccoli: 0,75 e 1,28. Ma l'andamento delle deviazioni dal valor medio è qui pure regolare: per $\delta < 0,2$ i valori stanno sotto, per $\delta > 0,2$ al di sopra della media. Di fatti la curva di $\log \lambda$ devia dall'iperbola equilatera a occhio, e la rappresentazione, coll'aiuto di un'iperbola non equilatera, condurrebbe a formole troppo complicate ed inutili per l'intelligenza dei nostri fenomeni. Ciò non ostante merita considerazione la circostanza che la curva, di cui si discorre, possiede certamente i due rami rettilinei propri dell'iperbola e che questi due rami formano la maggior parte della curva. Infatti tutti i valori di $\log \lambda$ tra $\delta = 0,07$

e $\delta = 0{,}132$ stanno sopra una linea retta, e tutti i valori di log λ tra $\delta = 0{,}153$ e $\delta = 0{,}479$ sopra una seconda linea retta; in guisa che solamente uno dei valori direttamente osservati, vale a dire quello per $\delta = 0{,}146$ non appartiene ad alcuna di queste linee rette, ma forma in qualche modo il passaggio fra loro. Se si prolunga la prima più inclinata delle due rette si trova che essa tocca l'asse delle ascisse nel punto $\delta = 0{,}2$, la sua equazione è dunque

$$\frac{\log \lambda}{0{,}2 - \delta} = \text{cost} = 83\,.$$

L'altra retta meno inclinata tocca solo l'asse delle ascisse in un punto molto lontano dal campo dei valori osservati. Questo punto è con grande esattezza $\delta = 1$. L'equazione di questa retta è dunque

$$\frac{\log \lambda}{1 - \delta} = \text{cost} = 5{,}3\,.$$

Se dai logaritmi ordinari si va ai naturali, e da questi alle loro quantità, si trova in conseguenza pel primo ramo

$$\lambda = e^{191\,(0{,}2 - \delta)}$$

pel secondo

$$\lambda = e^{12{,}2\,(1 - \delta)}\,.$$

Se noi consideriamo la prima e l'ultima e chiamiamo $1 - \delta$ la rarefazione della polvere noi troviamo allora il teorema: *Quando la rarefazione della polvere d'argento cresce in progressione aritmetica, la sua resistenza cresce in progressione geometrica.* Anzi questo teorema vale per la maggior parte dello spazio nel quale possa variare δ; esso vale da $\delta = 1$ sino a $\delta = 0{,}2$. Da quel punto in poi il contegno diviene tanto sollecitamente diverso che si può dire una variazione istantanea. La resistenza cresce in modo ascendente, e dopo un breve spazio d'unione, come già si è detto, cresce di nuovo geometricamente quando una certa quantità aumenta aritmeticamente; ma, 1.° il fattore di proporzionalità è 15 volte più grande; 2.° quella certa quantità non è più la rarefazione, ma una quantità che dalla densità $\delta = 0{,}2$ è formata assolutamente nello stesso modo come la rarefazione dalla quantità $\delta = 1$. Si può adunque rappresentarsi una tal condizione come se la polvere d'argento sia ridotta ad un quinto

della sua naturale densità, siasi cioè cambiata in un corpo tutto nuovo, la cui naturale densità sia eguale ad un quinto, e la cui resistenza con progressiva rarefazione, cresce secondo la stessa legge, solo più rapidamente, di quella del corpo originale.

Qui poi si manifesta il contatto delle mie esperienze con quelle del sig. Calzecchi-Onesti. Veramente non vi ha un punto dove la polvere d'argento abbia cessato di condurre, almeno non oltrepassando $\delta = 0,07$, ma ciò nondimeno vi ha un punto dove la legge e l'altezza della resistenza tanto presto si cambiano, che senza esperimenti di misura e senza esatte determinazioni di resistenza, non fatte dal sig. Calzecchi-Onesti, la conclusione mentovata di sopra può essere dedotta dai fenomeni qualitativi. Per la polvere d'argento, egli è vero, il mentovato fisico non ha comunicato alcuna osservazione, ma il contegno quì trovato è quello che presso tutte le polveri metalliche s'incontra in modo esattamente eguale. Pure, dove si manifesta il cambiamento di condizione, il valore di δ sta tra $^1/_5$ e $^1/_2$, cioè tra gli stessi limiti tra i quali, secondo il sig. Calzecchi-Onesti, la capacità di condurre assolutamente cessa; soltanto i singoli valori da lui e da me trovati, a cagione della differente sottigliezza del granello, non si accordano perfettamente.

Con polveri più volte adoperate, la curva di resistenza corre come già si disse, non solo più alta, ma ancora meno improvvisamente rotta: la prima retta per le piccole densità è allora meno inclinata che per le polveri fresche, l'altra è più inclinata: la piegatura stà adunque più in alto, e oltre a ciò occupa uno spazio più grande. A questo si aggiunge un'altra cosa. Colle polveri già usate la densità è sempre più grande, sebbene trattate nello stesso modo, in confronto di quella delle polveri fresche, ed anche se vagliate nuovamente. La densità 0,07 p. e. non si può stabilire senza che si formino degli intervalli: d'altra parte col premere e col battere si va al di là di 0,5 cioè più avanti che colle polveri fresche. Nelle polveri usate dunque, o mancano i granelli contenuti in quelle fresche che passano attraverso a tutti gli stacci adoperati, o i più grossi, che non ci passavano, sono divenuti più densi e più piccoli; probabilmente si uniscono le due ragioni a produrre l'effetto di cui si tratta. Ne segue che la curva di resistenza d'una polvere già usata, in

paragone con quella di una nuova, si deve manifestare deviata verso destra e con essa anche la piegatura; questa è più in alto, più verso destra e più piana. Con questa si deve paragonare, per giungere ad un primo concepimento del fenomeno, un'altra circostanza relativa alle condizioni delle polveri fresche. Come già in principio si accennò, si può effettuare la compressione delle polveri in vario modo; nella stessa serie di esperienze si devono applicare almeno due di questi metodi, l'uno dopo l'altro, perchè uno solo, non conviene per tutta l'estensione di essa. Gli ultimi e più forti condensamenti si possono produrre solo col battere. Se dunque appena riempito il tubo si volesse cominciare con un piccolo colpo di martello e poi rendendolo successivamente più forte, continuare per tutta la serie, si conseguirebbe lo stesso valore del principio e del termine di resistenza, ma i valori intermedi diverrebbero, a cagione del repentino ed irregolare effetto dei colpi di martello, secondo le osservazioni sopra fatte, troppo grandi. L'esperienza ha dimostrato che ciò non sia solo un fatto, ma che in questo modo coll'unione dei punti di resistenza si acquista una linea quasi retta. Se d'altronde si comincia la condensazione col battere, ciò che permette alle particelle la più grande libertà di moto e di disposizione e però conduce per l'uguale densità ai minimi valori di resistenza, si giunge dopo un numero di condensamenti ad un punto in cui il battere non produce più nessun effetto, dove cioè si deve incominciare a martellare. Questo punto cade molto vicino alla piegatura. Da ciò si può trarre la conclusione che se, per continuato battere, si potesse acquistare dell'argento allo stato naturale, esso avrebbe una resistenza molto minore dell'argento martellato.

In relazione con questo sta forse il fatto che, come Matthiessen ha determinato, l'argento martellato possiede una resistenza più grande del tenero, sebbene la sua densità sia maggiore. Questa è per rapporto a quella dell'argento tenero (fuso) circa 1,006. La resistenza dovrebbe adunque, secondo l'ultima parte della nostra curva, essere di circa 0,91 di quella dell'argento tenero; la cifra osservata da Matthiessen è intanto eguale a 1,08; si ha dunque a causa della diversa condizione del metallo tenero e del duro una differenza di circa 17 per cento. Dopo ciò, s'intende facilmente che questa differenza nello stato d'in-

coerenza del metallo divenga abbastanza considerevole e che col battere la polvere d'argento, la resistenza diminuisca in grado maggiore che col comprimerla o martellarla.

Per altro queste definizioni teoretiche verranno solo continuate dopo chè la parte sperimentale della ricerca avrà avuto in due diverse direzioni il proseguimento, da un lato per il paragone dei diversi metalli, dall'altro per l'influenza della temperatura. Pel primo rispetto si manifestano, come si è detto, risultati qualitativamente analoghi, ma quantitativamente molto diversi, a segno che la condizione del metallo di fronte alla corrente, con densità successivamente minore può condurre in qualche modo ad una nuova costante specifica la quale avrà forse con le costanti dello stesso metallo una certa relazione.

In quanto all'effetto della temperatura non ho che poche esperienze; da queste già risulta che, secondo le circostanze, la resistenza cresce o diminuisce col crescere della temperatura.

Breslavia, 31 Maggio 1886.



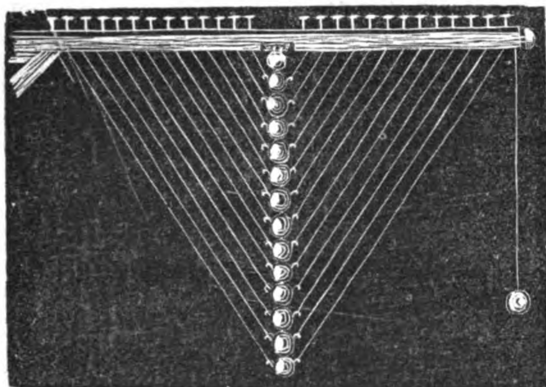
PENDOLO PER DIMOSTRAZIONE DI CORSO;

DI E. FOSSATI E C. SOMIGLIANA.

Questo apparecchio ha per iscopo di dare ai nostri studenti liceali, una prova diretta e sperimentale della esistenza del centro di oscillazione in un pendolo composto.

Risulta esso costituito (*vedi figura*) da un solido basamento su cui è impiantata una robusta colonna munita in alto di un'asta orizzontale attraversata verticalmente da tanti piccoli forellini fra loro equidistanti ed in linea retta pei quali passano altrettanti fili di seta tenuti fermi al disopra dell'asta con spinette che ponno girarsi nell'uno e nell'altro senso onde ridurre uguali fra di loro a due a due in lunghezza i fili che sono ugualmente distanti dal punto di mezzo della linea dei fori. Ciascuna coppia di fili sostiene una pallina d'ottone del diametro di venti millimetri mediante due uncinetti saldati sulla sua superficie a 45° circa dal suo equatore. Le palline, che sono in numero di quattordici, restano perciò disposte coi loro centri su di

una stessa verticale che è la comun bisettrice degli angoli formati dai fili e distanti fra loro appena che basti perchè venendo mosse non abbiano ad urtarsi. Sono tutte forate lungo la linea



dei centri in modo da poter essere rigidamente collegate fra loro infilzandole con una verghetta metallica cilindrica di un millimetro di diametro, avvitantesi nel vano della pallina che è alla estremità superiore delle serie. Questa pallina non è sospesa con fili, ma ad un asse metallico che la attraversa orizzontalmente pel suo centro e coincidente colla retta di emergenza dei fili. Senza la spranghetta si hanno per tal modo tanti pendoli che fatti oscillare si comportano prossimamente, il primo eccettuato come tanti pendoli semplici aventi lunghezze rappresentate dalle distanze dei centri di figura delle palline dall' asse di sospensione, quindi anche i loro centri di oscillazione coincidenti coi primi. Infatti: è notò che la distanza l del centro di oscillazione dall' asse di sospensione per un corpo di massa m è data da $l = \frac{K}{ms}$, ove s è la distanza del centro di gravità dall' asse, e K il momento d' inerzia del corpo rispetto all' asse. Se il corpo è una sfera di raggio R è pure noto [1]) che $K = m(s^2 + \frac{2}{5}R^2)$ e quindi

$$(a) \qquad l = s + \frac{2}{5}\frac{R^2}{s}$$

1) V. per es. Kirchhoff *Vorlesungen über mathematische Physik*. p. 80.

Se dalla sfera si toglie come prossimamente avviene nel nostro caso un cilindretto, di piccolo raggio r avente per asse il diametro verticale si vede facilmente che

$$l = s + \frac{1}{3}\,\frac{\frac{4}{5}R^2 - r^2}{\frac{2}{3}R^2 - r^2}\,\frac{R^2}{s}$$

e se come nel nostro caso $r = \frac{R}{20}$

$$(b) \qquad l = s + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5 \times 797}\right)\frac{R^2}{s}$$

l' influenza della cavità è quindi ben piccola e trascurabile. Tanto dalla (a) che dalla (b) si vede che crescendo s, la differenza fra l ed s, impiccolisce indefinitamente.

Se invece teniamo collegate fra di loro le palline mediante la spranghetta, possiamo, determinandone il numero convenientemente, far in modo che il centro di oscillazione del sistema così costituito coincida, o disti pochissimo dal centro di oscillazione di una delle palline supposta libera. Per tale sistema, supposte n le palline ed indicando con s_i la distanza del centro della i^{-esima} dall' asse, si ha

$$K = m \sum_1^n{}_i \left(s_i^2 + \frac{2}{5}R^2\right) \qquad s = \frac{\sum_1^n{}_i s_i}{n}$$

e quindi per la distanza L_n del centro di oscillazione dall' asse

$$(c) \qquad L_n = \frac{\frac{2}{5}nR^2 + \sum_1^n{}_i s_i^2}{\sum_1^n{}_i s_i}$$

Sopponendo poi tutte le palline tangenti fra loro, e l' asse di sospensione passi pel centro della prima, abbiamo

$$s_i = 2(i-1)R$$

quindi

$$\sum_1^n{}_i s_i^2 = \frac{2}{3}(n-1)\,n\,(2n-1)\,R^2 \qquad \sum_1^n{}_i s_i = n(n-1)\,R$$

e sostituendo nella (c)

$$L_n = \frac{2}{15}\,\frac{3 + 5(n-1)(2n-1)}{n-1}\,R.$$

Per la i^{esima} pallina si ha invece dalla (*a*)

$$l_i = 2(i-1)\,R + \frac{2}{5}\,\frac{R}{2(i-1)}$$

Dovremo ora determinare n ed i in modo che sia $L_n = l_i$; di questa equazione una delle soluzioni più convenienti al nostro scopo è la seguente approssimata: $n = 14$ $i = 10$. Si ha infatti:

$$L_{14} = \frac{2}{15}\,\frac{3 + 5.13.27}{13} = \left(18 + \frac{2}{5}\,\frac{1}{15}\right)R$$

$$l_{10} = \left(18 + \frac{2}{5}\,\frac{1}{18}\right)R$$

e quindi

$$L_{14} - l_{10} = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{13} - \frac{1}{18}\right) = \frac{1}{117}\,R.$$

Se poi si tien conto che la 10ª pallina, quando oscilla sola, è cava, e si fa uso della (*b*) per calcolare l_{10} si vede che questa differenza diminuisce ancora di $\frac{1}{5 \times 797 \times 18}$ R. La distanza dei due centri di oscillazione è quindi trascurabile. Epperò la durata di una oscillazione del pendolo composto potrà ritenersi uguale a quella del pendolo costituito dalla 10ª pallina resa indipendente dalle altre.

Volendo sperimentare con tale apparecchio si incomincerà col far osservare ai giovani essere lecito considerare il nostro pendolo come rappresentante una fila di tante molecole quante sono le palline coincidenti coi centri di figura di queste, ed in condizione o meno di oscillare indipendenti fra loro secondo che libere o no dalla forza di coesione rappresentata per noi dalla verghetta di riunione. Fatte poscia oscillare le sferette isolate, al qual intento giova assai una tavoletta rettangolare di legno che posta contro di esse e girata attorno al suo lato superiore in modo da spostare le palline di un certo angolo nel piano di loro oscillazione venga di poi bruscamente levata muovendola parallelamente a se stessa, si farà notare ai giovani la diversa celerità con cui si muovono i varii pendoli semplici; indi riuniti fra di loro coll'asticina si valuterà con un metronomo o con altro analogo istrumento la durata di una oscillazione del pendolo composto così ottenuto. Fatto infine il solito rimarco

che cioè: in causa dell'essere il moto delle particelle più basse, rappresentate dalle rispettive palline accelerato da quello delle più alte, ed il moto di queste rallentato dalle prime, una ve ne deve essere che oscilla come se fosse isolata da tutte le altre, ed il luogo da essa occupato chiamarsi il centro d'oscillazione del pendolo composto, rese di nuovo indipendenti fra loro e poste in oscillazione si rileverà come veramente siavi una pallina e nel nostro caso la decima che a differenza delle altre batte all'isocronismo col pendolo composto, muovendosi essa di pieno accordo col metronomo tenuto regolato nel modo di prima.

Con tale apparecchio si può anche dimostrare che il moto di un pendolo può comunicarsi ad un altro della stessa lunghezza quando siano entrambi appesi ad un unico sostegno. Si gira a tal uopo la chiavettina fissata alla estremità di destra dell' asta orizzontale onde ridurre il pendolo che vi è sospeso ad avere una lunghezza uguale a quella di uno qualunque dei pendoli della serie, ed allora tenuti questi fermi e messo l' altro in oscillazione si vedrà uscir fuori dalla serie ed oscillare con velocità crescente quello appunto che ha la stessa lunghezza del pendolo isolato.

E non meno istruttive in quanto ponno esse servire ad illustrare la teorica dei battimenti, sono le coincidenze e le opposizioni che si verificano nei diversi pendoli quando oscillano liberamente e contemporaneamente. Se si guardano a due a due i contigui cominciando dall'alto, facilmente si scorge che le fasi di coincidenza e le contrarie con tanta minor frequenza si manifestano quanto più lontane sono le palline dal loro comune asse di sospensione, onde notata ad es. una coincidenza fra la seconda e la terza pallina, dopo pochi istanti vedesi susseguita da un'altra fra la terza e la quarta, indi fra questa e la quinta e così di seguito man mano che si precede verso l' estremo inferiore della serie; e così delle opposizioni. Il che evidentemente accade perchè col farsi sempre meno accentuate le differenze di lunghezza di due pendoli vicini coll'aumentare delle distanze dei loro centri d'oscillazione dall' asse di sospensione, va pur scemando la differenza nei numeri delle vibrazioni che essi compiono in tempi uguali.



SUL POTERE CONDUTTORE SUPERFICIALE DEL VETRO, DOVUTO ALLO STRATO DI UMIDITÀ, A TEMPEBATURE DIFFERENTI ; MEMORIA DEL DOTT. PIETRO CARDANI.

Per alcune ricerche che spero fra breve pubblicare, ho dovuto intraprendere uno studio preliminare sul modo come varia lo spessore del velo di umidità, che si trova quasi sempre sul vetro, a differenti temperature.

La variazione dello spessore venne dedotta dalla variazione della sua conducibilità elettrica, e vengo fino da ora a dichiarare che lo scopo prefissomi, era solamente quello di stabilire l'andamento generale del fenomeno, senza dare alcun peso assoluto alle misure che andava mano mano facendo.

Ho adoperato molti tubi di vetro di Turingia scelti a caso fra moltissimi altri esistenti nel laboratorio e sempre ho rilevato nell'andamento generale del fenomeno risultati concordi, sebbene questi tubi dovessero certamente presentare differenze notevoli nel potere condensante del vapor acqueo alla loro superficie.

Tali risultati credendoli utili anche nella pratica, ho creduto conveniente riassumerli in questa breve memoria.

I. Introduzione.

Non vi è alcuno che non sappia quali e quante precauzioni si debbano prendere, allorquando nelle esperienze di elettricità statica si voglià adoperare il vetro come isolante. Alla conducibilità propria, variabilissima secondo le qualità del vetro e che in alcuni casi può essere relativamente grande, si aggiunge la conducibilità del velo di umidità che risiede alla superficie, essendo, come è noto, il vetro più o meno igroscopico secondo la sua intima costituzione.

Per tale velo di umidità, molte volte nelle circostanze ordinarie il vetro non isola affatto, e per renderlo isolante o bisogna

riscaldarlo ovvero tenerlo in un ambiente secco. Intanto il riscaldamento fa crescere notevolmente la conducibilità propria del vetro di modo che è facile prevedere che vi sarà una temperatura per la quale la conducibilità del vetro sarà minima: e siccome la conducibilità interna cresce colla temperatura mentre la conducibilità superficiale decresce, a quella temperatura alla quale il velo di umidità si sarà evaporato, si avrà appunto il migliore isolamento del vetro. Ma questa temperatura è variabile collo stato igrometrico? E nelle ordinarie condizioni è molto elevata?

D' altra parte non sempre si possono eseguire le esperienze in ambienti secchi: si crede tuttavia che togliendo il vetro da un ambiente secco, prima che su di esso si depositi il velo di umidità, occorra un certo tempo il quale può esser sufficiente per eseguire una data esperienza. Ma anche su questo riguardo le osservazioni sono poco rigorose, e se l' umidità si depositasse sul vetro istantaneamente, diverrebbe inutile mantenere precedentemente, in ambienti secchi, gli apparecchi di vetro che devono poscia servire alle esperienze in ambienti ordinari dove si trova sempre dell' umidità.

Debbo ancora richiamare, come cosa che si riattacca, all'argomento che sto trattando, una curiosa proprietà, segnalata per la prima volta dal Gaugain e di cui poscia nessuno si è più occupato, e presentata da una varietà di vetro, per la quale il Gaugain era stato obbligato ad ammettere due sorta di conducibilità.

« Nello stesso modo [1]), egli dice, che nella teoria del calore si distinguono due specie di conducibilità, io ammetto pure due specie di conducibilità elettrica: l' una interiore che consiste nella facilità più o meno grande colla quale l' elettricità si propaga da un punto ad un altro di uno stesso corpo: l' altra esteriore che consiste nella facilità più o meno grande colla quale l' elettricità supera la superficie di separazione di due corpi differenti. Nel più gran numero di casi la conducibilità esteriore è grandissima: la resistenza può esser considerata come esclusivamente interiore ed in tal caso è proporzionale alla lunghezza

1) *Annales de Chemie et de Physique;* III. serie, tomo LIX, Anno 1860, p. 30.

del conduttore. Al contrario *nel caso dei tubi di vetro* la conducibilità interiore è grandissima e la resistenza è tutta esteriore e si comprende che essa deve esser indipendente dalla lunghezza del tubo ».

E dopo aver segnalato varie esperienze per dimostrare la esistenza di questa resistenza esteriore conclude: « abbenchè la proprietà alla quale io do il nome di resistenza esteriore non sia stata riconosciuta finora che in una sola sostanza, ho creduto studiarla con cura perchè il fatto dell' esistenza di due conducibilità elettriche sembra fornire un nuovo ravvicinamento tra la teoria del calore e quella dell' elettricità ».

Le esperienze preliminari che, come ho detto, ho dovuto intraprendere per ulterioni ricerche, mi permettono rispondere a molte di tali questioni.

Ecco i risultati che esse mi fornirono.

II. Fenomeni generali.

Per studiare il modo come variava la conducibilità superficiale del vetro colla temperatura, rimanendo costante lo stato igrometrico dell' aria, dovetti cercare che fossero soddisfatte due condizioni, di poter cioè riscaldare successivamente un tubo di vetro senza produrre delle cariche interne sensibili nell' atto del riscaldamento, e di far sì che tanto il tubo quanto gli apparecchi di misura tenessero perfettamente la carica.

Ho disposti quindi gli apparecchi nel seguente modo:

Ho preso un tubo di vetro del diametro esterno di 12 mm., della lunghezza di circa 80 cent.: lo spessore della parete era di circa 1 mm. Dopo aver introdotto in questo tubo un termometro ho saldato alle due estremità due tubi di diametro minore e ciascuno di questi ho ripiegato ad U. (*Tav.* I.).

Il tubo così costruito era sostenuto nel mezzo con un isolatore di Mascart e le branche ricurve erano contenute dentro recipienti, nei quali si trovavano sostanze essicanti, ma in modo di esser completamente isolate. Come elettrodi sul tubo di vetro, per aver un buon contatto e per evitare qualsiasi causa di errore dovuta a qualche eventuale forza elettromotrice, posi delle fascette di carta bibula che manteneva costantemente umida e che

erano trattenute al tubo di vetro con una legatura di filo di rame.

Alle due estremità il tubo era sostenuto con sostegni metallici di Edelmann, e per riscaldarlo feci circolare nel tubo una corrente di un liquido conduttore per es. acqua, che manteneva costantemente in comunicazione col suolo. Credetti così di poter evitare le cariche di attrito.

Con tale disposizione mi pareva che la carica comunicata ad una delle tre fascette M, P, N non dovesse disperdersi che lentissimamente ed attraverso l'aria: difatti per poter disperdersi la carica altrimenti, l'elettricità avrebbe dovuto, o propagarsi lungo il supporto centrale, che dissi prima era un sostegno isolatore di Mascart, o doveva propagarsi superficialmente fino a raggiungere i sostegni di Edelmann ed a tale propagazione si opponevano le due branche laterali del tubo in forma di U e poste in ambienti perfettamente secchi, o doveva attraversare il vetro e disperdersi per mezzo dell'acqua e in tale caso mi pareva che la dispersione avrebbe pure dovuto esser lentissima e non avrebbe quindi dovuto grandemente influire sulle misure della conducibilità superficiale del velo di umidità.

Ho posta la fascetta M in comunicazione coll'ago di un elettrometro di Mascart i cui quadranti erano caricati con una batteria zinco, rame, acqua distillata, di 300 elementi, della quale l'elemento di mezzo era comunicante col suolo. La fascetta P comunicava invece con uno dei poli di un'altra pila di 10 elementi circondati da paraffina e quindi perfettamente isolati: l'altro polo di questa pila comunicava col suolo.

Per formarmi un'idea del modo come avveniva il fenomeno osservavo il tempo impiegato dall'elettrometro per acquistare il potenziale corrispondente alla pila: evidentemente col crescere della resistenza tra P ed M doveva crescere il tempo impiegato dall'elettrometro a mettersi nella posizione definitiva.

I fenomeni generali osservati furono i seguenti:

I. A temperatura ordinaria ed in una giornata non molto secca, nell'istante in cui si stabiliva la comunicazione di P colla pila, l'elettrometro deviava rapidamente e si metteva subito nella posizione dovuta, come se M comunicasse metallicamente con P.

II. Togliendo la comunicazione di P colla pila l'elettrometro avrebbe dovuto restare carico: invece ritornava subito alla posizione di riposo.

III. Avendo tolta la comunicazione dell'elettrometro con M e stabilitala invece con la fascetta *c*, caricando P colla pila l'elettrometro non deviava affatto.

IV. Rimesse le comunicazioni come prima, elevando la temperatura del tubo e facendo comunicare P colla pila l'elettrometro si spostava meno rapidamente ed a partire da una certa temperatura neppure dopo un tempo molto lungo arrivava a segnare il potenziale della pila: a circa 40 gradi l'elettrometro non deviava affatto.

V. A questa temperatura ho tolti i tubi di gomma che conducevano l'acqua nel tubo di vetro ed ho liberato il tubo stesso dai sostegni metallici in modo da lasciarlo pieno di acqua calda e sostenuto dal solo isolatore di Mascart. Facendo comunicare P colla pila, quasi subito l'elettrometro assumeva il potenziale della pila.

VI. In tali condizioni avendo ristabilite le comunicazioni come nell'esperienza III cioè dell'elettrometro con *c*, facendo comunicare P colla pila, l'elettrometro deviava come nella precedente esperienza.

Queste esperienze mi dimostravano chiaramente che in tali condizioni il fenomeno era molto complesso in causa della conducibilità interna del vetro. Alla temperatura ordinaria in cui il velo di umidità costituiva un buon conduttore, la quantità di elettricità che attraversava il vetro dalla parete esterna verso la parete interna era molto piccola malgrado l'estesa superficie attraversata in paragone di quella che forniva la pila e che passava pel velo di umidità: l'elettrometro assumeva quindi immediatamente il potenziale della pila: come nell'esperienza I^a: ma tolta la sorgente di elettricità, la quantità di elettricità distribuita sul tubo di vetro e sull'elettrometro era così piccola in paragone di quella che attraversava il vetro e raggiungeva l'acqua per disperdersi al suolo, che l'elettrometro, come nell'esperienza II^a, ricadeva nuovamente nella posizione di riposo.

Elevando la temperatura la quantità di elettricità che poteva passare attraverso il velo di umidità in un certo tempo

andava successivamente diminuendo pel diminuire continuo dello spessore del velo medesimo; ad un certo punto in cui la resistenza di essa diventava paragonabile colla resistenza opposta dal vetro, l'elettrometro doveva accusare potenziali sempre minori finchè ad una certa temperatura quando cioè la resistenza del velo umido diventava grandissima a paragone della resistenza interna del vetro l'elettrometro non deviava più dalla posizione di riposo.

In tali condizioni togliendo la comunicazione colla terra che si stabiliva per mezzo dell'acqua e togliendo anche il contatto del vetro con sostegni metallici in modo da lasciare il tubo perfettamente isolato, l'elettrometro deviava subito per accusare lo stesso potenziale della pila, perchè l'elettricità della pila dalla fascetta P attraversando il vetro si propagava nell'acqua e dall'acqua ripassando il vetro caricava l'elettrometro.

Così adunque si spiegavano i fenomeni ottenuti nelle esperienze IV e V; e facilmente si potrebbero in modo analogo spiegare i fenomeni osservati nelle esperienze III e VI.

Per semplificare le esperienze bisognava adunque impedire questa conducibilità interiore del vetro eliminando il liquido conduttore e riscaldando il tubo con liquido isolante.

Ricorsi quindi al petrolio che ho fatto circolare dopo aver asciugato il tubo riscaldandolo e facendovi passare una corrente d'aria dell'ambiente e quindi non perfettamente secca. I fenomeni si ripetevano identicamente come prima, e dopo aver fatto altri tentativi invano con benzina, con olio ecc. pensai che questi risultati fossero dovuti al velo di umidità interno che doveva esser rimasta avendo fatto passare nel tubo aria non dissecata prima di far circolare i differenti liquidi. Perciò ho disposto le cose in modo da poter far passare nel tubo una corrente di aria secca e subito dopo senza che potesse penetrare nel tubo l'aria dell'ambiente far passare una corrente di benzina anteriormente distillata.

Con queste precauzioni i fenomeni cambiarono totalmente. Alla temperatura ordinaria in una giornata piuttosto umida stabilendo la comunicazione di P colla pila, l'elettrometro deviò rapidamente, misurando colla deviazione il potenziale della pila. Tolta la comunicazione colla pila l'elettrometro rimase fermo

nella nuova posizione: la dispersione quasi insensibile era dovuta solamente alla dispersione attraverso l'aria. Crescendo la temperatura il tempo impiegato dall'elettrometro a mettersi in equilibrio diventava sempre maggiore, ma la deviazione che finalmente assumeva era sempre quella che prendeva mettendo in comunicazione diretta la pila coll'elettrometro.

Bastava far circolare per pochi secondi dentro il tubo dell'aria dell'ambiente per ritornare ad avere i risultati prima descritti.

Da queste esperienze preliminari avendo potuto conoscere come poteva eliminare in gran parte una delle cause di errore dovuta al passaggio dell'elettricità attraverso il vetro dalla superficie esteriore alla superficie interna, il qual passaggio avveniva in proporzioni notevoli per la grande superficie che prendeva parte al fenomeno e per il piccolo spessore della parete del tubo, per evitare anche le cariche interne che si sviluppavano, sebbene debolmente, per l'attrito del liquido isolante col vetro, e per aver maggiore rapidità nelle misure ho dato all'apparecchio la disposizione generale seguente.

III. Disposizione generale degli apparecchi.

Per evitare le cariche di attrito ho adoperato per riscaldare il tubo una corrente di aria secca mescolata con vapore di benzina [1]). A tal uopo per mezzo di un aspiratore di Regnault faceva in modo che l'aria esterna, dopo aver attraversato un recipiente R (vedi la tavola annessa) contenente sostanze essicanti, gorgogliasse della benzina che era contenuta in un pallone V, ermeticamente chiuso, e che era immerso in un bagno ad olio per poterlo riscaldare. La corrente d'aria, satura di vapor di benzina, passava dal pallone V per il tubo T nel tubo di vetro A B sul quale si sperimentava. Dal tubo A B, per mezzo del tubo T', la corrente arrivava in un secondo pallone nel quale il tubo T' arrivava fino al fondo. In questo secondo

1) Ho tentato invano di riscaldare il tubo con aria secca solamente, facendo passare l'aria stessa per un tubo ripieno di ritagli metallici e portata al color rosso. In causa della piccola quantità di calore trasportata dall'aria e della grande superficie irradiante il riscaldamento del tubo non superava i 3 gradi.

pallone circondato da acqua fredda la benzina in gran parte si condensava, la corrente d'aria invece per mezzo del tubo *t*, dopo aver attraversato un altro recipiente con sostanze disseccanti, penetrava nell'aspiratore. La temperatura del tubo si regolava col riscaldamento del bagno ad olio e col variare la velocità della corrente d'aria.

Per ottenere misure rapide e paragonabili fra loro aggiunsi all' elettrometro due interruttori ed un condensatore.

Uno degli interruttori era formato da una vaschetta E di ebanite piena di mercurio sostenuta da un isolatore di Mascart. Con questa vaschetta era permanentemente in comunicazione un polo della pila. La fascetta P del tubo poteva con un filo di rame mettersi in comunicazione o col suolo o colla vaschetta E e tale cambiamento si faceva coll'asticina di ebanite *a* rilegata al filo.

La fascetta M del tubo era invece in comunicazione con un altra vaschetta di ebanite E' pure sostenuta da un isolatore di Mascart. Con questa vaschetta E' comunicava l' armatura superiore di un condensatore a paraffina che teneva perfettamente la carica; l'armatura inferiore comunicava col suolo.

Il tubo di vetro P M era così interposto tra la pila ed il condensatore. Dopo aver caricato il condensatore, coll'asticina *b* di ebanite trasportava il filo della vaschetta E' in una seconda vaschetta E″ pure sostenuta da un isolatore di Mascart e nella quale pescava il filo di comunicazione coll' ago dell'elettrometro. Tutti i fili di comunicazione erano trattenuti con fili di seta sottilissimi a sostegni di ebanite.

In tali condizioni le varie parti dell' apparecchio tenevano la carica quasi perfettamente.

Le due vaschette E' ed E″ potevano mettersi a volontà in comunicazione col suolo.

IV. Variazione della conducibilità superficiale del vetro colla temperatura.

Le esperienze furono condotte nel seguente modo:

Al principio di ogni esperienza tutte le vaschette erano poste in comunicazione col suolo, eccetto E la quale rimaneva sem-

pre isolata. Indi tolta la comunicazione di E' col suolo, stabiliva la comunicazione di P con E per un tempo determinato, per es. 5". Così caricava il condensatore passando l'elettricità pel velo di umidità posto sopra P M.

Il tempo impiegato da un conduttore anche di grande capacità o da un condensatore, a mettersi in equilibrio con una sorgente di elettricità a potenziale costante è estremamente breve, una frazione piccolissima di secondo, quando la comunicazione tra il conduttore e la sorgente non offre resistenza molto grande ma se la comunicazione viene stabilita da un corpo che offre una grande resistenza, (come un filo di cotone nelle esperienze di Gaugain), la durata può diventare molto grande.

In generale ho caricato il condensatore per 5 secondi: se il velo di umidità era abbastanza conduttore doveva in questo tempo il condensatore caricarsi come se fosse stato unito alla pila metallicamente: ma a partire da una certa temperatura, il velo di umidità doveva diventar così resistente che la quantità di elettricità trasmessa in 5 secondi doveva esser minore di quella necessaria per portare il condensatore allo stesso potenziale della pila: a partire da questa temperatura i potenziali misurati dall'elettrometro dovevano, come è facile dimostrare, esser proporzionali alle quantità di elettricità ricevute dal condensatore.

L'elettrometro doveva dunque darmi le indicazioni seguenti:

I. A temperature relativamente basse, la stessa deviazione, come se il condensatore prima di riunirlo all'elettrometro fosse stato caricato direttamente colla pila.

II. Crescendo la temperatura a partire da un certo punto la deviazione accusata dall'elettrometro dovrebbe andar diminuendo.

III. Per temperature più elevate quando il velo di umidità è tutto evaporato, l'elettrometro dovrebbe dar deviazioni piccole ma sensibilmente costanti, dovute alla carica che il condensatore riceve per la conducibilità propria del vetro.

L'esperienza ha confermato esattamente questi risultati.

Trascrivo qualche serie fra le tante eseguite, facendo notare che i valori sebbene ordinati secondo le temperature furono ot-

tenuti, alcuni mentre la temperatura del tubo cresceva, altri mentre essa diminuiva lentamente.

La deviazione dell'elettrometro quando il condensatore si caricava direttamente colla pila è rimasta costante durante tutto il periodo delle osservazioni e fu di 360 divisioni.

Avendo interposto il tubo e caricato il condensatore per 5", ha ottenuto:

I. SERIE Temper. dell'ambiente 27° Aria satura a . . 21		II. SERIE Temper. dell'ambiente 27° Aria satura a . . 18,3		III. SERIE Temper. dell'ambiente 27,8 Aria satura a . . 15,2	
Temperature	Deviazioni dell'elettrom.	Temperature	Deviazioni dell'elettrom.	Temperature	Deviazioni dell'elettrom.
27,0	360	27	355	28	102
31,0	360	28,5	346	30	55
32,0	360	29,4	335	34,5	43
33,0	338	29,6	328	36	37
33,4	322	30,2	323		
34,0	295	30,8	293		
35,0	243	31,7	252		
36,0	210	32,2	218		
37,5	136	33,0	159		
38,3	94	34,8	90		
40,0	77	36,2	56		
42,0	52	38,0	43		
46,0	39	40,0	38		

Le tre serie furono fatte, come si vede, in condizioni abbastanza differenti per la quantità di vapor acqueo contenuto nell'aria. Nella prima serie trascritta, nella quale l'aria era satura a 21°, il condensatore si caricava in 5" allo stesso potenziale della pila anche alla temperatura di 32°, e solamente a temperature più elevate la conducibilità del velo cominciava ad esser così piccola da non permettere che in 5" passasse quella quantità di elettricità che era necessaria per caricare il condensatore al potenziale della pila. In giornate più secche, come si rileva dalla II. e III. serie, la temperatura, alla quale la conducibilità del velo liquido diveniva così piccola da non permettere che in 5" passasse la quantità di elettricità necessaria per caricare il condensatore al potenziale della pila, era molto minore di 32 gradi: nella seconda serie in cui l'aria era satura a 18,3 a cominciare dalla tempe-

ratura ordinaria cioè a 27°, l'elettrometro deviava di 355 divisioni mentre, caricato il condensatore direttamente colla pila deviava di 360, ed alla temperatura ordinaria di 28° deviava solamente di 102 divisioni in una giornata in cui l'aria era satura a soli 15°,2.

È notevole il modo rapidissimo col quale diminuisce la conducibilità del velo liquido col variare della temperatura. Se si tiene conto delle piccole cariche d'attrito e della conducibilità interna del vetro, per le quali cause l'elettrometro anche a temperature elevate deviava di circa 40 divisioni, dalle serie prima descritte risulta chiaramente che, anche in giornate molto umide, riscaldando il vetro a circa 45°, il velo di umidità superficiale si evapora quasi completamente, ciò che spiega il perchè le macchine elettriche d' influenza nel maggior numero di casi agiscano bene tenendo sotto di esse dei soli mattoni caldi o esponendole per qualche tempo al sole.

La variazione rapidissima della conducibilità, rimanendo costante la lunghezza del tubo interposto, ci fornisce una idea esatta del modo come varia lo spessore del velo liquido. Questo spessore deve anche esso decrescere rapidamente col crescer della temperatura in modo che possiamo sensibilmente ridurlo eguale a zero con un elevamento di pochi gradi; ed il modo regolare col quale sono andate diminuendo le deviazioni dell'elettrometro, ci indicherebbe una certa omogeneità nel velo liquido, omogeneità che si sarebbe mantenuta coll'elevarsi della temperatura.

Un altro fatto che ho potuto constatare è stata la prontezza colla quale si ricostituisce sul vetro il velo di umidità col variare bruscamente la temperatura. Ho riscaldato il tubo fino ad 83° facendo distillare la benzina nel tubo medesimo: avendo istantaneamente aspirato nel tubo della benzina fredda in modo da ricondurre il tubo alla temperatura ordinaria, subito dopo caricando il condensatore, ho avuto dall'elettrometro la stessa deviazione che aveva avuto prima del riscaldamento. Anche nelle serie fatte aumentando o diminuendo la temperatura, per uno stesso valore di essa trovai sempre gli stessi risultati dati dall'elettrometro dai quali fatti si può concludere che, rimanendo costante la quantità assoluta di vapor acqueo che si trova nell'atmosfera, ad una data temperatura corrisponde sempre uno

strato di umidità di spessore determinato e che questo strato si deposita sul vetro quasi istantaneamente.

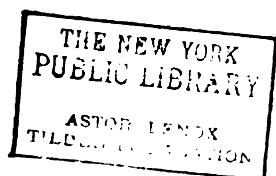
V. Cause che modificano la conducibilità superficiale del vetro.

Nel trascrivere le serie che dimostrano il modo come varia la conducibilità superficiale del vetro colla temperatura, ho segnato la temperatura dell'ambiente e la temperatura di saturazione dell'aria senza parlare affatto di stato igrometrico.

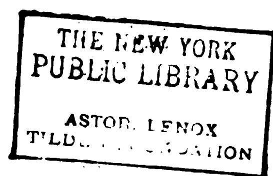
É facile comprenderne il motivo: lo stato igrometrico essendo un rapporto, il suo valore può essere lo stesso in condizioni sperimentali disparatissime: ora se ammettiamo come costanti le azioni molecolari del vetro che determinano la condensazione del vapor acqueo e come variabili le azioni per le quali l'aria tenderebbe a far evaporare dal vetro lo strato di umidità per saturarsi, risulta evidente che quanta maggiore sarà la quantità assoluta di vapore contenuta nell'aria, tanto più prevarranno le azioni molecolari del vetro su quelle dell'ambiente; potremo dunque prevedere che, combinando le cose in modo di aver lo stesso stato igrometrico ma in condizioni sperimentali differenti, si dovranno avere strati di umidità di spessore tanto più grande quanto maggiore sarà la quantità assoluta di vapor acqueo che si trova nell'aria.

Nelle esperienze prima descritte variando la temperatura del tubo si veniva a variare la temperatura degli strati d'aria aderenti al tubo medesimo. Ho calcolato così lo stato igrometrico nell'istante delle varie misure fatte nelle tre serie prima trascritte, facendo il rapporto tra la tensione del vapore acqueo esistente nell'aria e che mi veniva data coll'osservazione dell'igrometro di Regnault e la tensione massima che doveva avere il vapore alla temperatura alla quale si faceva l'esperienza. Nello specchietto successivo T indica la temperatura, I lo stato igrometrico, D la deviazione dell'elettrometro.

(Continua)



NU



SULL'INTERPRETAZIONE MECCANICA DELLE FORMOLE DI MAXVELL;
MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI [1]).

§ 6.

È ora facile ottenere la determinazione delle due funzioni r, h, dalle quali ormai dipende la soluzione del problema.

Le equazioni $(12)_a$, poste sotto la forma

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\eta}{\zeta}\right)=0, \qquad \frac{d}{dy}\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)=0, \qquad \frac{d}{dz}\left(\frac{\xi}{\eta}\right)=0,$$

danno

$$(13) \qquad \eta = P\zeta, \qquad \zeta = Q\xi, \qquad \xi = R\eta,$$

dove P è una funzione di y e z, Q di z ed x, R di x ed y. Queste tre funzioni sono vincolate dalla relazione

$$PQR = 1$$

ossia

$$(13)_a \qquad \log P + \log Q + \log R = 0,$$

dalla quale si deduce

$$\frac{d\log Q}{dx} = -\frac{d\log R}{dx}, \quad \frac{d\log R}{dy} = -\frac{d\log P}{dy}, \quad \frac{d\log P}{dz} = -\frac{d\log Q}{dz}.$$

Ora nella prima di queste ultime eguaglianze il primo membro è indipendente da y ed il secondo da z: quindi i due membri non possono essere eguali che ad una funzione della sola x. Per una ragione analoga i due membri della seconda eguaglianza non possono essere eguali che ad una funzione della sola y e quelli della terza ad una funzione della sola z. Da ciò e dalla necessità di soddisfare alla primitiva relazione $(13)_a$ segue molto facilmente che le forme di log P, log Q, log R non possono essere che le seguenti

$$\log P = Y - Z, \qquad \log Q = Z - X, \qquad \log R = X - Y,$$

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 5.

dove X è una funzione della sola x, Y della sola y, Z della sola z, e che quindi le equazioni (13) si possono scrivere, mutando la designazione di queste funzioni arbitrarie, nel modo seguente:

$$\frac{\xi}{X'} = \frac{\eta}{Y'} = \frac{\zeta}{Z'},$$

dove X' è la derivata di una funzione della sola x, Y' quella di una funzione della sola y e Z' quella d'una funzione della sola z. Di qui e dall'equazione (12) si deduce

$$\frac{\xi}{X'} = \frac{\eta}{Y'} = \frac{\zeta}{Z'} = \frac{dr}{d(X+Y+Z)},$$

cosicchè, ponendo per un momento

$$(13)_b \qquad X + Y + Z = t,$$

si riconosce che r è necessariamente funzione soltanto di t e che si ha

$$(13)_c \quad \xi = \frac{dr}{dx} = r'X', \qquad \eta = \frac{dr}{dy} = r'Y', \qquad \zeta = \frac{dr}{dz} = r'Z',$$

dove

$$r' = \frac{dr}{dt};$$

l'equazione $(10)_a$ diventa quindi

$$(13)_d \qquad r'^2(X'^2 + Y'^2 + Z'^2) = 1.$$

I precedenti valori $(13)_c$ delle funzioni ξ, η, ζ, sostituiti nelle equazioni $(12)_b$, danno

$$r'^2X'(Z'' - Y'') = 0, \quad r'^2Y'(X'' - Z'') = 0, \quad r'^2Z'(Y'' - X'') = 0,$$

epperò si ha

$$(13)_e \qquad X'' = Y'' = Z'' = 2k,$$

dove $2k$ rappresenta il valor comune delle tre derivate seconde di X, Y, Z, il quale non può essere che *costante*.

Questa costante k non può essere nulla. Infatti se ciò fosse, sarebbero costanti le quantità X', Y,' Z' e quindi $(13)_d$ anche la r', cosicchè r sarebbe una funzione lineare delle x, y, z e si a-

vrebbe $\Delta_2 r = 0$. Per conseguenza $(12)_c$ anche h avrebbe un valore costante e questo valore non potrebbe essere $(10)_c$ che lo zero, cosicchè (11) si avrebbe

$$da = 0, \quad db = 0, \quad dc = 0$$

e la funzione V risulterebbe lineare, forma già esclusa come inammissibile.

Poichè dunque la costante k non può essere nulla, si possono assegnare $(13)_e$ alle funzioni X, Y, Z le forme seguenti

$$X = k(x - x_0)^2 + l, \quad Y = k(y - y_0)^2 + m, \quad Z = k(z - z_0)^2 + n,$$

dove x_0, y_0, z_0, l, m, n sono nuove costanti arbitrarie. Di quì si deduce $(13)_b$

$$t = k[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2] + l + m + n,$$

$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 = 4k(t - l - m - n),$$

epperò $(13)_d$

$$dr = \frac{dt}{2\sqrt{k(t - l - m - n)}},$$

donde si ricava, tralasciando la costante additiva (evidentemente inutile),

$$r = \sqrt{\frac{t - l - m - n}{k}},$$

ossia

(14) $$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}.$$

Da quest' espressione di r segue

$$\Delta_2 r = \frac{2}{r},$$

talchè l' equazione $(12)_c$ diventa

$$\frac{d \log h}{dr} = -\frac{3}{r}$$

e dà

$(14)_a$ $$h = \frac{M}{r^3},$$

dove M è una nuova costante.

In virtù delle formole (14), $(14)_a$, $(13)_c$, le equazioni (11) diventano

$$da = M\frac{3(x-x_0)\,dr - r dx}{r^4},$$

$$db = M\frac{3(y-y_0)\,dr - r dy}{r^4},$$

$$dc = M\frac{3(z-z_0)\,dr - r dz}{r^4},$$

e danno

$$a = -M\frac{x-x_0}{r^3} + a_0,\quad b = -M\frac{y-y_0}{r^3} + b_0,\quad c = -M\frac{z-z_0}{r^3} + c_0,$$

dove $a_0\, b_0\, c_0$ sono tre costanti, le quali non possono essere che nulle. Ciò è richiesto già dalla proprietà che devono avere le derivate prime di V di annullarsi all'infinito, ma segue anche necessariamente dalle equazioni del problema. Infatti le tre quantità $(13)_c$

$$\xi = \frac{x-x_0}{r},\qquad \eta = \frac{y-y_0}{r},\qquad \zeta = \frac{z-z_0}{r}$$

debbono soddisfare alle equazioni (10), le quali equivalgono, per questi valori di ξ, η, ζ, alle

$$\frac{dx}{dn} = \xi\frac{dr}{dn},\qquad \frac{dy}{dn} = \eta\frac{dr}{dn},\qquad \frac{dz}{dn} = \zeta\frac{dr}{dn}.$$

Queste equazioni mostrano che le quantità ξ, η, ζ debbono essere proporzionali alle tre derivate prime di V, cioè alle quantità testè determinate

$$a = -\frac{M\xi}{r^2} + a_0,\quad b = -\frac{M\eta}{r^2} + b_0,\quad c = -\frac{M\zeta}{r^2} + c_0,$$

e tale proporzionalità non può evidentemente aver luogo se non è, come dicevamo, $a_0 = b_0 = c_0 = 0$. Si ha dunque

$$a = \frac{d\frac{M}{r}}{dx},\qquad b = \frac{d\frac{M}{r}}{dy},\qquad c = \frac{d\frac{M}{r}}{dz}$$

e di qui si ricava finalmente

$$V = \frac{M}{r}. \tag{14$_b$}$$

La direzione della normale n potendosi far coincidere, in questo caso, con quella del raggio r, si ha (14)$_{a.b}$

$$\frac{dh}{dn} = -\frac{3M}{r^4}, \qquad H = \frac{dV}{dn} = -\frac{M}{r^2}$$

e quindi l'equazione (10)$_c$ è anch'essa soddisfatta.

Il trovato valore di V soddisfa così a tutte le equazioni (7). Del resto se questo stesso valore si sostituisce nelle primitive equazioni (4), si trova che queste si riducono alle seguenti:

$$\begin{aligned} A(2r^2 - 3x^2) &= 0, & Ayz &= 0, \\ A(2r^2 - 3y^2) &= 0, & Azx &= 0, \\ A(2r^2 - 3z^2) &= 0, & Axy &= 0, \end{aligned}$$

e diventano identità quando (e solamente quando) $A = 0$, in accordo colle conclusioni del § 2.

§ 7.

Da quanto precede risulta che è sommamente ristretto il numero dei casi nei quali è possibile riprodurre il sistema delle pressioni di Maxwell colla effettiva deformazione d'un mezzo isotropo indefinito, mezzo la cui costituzione non corrisponde d'altronde, per la necessaria condizione $A = 0$, ad alcuna realità conosciuta. Vediamo ciò nonostante qual sia la deformazione di questo mezzo che corrisponde all'unica forma testè riconosciuta possibile per la funzione V.

Ponendo per semplicità

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

si ha

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{Mx}{r^3}, \qquad \frac{dV}{dy} = -\frac{My}{r^3}, \qquad \frac{dV}{dz} = -\frac{Mz}{r^3}, \qquad \Delta_1 V = \frac{M^2}{r^4}$$

e le formole (3), posto $A = 0$, danno

$$\alpha = \frac{M^2(4x^2 - r^2)}{32\pi B r^6}, \qquad \lambda = \frac{8 M^2 yz}{32\pi B r^6}.$$

$$\beta = \frac{M^2(4y^2 - r^2)}{32\pi B r^6}, \qquad \mu = \frac{8 M^2 zx}{32\pi B r^6},$$

$$\gamma = \frac{M^2(4z^2 - r^2)}{32\pi B r^6}, \qquad \nu = \frac{8 M^2 xy}{32\pi B r^6}.$$

ossia

$$\alpha = \frac{d^2\phi}{dx^2}, \qquad \lambda = 2\frac{d^2\phi}{dydz},$$

$$\beta = \frac{d^2\phi}{dy^2}, \qquad \mu = 2\frac{d^2\phi}{dzdx},$$

$$\gamma = \frac{d^2\phi}{dz^2}, \qquad \nu = 2\frac{d^2\phi}{dxdy},$$

dove

(15) $$\phi = \frac{V^2}{64\pi B}.$$

Ne risulta che le componenti u, v, w dello spostamento del punto (x, y, z), le quali supponiamo doversi annullare all' infinito, sono date da

(15)$_a$ $$u = \frac{d\phi}{dx}, \qquad v = \frac{d\phi}{dy}, \qquad w = \frac{d\phi}{dz},$$

ossia da

$$u = -\frac{M^2}{32\pi B}\frac{x}{r^4}, \qquad v = -\frac{M^2}{32\pi B}\frac{y}{r^4}, \qquad w = -\frac{M^2}{32\pi B}\frac{z}{r^4}.$$

Lo spostamento di ogni punto del mezzo è dunque *radiale*, come la forza, ed ha il valore

(15)$_b$ $$-\frac{M^2}{32\pi B}\frac{1}{r^2}.$$

Il segno di quest' espressione mostra che vi è sempre una *contrazione* di tutto l' ambiente verso il centro $x = y = z = 0$: ma la legge del decrescimento di questa contrazione colla distanza dal centro è tale che la dilatazione cubica è sempre *positiva* e data da

(15)$_c$ $$\vartheta = \frac{M^2}{32\pi B}\frac{1}{r^4}.$$

Si trova poi

$$X_x = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{r^2 - 2x^2}{r^6}, \qquad Y_z = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{-2yz}{r^6},$$

$$Y_y = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{r^2 - 2y^2}{r^6}, \qquad Z_x = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{-2zx}{r^6},$$

$$Z_z = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{r^2 - 2z^2}{r^6}; \qquad X_y = \frac{M^2}{8\pi} \cdot \frac{-2xy}{r^6};$$

ovvero anche

$$X_x = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dx^2}, \qquad Y_z = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dydz},$$

$$Y_y = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dy^2}, \qquad Z_x = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dzdx},$$

$$Z_z = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dz^2}, \qquad X_y = \frac{1}{r^2} \frac{d^2\psi}{dxdy},$$

dove

$$\psi = \frac{M^2}{8\pi} \log r .$$

La deformazione definita dalle formole $(15)_{a,b,c}$ si può riferire allo spazio infinito escluso, per esempio, da una sfera di raggio finito ed ha luogo radialmente ed uniformemente intorno al centro di questa. Ora lo studio d' una deformazione di questo genere si presenta in una delle più elementari applicazioni della teoria dell' elasticità, cioè nel problema dell' equilibrio di un involucro sferico isotropo, soggetto a pressioni costanti sulle sue due superficie, delle quali, nel caso analogo al nostro, l' esterna sarebbe tutta all' infinito e non sopporterebbe pressione veruna. Si potrebbe dunque supporre che la soluzione precedentemente trovata dovesse coincidere colla già nota. Ma ciò non è, nè può essere, per la ragione che ora passiamo ad esporre.

§ 8.

Poichè tanto nell' una quanto nell' altra questione il trinomio

$$udx + vdy + wdz$$

è un differenziale esatto, poniamo

$$u = \frac{d\phi}{dx}, \qquad v = \frac{d\phi}{dy}, \qquad w = \frac{d\phi}{dz},$$

donde segue, come nel § precedente,

$$\alpha = \frac{d^2\varphi}{dx^2}, \qquad \lambda = 2\frac{d^2\varphi}{dydz},$$

$$\beta = \frac{d^2\varphi}{dy^2}, \qquad \mu = 2\frac{d^2\varphi}{dzdx},$$

$$\gamma = \frac{d^2\varphi}{dz^2}; \qquad \nu = 2\frac{d^2\varphi}{dxdy}.$$

Di quì risultano, per le componenti di pressione in un mezzo isotropo ordinario, i valori

$$X_x = -(A-2B)\Delta_2\varphi - 2B\frac{d^2\varphi}{dx^2}, \qquad Y_z = -2B\frac{d^2\varphi}{dydz},$$

$$Y_y = -(A-2B)\Delta_2\varphi - 2B\frac{d^2\varphi}{dy^2}, \qquad Z_x = -2B\frac{d^2\varphi}{dzdx}.$$

$$Z_z = -(A-2B)\Delta_2\varphi - 2B\frac{d^2\varphi}{dz^2}, \qquad X_y = -2B\frac{d^2\varphi}{dxdy},$$

dai quali si deduce

$$\frac{dX_x}{dx} + \frac{dX_y}{dy} + \frac{dX_z}{dz} = -A\frac{d\Delta_2\varphi}{dx},$$

$$\frac{dY_x}{dx} + \frac{dY_y}{dy} + \frac{dY_z}{dz} = -A\frac{d\Delta_2\varphi}{dy},$$

$$\frac{dZ_x}{dx} + \frac{dZ_y}{dy} + \frac{dZ_z}{dz} = -A\frac{d\Delta_2\varphi}{dz}.$$

Denotando con X, Y, Z le componenti della forza esterna riferita all' unità di volume, le equazioni indefinite dell'equilibrio sono quindi

$$A\frac{d\Delta_2\varphi}{dx} + X = 0, \qquad A\frac{d\Delta_2\varphi}{dy} + Y = 0, \qquad A\frac{d\Delta_2\varphi}{dz} + Z = 0$$

e, ponendo

$$X = -k\frac{dV}{dx}, \qquad Y = -k\frac{dV}{dy}; \qquad Z = -k\frac{dV}{dz},$$

dove V è la funzione potenziale delle forze esterne, k la densità, queste equazioni si riassumono nell' unica

$$A\Delta_2\varphi - kV = \text{cost.},$$

la quale si riduce alla semplicissima

$$A\Delta_2\phi = \text{cost.}$$

quando non vi sono che pressioni superficiali.

Ora se A è diverso da zero, come avviene necessariamente nei mezzi isotropi ordinarii, e se, come avviene nel sovracitato problema sferico, la funzione ϕ dipende soltanto dalla distanza r del punto (x, y, z) dal centro dell'involucro, quest'equazione diventa

$$\frac{1}{r}\,\frac{d^2(r\phi)}{dr^2} = \text{cost.}$$

e, tralasciando una costante additiva insignificante, dà

$$\phi = \frac{K}{r} + K'r^2,$$

dove K e K' sono due costanti. Nel caso dello spazio infinito escluso da una sfera bisogna fare $K' = 0$ e si ottiene così l'espressione

$$\phi = \frac{K}{r}$$

che porge l'ordinaria soluzione, nella quale la costante K resta poi determinata dalla pressione che deve aver luogo sulla superficie sferica interna. Ma, qualunque sia questa pressione, la dilatazione cubica del mezzo, data da

$$\vartheta = \Delta_2\phi,$$

è sempre *nulla*.

Se invece, come avviene nel caso singolare che siamo stati condotti a considerare nei precedenti §§, la costante A è nulla, si ha, qualunque sia la funzione ϕ,

$$\frac{dX_x}{dx} + \frac{dX_y}{dy} + \frac{dX_z}{dz} = 0\,,$$

$$\frac{dY_x}{dx} + \frac{dY_y}{dy} + \frac{dY_z}{dz} = 0\,,$$

$$\frac{dZ_x}{dx} + \frac{dZ_y}{dy} + \frac{dZ_z}{dz} = 0\,.$$

Ne risulta che, per l'ammessa natura della deformazione, l'equilibrio non può aver luogo che in assenza di forze di massa, ma

quando questa condizione sia soddisfatta, esso è conciliabile con qualunque forma della funzione ϕ. Questa palmare contraddizione col teorema fondamentale dell'unicità dello stato d'equilibrio dipende evidentemente da ciò che, per $A = 0$, il potenziale d'elasticità non possiede più il carattere di forma quadratica essenziale positiva. La precisa determinazione che tuttavia abbiamo ottenuto della funzione ϕ nel § precedente, ed a tenore della quale la dilatazione cubica $(15)_c$ *non* è punto risultata nulla, scaturisce da un'altra sorgente, e cioè dall'avere assunto *a priori* espressioni di *data forma* per le componenti di pressione X_x, X_y, ecc., cioè le espressioni (1). Queste espressioni contengono bensì una funzione arbitraria V, ma, negli spazii infiniti in cui questa funzione soddisfa all'equazione $\Delta_2 V = 0$, esse non possono, come abbiamo dimostrato, convenire alle componenti di pressione derivanti da una vera deformazione del mezzo se non a patto che V abbia la forma $(14)_b$, e da questa forma speciale di V segue necessariamente quella pur speciale determinazione di ϕ che abbiamo incontrata nel § precedente e che è essenzialmente diversa da quella che conviene ai mezzi isotropi ordinarii.

§ 9.

Non vogliamo por termine a questo lavoro senza far cenno di un caso nel quale il problema della determinazione delle funzioni u, v, w, corrispondenti ad una data forma della funzione potenziale V, con riguardo alle condizioni (1), è riducibile a termini semplicissimi. Il caso cui alludiamo è quello in cui la funzione anzidetta dipende dalla sola distanza r del punto potenziato da un punto fisso, che per semplicità assumeremo come origine delle coordinate.

È facile comprendere (e si può del resto dimostrare) che in questo caso anche gli spostamenti devono essere radiali ed uniformi, cioè che le componenti u, v, w devono essere le derivate d'una funzione della sola distanza r. Ciò posto, considerando V, per comodità di calcolo, come funzione dell'argomento

$$\rho = x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

e ponendo

$$\frac{dV}{d\rho} = V' ,$$

si ha

$$\frac{dV}{dx} = 2V'x , \quad \frac{dV}{dy} = 2V'y , \quad \frac{dV}{dz} = 2V'z , \quad \Delta_1 V = 4V'^2\rho$$

e le formole (3), $(4)_a$ danno

$$\alpha = \frac{V'^2}{2\pi B}(x^2 - C\rho) , \qquad \lambda = \frac{V'^2}{\pi B} yz ,$$

$$\beta = \frac{V'^2}{2\pi B}(y^2 - C\rho) , \qquad \mu = \frac{V'^2}{\pi B} zx ,$$

$$\gamma = \frac{V'^2}{2\pi B}(z^2 - C\rho) , \qquad \nu = \frac{V'^2}{\pi B} xy .$$

Assumendo poscia un'altra funzione ϕ dello stesso argomento ρ e ponendo

$$u = \frac{d\phi}{dx} , \qquad v = \frac{d\phi}{dy} , \qquad w = \frac{d\phi}{dz}$$

si trova

$$\alpha = 2\phi' + 4\phi'' x^2 , \qquad \lambda = 8\phi'' yz ,$$

$$\beta = 2\phi' + 4\phi'' y^2 , \qquad \mu = 8\phi'' zx ,$$

$$\gamma = 2\phi' + 4\phi'' z^2 ; \qquad \nu = 8\phi'' xy .$$

Ora queste ultime espressioni non si possono identificare colle precedenti se non ponendo simultaneamente le *due* relazioni

$$\phi'' = \frac{V'^2}{8\pi B} , \qquad \phi' = -\frac{CV'^2\rho}{4\pi B} ,$$

dalle quali risulta

$$\frac{\phi''}{\phi'} + \frac{1}{2C\rho} = 0 .$$

Quest'ultima equazione stabilisce già che la forma della funzione ϕ (e per conseguenza anche quella della funzione V) dipende unicamente, astrazion fatta da un fattore costante, dalla costituzione del mezzo isotropo che si considera. Ciò sarebbe egualmente vero se la costituzione del mezzo variasse colla distanza dal centro, cioè se i parametri d'isotropìa A e B si sup-

ponessero funzioni di ρ, di guisa che il mezzo si çiliabile con mato di strati concentrici ed isotropi, con paramet.ıtraddizione variabili con continuità dall' uno strato all' altro.

Nel caso dei parametri costanti si ha, dall'integrazione dell' ultima equazione,

$$\phi = \mathrm{K}\,\rho^{-\eta}\ ,$$

dove K è una costante arbitraria ed η il già rammentato rapporto della contrazione trasversale alla dilatazione longitudinale. Ne risulta

$$\mathrm{V} = 4\sqrt{\frac{\pi \mathbf{E}\mathrm{K}}{\eta}}\ \rho^{-\frac{\eta}{2}},$$

dove $\mathbf{E}$ è il modulo d' elasticità. Riponendo r^2 al posto di ρ si conclude di quì che l' unica soluzione del problema è data da

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{M}}{r^{\eta}}\ , \qquad \phi = \frac{\eta}{16\pi \mathbf{E}}\mathrm{V}^2\ ,$$

dove M è una nuova costante.

La densità della distribuzione dotata di questo potenziale V è espressa da

$$\frac{\mathrm{M}\eta(1-\eta)}{4\pi r^{\eta+2}}\ .$$

Affinchè questa densità sia nulla bisogna che sia $\eta = 1$ e quindi

$$\mathrm{A} = 0, \qquad \mathbf{E} = 4\mathrm{B}.$$

Si ricade così sulla soluzione già trovata. Se invece si volesse che la detta densità risultasse *costante*, si giungerebbe a conclusioni ancora più incongrue. Dovendo infatti essere, perchè ciò avvenisse, $\eta = -2$, si avrebbe

$$5\mathrm{A} - 6\mathrm{B} = 0 \qquad \text{e quindi} \qquad \mathbf{E} = -2\mathrm{B},$$

cosicchè bisognerebbe ammettere o che il modulo d'elasticità del mezzo fosse negativo o che (3)c fosse negativo il potenziale d' elasticità

$$\Phi = \frac{-1}{2\mathbf{E}}\left(\frac{\Delta_1 \mathrm{V}}{8\pi}\right)^2 .$$

Vi è anche un altro caso nel quale il problema trattato in questa Memoria si può risolvere in modo diretto, benchè meno

e ponendo .e che nell'ipotesi particolarissima testè considerata.
a cui la distribuzione di masse, cui appartiene la funzione potenziale V, è simmetrica intorno ad un asse rettilineo, cosicchè V diventa funzione delle sole due coordinate che bastano a definire la posizione di un punto in un piano passante per l'asse di simmetrìa. In questo caso le sei equazioni di condizione (4) si riducono a quattro, due delle quali sono le derivate esatte d'una stessa equazione differenziale parziale di 2° ordine. Quest'equazione, combinata colla $\Delta_2 V = 0$, ammette di nuovo un integrale primo: e dalla forma di questo si deduce facilmente (giovandosi all'uopo dell'intervento della funzione *associata*) che, se si esclude la forma lineare e se quindi si pone $A = 0$, la sola forma possibile per V è quella rappresentata dall'equazione $(14)_b$, per un punto (x_0, y_0, z_0) situato sull'asse di simmetrìa.

In questo caso, che è stato il primo da me studiato, la forma $(14)_b$ si palesa come la sola ammissibile (escludendo sempre la lineare) in *ogni* spazio vuoto di masse potenzianti.

Nota. — Delle equazioni di condizione per le quantità $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$, che sono citate nel § 1, si dimostra ordinariamente la *necessità*, non già la *sufficienza*. Stimo perciò opportuno, stante l'importanza di queste equazioni rispetto allo scopo del presente lavoro, di aggiungere una deduzione delle medesime, la quale stabilisca chiaramente la proprietà loro di costituire le condizioni non solo necessarie, ma eziandio sufficienti, per l'esistenza delle tre componenti di spostamento u, v, w.

Si rammenti, dalla teoria generale delle deformazioni d'un mezzo continuo, che insieme colle citate componenti $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ intervengono altresì, con ufficio non meno essenziale, le tre quantità p, q, r definite dalle equazioni

$$(a) \quad \frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz} = 2p, \qquad \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx} = 2q, \qquad \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy} = 2r$$

e rappresentanti le *componenti di rotazione* della particella circostante al punto (x, y, z). Ora dal sistema delle nove equazioni che si ottengono combinando le sei equazioni (2) del § 1 colle

precedenti tre (a), si possono ricavare i valori di tutte le derivate prime delle tre componenti di spostamento u, v, w, e questi valori sono i seguenti:

$$(b)\quad\begin{cases} \dfrac{du}{dx}=\alpha\,, & \dfrac{du}{dy}=\dfrac{\nu}{2}-r, & \dfrac{du}{dz}=\dfrac{\mu}{2}+q, \\[2ex] \dfrac{dv}{dx}=\dfrac{\nu}{2}+r, & \dfrac{dv}{dy}=\beta\,, & \dfrac{dv}{dz}=\dfrac{\lambda}{2}-p, \\[2ex] \dfrac{dw}{dx}=\dfrac{\mu}{2}-q, & \dfrac{dw}{dy}=\dfrac{\lambda}{2}+p, & \dfrac{dw}{dz}=\gamma\,. \end{cases}$$

Consideriamo le prime tre di queste equazioni, che forniscono i valori delle derivate prime della funzione u. Affinchè, supposte *date* le quantità che entrano nei loro secondi membri, esista una funzione u soddisfacente a queste tre equazioni, è necessario e sufficiente che sieno soddisfatte tre note relazioni, le quali possono essere scritte come segue:

$$-\frac{dq}{dy}-\frac{dr}{dz}=\frac{1}{2}\left(\frac{d\mu}{dy}-\frac{d\nu}{dz}\right),\quad \frac{dq}{dx}=\frac{d\alpha}{dz}-\frac{1}{2}\frac{d\mu}{dx},\quad \frac{dr}{dx}=\frac{1}{2}\frac{d\nu}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}.$$

Da queste si deducono, colla permutazione ciclica, le due terne analoghe di condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza delle altre due funzioni v e w. Ma, eseguendo dapprima questa permutazione sulla sola prima delle tre precedenti condizioni, e sommando poscia membro a membro le tre equazioni così ottenute, si trova

$$\frac{dp}{dx}+\frac{dq}{dy}+\frac{dr}{dz}=0 \;\text{[1]}$$

talchè la prima delle dianzi trovate tre condizioni può scriversi più semplicemente così:

$$\frac{dp}{dx}=\frac{1}{2}\left(\frac{d\mu}{dy}-\frac{d\nu}{dz}\right).$$

Per tal modo si ottiene il seguente sistema di relazioni differenziali fra le nove funzioni $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu, p, q, r$:

1) Questa relazione notissima risulta già dalle formole di definizione (a): ma, per lo scopo attuale, era necessario far constare che essa è inclusa nelle nove condizioni d'integrabilità di cui qui è parola.

$$
(c)\quad\begin{cases}
\dfrac{dp}{dx}=\frac{1}{2}\left(\dfrac{d\mu}{dy}-\dfrac{d\nu}{dz}\right), & \dfrac{dp}{dy}=\frac{1}{2}\dfrac{d\lambda}{dy}-\dfrac{d\beta}{dz}, & \dfrac{dp}{dz}=\dfrac{d\gamma}{dy}-\frac{1}{2}\dfrac{d\lambda}{dz};\\[2ex]
\dfrac{dq}{dx}=\dfrac{d\alpha}{dz}-\frac{1}{2}\dfrac{d\mu}{dx}, & \dfrac{dq}{dy}=\frac{1}{2}\left(\dfrac{d\nu}{dz}-\dfrac{d\lambda}{dx}\right), & \dfrac{dq}{dz}=\frac{1}{2}\dfrac{d\mu}{dz}-\dfrac{d\gamma}{dx};\\[2ex]
\dfrac{dr}{dx}=\frac{1}{2}\dfrac{d\nu}{dx}-\dfrac{d\alpha}{dy}, & \dfrac{dr}{dy}=\dfrac{d\beta}{dx}-\frac{1}{2}\dfrac{d\nu}{dy}, & \dfrac{dr}{dz}=\frac{1}{2}\left(\dfrac{d\lambda}{dx}-\dfrac{d\mu}{dy}\right).
\end{cases}
$$

Questo sistema d'equazioni contiene le condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di tre funzioni u, v, w soddisfacenti alle nove condizioni (b), ossia alle sei equazioni (2) del § 1 ed alle tre equazioni (a) di questa Nota.

Ciò posto, consideriamo come *date* soltanto le *sei componenti di deformazione* $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$. Se esistono tre funzioni u, v, w soddisfacenti alle equazioni (2) del § 1, esistono certamente anche le tre funzioni p, q, r definite dalle equazioni (a) di questa Nota. Poichè dunque le derivate di queste tre ultime funzioni sono legate alle $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ dalle nove equazioni (c), bisogna che sieno soddisfatte le condizioni di integrabilità che risultano da queste ultime nove equazioni e che si riducono alle sei seguenti:

$$
(d)\quad\begin{cases}
\dfrac{d^2\beta}{dz^2}+\dfrac{d^2\gamma}{dy^2}=\dfrac{d^2\lambda}{dydz}, & 2\dfrac{d^2\alpha}{dydz}=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{d\mu}{dy}+\dfrac{d\nu}{dz}-\dfrac{d\lambda}{dx}\right),\\[2ex]
\dfrac{d^2\gamma}{dx^2}+\dfrac{d^2\alpha}{dz^2}=\dfrac{d^2\mu}{dzdx}, & 2\dfrac{d^2\beta}{dzdx}=\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{d\nu}{dz}+\dfrac{d\lambda}{dx}-\dfrac{d\mu}{dy}\right),\\[2ex]
\dfrac{d^2\alpha}{dy^2}+\dfrac{d^2\beta}{dx^2}=\dfrac{d^2\nu}{dxdy}, & 2\dfrac{d^2\gamma}{dxdy}=\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{d\lambda}{dx}+\dfrac{d\mu}{dy}-\dfrac{d\nu}{dz}\right),
\end{cases}
$$

le quali sono appunto quelle citate nel § 1. Quando queste condizioni sono soddisfatte, esistono indubbiamente tre funzioni p, q, r soddisfacenti alle nove equazioni (c); ma si è già veduto che se queste nove equazioni son soddisfatte da nove funzioni $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu, p, q, r$, esistono tre funzioni u, v, w soddisfacenti alle condizioni (2) del § 1 ed (a) della presente Nota: dunque le sei condizioni (d), evidentemente *necessarie* per l'esistenza di tre funzioni u, v, w soddisfacenti alle sole equazioni (2) del § 1, sono anche *sufficienti*.

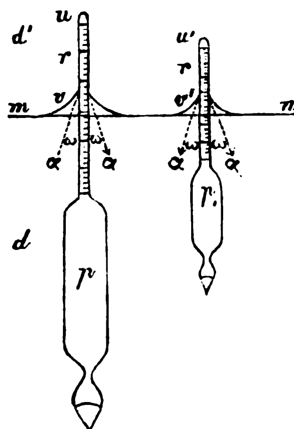


IL DOPPIO VOLUMETRO PER LA DETERMINAZIONE ESATTA DEI PESI SPECIFICI DEI LIQUIDI; DEL PROF. CARLO MARANGONI.

Sebbene i volumetri, i densimetri, ecc. sieno gli istrumenti più comodi nell'uso pratico, non si possono adoperare per la determinazione esatta dei pesi specifici perchè, in causa della capillarità, tale determinazione spesso rende illusoria la terza cifra decimale [1]).

Scopo della presente nota è di offrire un metodo per misurare i pesi specifici coi volumetri, col quale si eliminano naturalmente le influenze della capillarità.

In primo luogo stabiliamo la condizione generale di equilibrio di un solido galleggiante e bagnato dal liquido. Sia $m\,n$ (fig. 1) il livello del liquido, p il peso di un volumetro, v il volume della parte immersa nel liquido ed u il volume della parte che si trova nell'aria. Sieno d e d_1 i pesi specifici del liquido in ricerca e dell'aria rispetto all'acqua. Sia α la costante di capillarità (cioè la forza contrattile della superficie liquida che si esercita sulla lunghezza di un millimetro). Sia finalmente ω l'angolo di raccordamento del menisco concavo col cannello del volumetro.



Le forze che sollecitano l'istrumento a discendere sono: il peso del volumetro e la componente verticale della tensione superficiale, che agisce sul contorno del cannello di raggio r nella

1) E. Duclaux 1872. *Influence de la tension superficielle des liquides sur les mésures aréométriques.* Journal de Physique t. I., pag. 197.

direzione delle linee punteggiate (v. fig. 1); le due forze si possono quindi rappresentare con:

$$p + 2\pi r \alpha \cos \omega .$$

Le forze che sollecitano invece l'istrumento a salire sono le spinte verticali dei due fluidi, cioè:

$$-vd - ud_1$$

Il volumetro sarà quindi in equilibrio quando sarà sodisfatta l'equazione:

$$(1) \qquad p + 2\pi r \alpha \cos \omega = vd + ud_1 .$$

In quest'equazione sono tre incognite: α, ω e d; per conoscere d conviene eliminare α e ω.

Incominciamo a semplificare la formola (1). Siccome d_1 è $\frac{1}{771}$ della densità dell'acqua, e u è piccolo di fronte a v, si potrebbe trascurare l'ultimo termine; tanto più se si riflette che la graduazione degli areometri, venendo fatta nell'aria dietro la determinazione di due punti fissi, l'influenza della variabile spinta dell'aria pel variare del volume emerso u viene ad essere eliminata di per sè nella scala costruita empiricamente. Dunque possiamo sopprimere l'ultimo termine della formola (1) e scrivere

$$(2) \qquad p + 2\pi r \alpha \cos \omega = vd .$$

Questa formola conferma l'impossibilità di determinare esattamente il peso specifico dei liquidi col volumetro, perchè α e ω sono soggette a variare ad ogni più piccola circostanza [1]).

Orbene, si costruisca un secondo volumetro che abbia il cannello di raggio r uguale al primo e formato dello stesso vetro; ma che abbia un volume totale, e quindi un peso p_1 minore (fig. 1). Ponendo questo secondo volumetro a galleggiare insieme al primo nel medesimo recipiente, α e ω avranno lo stesso valore intorno ai due istrumenti, quindi si potranno scrivere le due equazioni:

$$(3) \qquad \begin{aligned} p + 2\pi r \alpha \cos \omega &= vd \\ p_1 + 2\pi r \alpha \cos \omega &= v_1 d \end{aligned}$$

1) Vedi un lavoro del prof. G. Roster nel giornale *Lo Sperimentale* 1870, pag. 265-269; e uno mio nella *Rivista scient. ind.* dell' Ing. G. Vimercati 1880, pag. 55 - 63.

e sottraendo:

$$p - p_1 = d(v - v_1)$$

da cui:

$$(4) \qquad d = \frac{p - p_1}{v - v_1}$$

Ecco ottenuta una formola semplicissima la quale ci dà il peso specifico di un liquido con due semplici letture fatte contemporaneamente sui due volumetri; di qui il titolo del metodo.

Il numeratore $p - p_1$ essendo costante per una data coppia di volumetri non resta a cercare che la differenza $v - v_1$.

Il pregio di questo metodo sta in ciò che si eliminano ad un tempo α ed ω. Per lo addietro si dava importanza solo al valore della costante α, perchè si riteneva che ω fosse zero pei liquidi che bagnano i solidi. Ma i molti e dotti lavori del Quincke [1]) hanno dimostrato che il valore di ω non è mai zero, ma che esercita una sensibile influenza sulle perturbazioni prodotte dalla capillarità, anche pei liquidi che bagnano i solidi.

Ora col doppio volumetro, essendo i cannelli identici, immersi nello stesso liquido, agitando avanti la superficie e facendo la lettura simultaneamente sulle due scale, si può ammettere che il fattore $\alpha \cos \omega$ sia fisicamente lo stesso pei due volumetri; che quindi la capillarità sia rigorosamente eliminata.

Alcune esperienze di confronto fra il mio metodo e quello della bilancia mi hanno dato dei buoni risultamenti. Tuttavia mi riserbo di ripetere un maggior numero di confronti e di pubblicarli insieme al metodo pratico per costruire opportunamente le scale del doppio volumetro. Le difficoltà che ho incontrate, avendomi dato molto a pensare, non posso riassumerle in questo breve cenno teorico.

Firenze, Agosto 1886.



1) G. Quincke. Vari articoli pubblicati nel *Nuovo Cimento* negli anni 1869 - 70.

SUL POTERE CONDUTTORE SUPERFICIALE DEL VETRO, DOVUTO ALLO STRATO DI UMIDITÀ, A TEMPERATURE DIFFERENTI; MEMORIA DEL DOTT. PIETRO CARDANI [1]).

I. SERIE			II. SERIE			III. SERIE		
T	I	D	T	I	D	T	I	D
27	70	360	27	59	355	28	45	102
31	55	360	28,5	54	346	30	40,5	55
32	52	360	30,2	49	323	34,5	31	43
33	49	338	31,7	45	252	36	29	37
34	46	295	33	42	159			
35	43	243	34,8	37	90			
36	42	210	36,2	34	56			
37,5	38	136	38	31	43			
40	34	77	40	28	38			
42	30	52						

A colpo d'occhio si vede che la conducibilità e quindi lo spessore del velo liquido non dipende esclusivamente dallo stato igrometrico: così per esempio collo stato igrometrico costante di 0,45, nella prima serie l'elettrometro deviò di 280 divisioni, nella seconda serie di 252 e nella terza serie di sole 102; ma nella prima serie l'aria era satura a 21° e nella terza a 15°,2. Il valore adunque della deviazione e quindi la conducibilità è massima nella serie in cui era più grande la quantità assoluta di vapor acqueo contenuto nell'aria e minima nella serie in cui tale quantità di vapor acqueo era più piccola.

Ho voluto modificare lo stato igrometrico anche facendo variare la quantità assoluta del vapor acqueo esistente nell'aria e mantenendo costante la temperatura del tubo: perciò nello stesso giorno, in cui ho fatto la terza serie, e appunto perchè l'aria era abbastanza secca, ho chiuso ermeticamente la stanza ed ho fatto evaporare dell'acqua posta in una capsula di porcellana.

Misurai successivamente lo stato igrometrico con un igrometro di Regnault posto vicinissimo al tubo sul quale sperimentava ed osservai ripetutamente l'elettrometro.

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 85.

I risultati ottenuti furono i seguenti:

Stato igrometrico	Deviazione
45	102
46	120
51	262
54	313
57	343
59	352
61	360

Riassumendo possiamo dire che la conducibilità superficiale del vetro e quindi lo spessore del velo liquido varia col variare dello stato igrometrico molto rapidamente ma ad *una data temperatura l' esser la conducibilità più o meno grande, e quindi l' esser lo spessore del velo di umidità maggiore o minore, dipende dalla quantità di vapor acqueo esistente nell' aria.*

Applicando queste conseguenze alla pratica possiamo dire che il vetro nell' inverno, in cui l' aria è satura a temperature molto basse, sarà isolante a temperature per le quali in estate, in cui l' aria si satura a temperature più elevate, non lo sarà affatto.

VI. Causa probabile della così detta « resistenza esteriore » osservata dal Gaugain in una qualità di vetro.

I tubi di vetro da me adoperati mi avevano dimostrato le identiche proprietà che Gaugain aveva osservato nei tubi sui quali sperimentava e per le quali proprietà egli aveva ammesso l' esistenza della *resistenza esteriore.*

I fatti principali citati dal Gaugain sono i seguenti:

1. La resistenza opposta da un tubo di vetro (di quella data qualità), era variabilissima da un tubo ad un altro ed *indipendente* dalla *lunghezza.*

II. Questa resistenza che non variava colla lunghezza, diminuiva invece col crescer della larghezza dell' elettrodo metallico che stabiliva il contatto col vetro.

Le condizioni sperimentali nelle quali ho ripetute tali esperienze erano molto migliori di quelle adoperate dal Gaugain, sia

perchè il contatto col vetro era stabilito con carta bibula imbevuta d'acqua, mentre il Gaugain adoperava direttamente fili metallici coi quali il contatto non poteva esser nè omogeneo nè completo, sia perchè una porzione del tubo da me adoperato era in un ambiente sempre secco e quindi tolta qualunque conducibilità superficiale.

In una giornata piuttosto secca, dopo aver fatto circolare nel tubo una corrente d'aria dell'ambiente, lo lasciai completamente isolato e sostenuto dal solo sostegno centrale di Mascart.

In queste condizioni posi l'elettrometro in comunicazione colla fascetta C e lo caricai colla pila. L'elettrometro teneva perfettamente la carica; indi stabilita la comunicazione di M col suolo, l'elettrometro cominciò a ritornare verso la posizione di riposo. Avendo rifatta l'esperienza, ma stabilendo invece la comunicazione col suolo della fascetta P od N, trovai che il tempo impiegato dall'elettrometro a scaricarsi era sensibilmente lo stesso: dunque la resistenza opposta dal vetro era indipendente dalla lunghezza del tubo.

Avendo avvolta tra P ed M una fascia molto estesa di carta bibula inumidita, ed avendo ripetuta l'esperienza, l'elettrometro si scaricava molto più rapidamente: risultato identico a quello ottenuto dal Gaugain e prima riferito.

Avendo però fatto circolare nell'interno del tubo una corrente di aria secca, tutti questi fenomeni non si verificavano più; ciò che dimostra che essi dipendevano, non *da una resistenza esteriore e dovuta alla facilità più o meno grande colla quale l'elettricità supera la superficie di separazione tra il conduttore ed il vetro,* ma dal velo di umidità esistente sulla parete interna del tubo.

Tutte le esperienze da me fatte mi hanno sempre dinotata la presenza di questo velo di umidità sulla superficie interna dei tubi di vetro, che solamente con molte cure era possibile di togliere; cosa del resto facile a comprendere, se si pensa che nell'interno dei tubi difficilmente l'aria si cambia, specialmente se i tubi sono lunghi e di piccolo diametro: cosicchè potrà darsi benissimo il caso che anche in giornate secche la parte interna dei tubi rimanga ricoperta di un velo di umidità abbastanza notevole.

Con questo strato interno conduttore si spiegano subito i fatti osservati dal Gaugain e da me pure verificati. Se un punto C del tubo di vetro è in comunicazione con un corpo elettrizzato, ed un altro punto M si fa comunicare col suolo, l' elettricità attraverserà in C il piccolo spessore del tubo per raggiungere lo strato conduttore interno e ripasserà attraverso il vetro in M per disperdersi al suolo. La maggiore resistenza sarà quella incontrata nel passare attraverso il vetro e tale resistenza sarà sensibilmente la stessa in qualunque posizione del tubo si stabilisca la comunicazione col suolo: sarà cioè indipendente dalla lunghezza del tubo. Così pure si comprende che la resistenza debba diminuire coll' aumentare della superficie di contatto del conduttore esterno col vetro, perchè così viene ad aumentarsi la porzione di tubo attraversata dall' elettricità.

Se il Gaugain avesse fatte le sue esperienze in tubi perfettamente disseccati, probabilmente tutti i fenomeni da lui descritti ed attribuiti alla resistenza esteriore non si sarebbero verificati.

Anche in queste esperienze ho potuto notare la grande rapidità colla quale si deposita il velo liquido sul vetro preventivamente disseccato con corrente di aria secca. Sembra adunque non vero quanto generalmente si crede che cioè sia utile mantenere gli apparecchi ed i supporti di vetro in ambienti secchi prima di adoperarli nelle esperienze di elettricità statica, che poi si eseguono in ambienti ordinari, giacchè pare che il velo di umidità si depositi quasi istantaneamente.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo
Agosto 1886.



SULLA MEMORIA « UEBER DIE ELECTRICITÄTSLEITUNG VON METALLPULVEN DEL D^r. *F. AUERBACH* »; OSSERVAZIONI DI T. CALZECCHI-ONESTI [1]).

Il Dottor Auerbach dell' Università di Breslavia ha preso a studiare, come io ho fatto già da qualche tempo [2]) la conduttività elettrica delle polveri metalliche; i suoi primi resultati sono raccolti in una memoria pubblicata ora negli *Annali di Wiedemann* e da me recata in italiano per il *Nuovo Cimento*. Nel detto lavoro l'illustre fisico tedesco, enunciando un mio teorema sperimentale, crede ch' esso sia in opposizione al concetto che si ha della conduttività elettrica, e trova nelle sue esperienze ragione per contradirlo. Ecco il teorema: « Data la capacità del cannellino vi ha una quantità determinata di limatura per la quale la corrente non passa, e che non può essere aumentata senza convertirla in un conduttore ». In qual modo questo resultato si opponga al concetto della conduttività elettrica io non so, tanto più se si riflette che ad esso io non annetteva un significato assoluto. E per verità io scriveva nelle note citate: « Finalmente è da notare che la produzione del fenomeno di cui ho fin qui parlato, date le dimensioni del cannellino contenente la limatura, può essere relativa all' intensità della corrente adoperata ». Quindi al concetto che tutti i corpi sono conduttori della corrente, soltanto in gradi molto diversi, quel resultato, a me pare, non si opponga menomamente. Sarà lavoro non inutile ricercare nella scala delle resistenze, fra l' argento ed il vetro, qual posto si debba assegnare, in condizioni ben determinate, alle polveri metalliche. La limatura, nel caso da me descritto, perde, per così dire, *metallicamente* la conduttività elettrica. Ma il mentovato fisico non mi concede neppur questo, assicurando che non vi ha una densità critica per la quale le limature metalliche cessano di condurre la corrente costante di una pila; *con qualunque densità esse conducano.*

Dopo che il ch. Prof. Felici mi ebbe gentilmente comunicato

1) *Ann. d. Phys. u. Chem. N. F.* XXVIII, 1886.
2) *Nuovo Cimento*, 3. serie, t. XVI, pag. 58, 1884, Tomo XVII pag. 38, 1885.

il lavoro del sig. Auerbach, io ho voluto ripetere le mie esperienze per vedere se da qualche ragione io fossi stato tratto in inganno; ed ora sono in grado di confermarle, se non per i numeri dati nella mia prima nota, dei quali non mi sono presentemente occupato, per il fatto della mancanza di conduttività nel senso ora detto. Le ho ripetute in due modi, o raccogliendo sopra una lastra di vetro la limatura caduta liberamente da uno staccio, o rinchiudendola in un tubetto cilindrico coibente al quale si può comunicare un movimento di rotazione. Anzi debbo aggiungere che nel caso della lastra di vetro si riesce molto difficilmente a comunicare la conduttività alla limatura che vi è sopra nel modo detto distribuita. Ho adoperato 4 elementi grandi a bicromato di potassa ed il galvanometro Wiedemann sensibilissimo non mi ha dato, nelle condizioni favorevoli, alcuna deviazione.

Se il sig. Auerbach non estendesse a tutte le limature il resultato ottenuto, io potrei credere che l'argento, di cui egli riferisce le crescenti ed enormi resistenze (da 468 unità Siemens a 72 700 000 000), in relazione alle densità, fosse da porre accanto al niccolo per il quale io trovai che la conduttività non iscompariva mai completamente; ma, poichè, per lui, il contegno elettrico di quel metallo è comune a tutti gli altri, io penso che la maniera, forse, di rinchiudere le polveri nei tubi, e la mancanza del movimento di rotazione abbiano potuto trarre in errore il fisico di Breslavia. La disposizione da me adottata è assai semplice e non può facilmente ingannare, e d'altra parte, l'avere il sig. Auerbach fatte misure di resistenza non lo ha posto, mi sembra, in condizioni di sensibilità migliori delle mie. Forse il diverso grado di finezza del granello può costituire una differenza di condizione tra le mie e le sue esperienze; uno studio microscopico delle limature, che io ho già incominciato per un altro riguardo [1]) mi porrà in grado di misurare la

1) Gustavo Wiedemann nella sua opera che ha per titolo: *Die Lehre von der Electricität* nel volume primo dice che si migliora la conduttività delle polveri metalliche facendo scoccare delle scintille fra le diverse particelle provocandone così la fusione delle estremità. Le esperienze fatte da me (*Beiblätter*, 1885, pag. 433) sono, io credo, in condizioni ben differenti, e l'acquistata o migliorata conduttività non pare possa attribuirsi a fusione di sorta. Lo studio microscopico che sto facendo è diretto a porre in chiaro la questione.

grandezza dalle particelle metalliche e fissare così un altro elemento del fenomeno.

Fermo, Settembre 1886.



SU LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELLE COMBINAZIONI DEL CARBONIO ALLO STATO LIQUIDO, ED IN ISPECIE SU LA CONDUCIBILITÀ DELLE COMBINAZIONI DEI RADICALI ACIDI CON GLI ALOGENI, DEI RODANATI, DELLE ESSENZE DI SENAPE, DEI NITRILI, DEI SOLFURI E DELLE COMBINAZIONI ORGANOMETALLICHE; NOTA TERZA DEL PROFESSOR ADOLFO BARTOLI.

I. Ho continuate le misure della conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio, con gli stessi metodi descritti nelle due comunicazioni precedenti [1]). Solo ho introdotte alcune modificazioni che brevemente accennerò. Alla pila di 400 elementi già descritta, ne ho aggiunta un' altra pure di 400 elementi rame-zinco perfettamente isolati ed a larga superficie, affine di diminuire gli effetti della polarizzazione durante la chiusura del circuito, il quale aveva sempre una resistenza grandissima di fronte a quella della pila. Gli elementi erano formati da bicchieri di vetro alti 25 centimetri col diametro di 4 centim. ed erano verniciati esternamente colla vernice coppale, la quale isola così bene come la gomma lacca e meno risente dall' azione dell' umido. Le lamine di rame e di zinco erano così grandi come il bicchiere lo permetteva [2]) e molto vicine fra loro; il liquido era acqua di fonte addizionata di cloruro di sodio e da una traccia di cloruro di zinco; per impedire l' evaporazione dell' acqua si versava sopra il liquido di ciascun elemento uno strato di pe-

1) Bartoli, *Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio - Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.* 3. S., vol. VIII, 1884, e vol. X., anno 1885. — Compara anche *Nuovo Cimento*, e *Gazzetta Chimica*, Anni 1884 e 1885.

2) Per impedire che le lamine di rame e di zinco si toccassero, pur mantenendole vicine, si era fissata in fondo di ciascheduna lamina di rame una sottile lista di legno di pino raccomandata al rame con un filo dello stesso metallo, che passava per una scanalatura assai profonda fatta nella striscia di pino.

trolio pesante il quale si mantenesse liquido anche l'inverno ed impedisse completamente l'evaporazione. Ho anche preparata una pila composta di 10 grandi elementi Latimer-Clarke i quali davano una forza elettromotrice costante, a cui si confrontava bene spesso, col metodo dell'elettrometro, la forza elettromotrice della mia pila a 800 elementi.

I voltametri sono stati in alcune esperienze, dei tubi di porcellana chiusi in fondo ed aperti in alto, i quali si potevano chiudere con tappo pure di porcellana traversato da due fili di platino che portavano gli elettrodi nell'interno del tubo. I liquidi (quando ciò era possibile) furono stillati entro una piccola storta di argento col condensatore di porcellana o di argento, e raccolti entro tubi di argento o di porcellana. Spero ben presto di poter operare nel vuoto con storte e serpentini di platino.

I galvanometri erano gli stessi descritti nelle memorie precedenti; stavano racchiusi entro cassette di legno internamente rivestite di ottone, aventi una piccola apertura, chiusa bene da un vetro da specchio (in corrispondenza dello specchietto). L'aria veniva serbata asciutta entro questi recipienti per mezzo di bicchieri ad acido solforico ed a potassa caustica. Ripeto che le sostanze da me studiate le acquistai principalmente dal Kahlbaum, che le distillai ripetutamente e le sottoposi ad un severo esame prima di adoperarle, e che molte altre mi furono gentilmente donate dai loro preparatori, che sono fra i più distinti chimici che conti l'Italia. Ad ogni modo *io studio i composti quali sono e non già quali dovrebbero essere*: io procuro che essi abbiano quel grado di purezza che si può pretendere nello stato attuale della scienza, ma non pretendo già che non si abbiano ad ottenere in seguito, col progresso delle teorie e dei processi di preparazione, dei prodotti assai più puri di quelli che si possono avere oggidì e non mi nascondo che nei composti organici, il tempo, e le variazioni di temperatura, possono da loro sole modificarne molto le proprietà. Vengo ora ai resultati ottenuti.

II. Ho studiata la conducibilità elettrica a diverse temperature del cloruro d'acetilo, del bromuro d'acetilo, dell'ioduro d'acetilo, del cloruro di cloracetilo, del cloruro di monobromacetilo, del cloruro di propionilo, del cloruro di butirrilo, del cloruro di valerilo, del cloruro di lattilo, del cloruro di succinilo,

del cloruro di benzoilo, del cloruro di ftalilo; tutti questi composti conducono bene e regolarmente, onde possiamo stabilire la regola seguente.

14ª *Conducono bene ed hanno una conducibilità crescente colla temperatura i cloruri, bromuri, joduri dei radicali acidi organici e così pure i loro derivati per sostituzione del cloro e del bromo all' idrogeno del radicale.*

III. Ho studiato la conducibilità elettrica del rodanato (o zolfocianato $N \equiv C - S - CH_3$) metilico, etilico, isopropilico, isobutilico, isoamilico, allilico ed ho trovato che conducono bene e regolarmente e così pure conducono bene e regolarmente l'essenza di senape metilica (o isosolfocianato metilico, o metilsolfocarbimmide, $CS = N - CH_3$) allo stato liquido, l'essenza di senape etilica, l'essenza di senape isobutilica, l'essenza di senape allilica, l'essenza di senape fenilica, onde si possono enunciare le regole seguenti:

15ª *Conducono bene ed hanno una conducibilità elettrica crescente colla temperatura i rodanati* $N \equiv C - S - X$ *dei radicali alcoolici.*

16ª *Conducono bene ed hanno una conducibilità elettrica crescente colla temperatura, le diverse essenze di senape (o isosolfocianati dei radicali alcoolici* $CS = N - X$).

IV. Ho pure studiata la conducibilità elettrica dell'acetonitrile, del propionitrile, del butirronitrile, del capronitrile, del benzonitrile, e tutti questi composti hanno dato certa prova di condurre bene e di condurre regolarmente; onde possiamo stabilire l'altra regola:

17ª *Conducono bene ed hanno una conducibilità crescente colla temperatura i nitrili* $X - C \equiv N$ [1]).

Anche il primo termine di questa serie, cioè il formonitrile (o acido cianidrico HCN) ben privo di acqua mi ha dato prova di buona conducibilità, ma per un accidente occorsomi nello sperimentare, non ho potuto determinare che la sola conducibilità alla temperatura di $+ 12^{\circ}$.

1) Rettifico qui un errore di stampa incorso nella mia prima comunicazione; *Sulla conducibilità delle combinazioni del carbonio*. Transunti della *R. Acc. dei Lincei* 1884. Nella regola 8ª si tolga la parola Cy.

V. Ho studiato la conducibilità elettrica a diverse temperature del solfuro etilico $(C_2H_5)_2S$, del solfuro propilico $(C_3H_7)_2S$, del solfuro isobutilico $(C_4H_9)_2S$, del solfuro isoamilico, del solfuro allilico etc. e in tutti questi composti ho trovata una conducibilità piccolissima, ma crescente colla temperatura: (la loro conducibilità era dell' ordine di grandezza dell' etere etilico che vien venduto come assoluto e purissimo dalle fabbriche di Germania, e può forse attribuirsi in parte alla difficoltà di ottenere ben puri tali composti). Lasciando dunque a ricerche ulteriori il provare se tali prodotti isolino quando siano assolutamente puri, possiamo intanto stabilire che:

18ª *Gli solfuri* X_2S *dei radicali alcolici presentano una conducibilità debolissima e debbono riguardarsi come semicoibenti,* lasciando ad ulteriori esperienze il decidere se siano affatto isolanti quando potrò averli assolutamente puri.

VI. Ho studiata la conducibilità elettrica dei composti seguenti: Piombo tetraetilo $Pb(C_2H_5)_4$, mercurio dietilo $Hg(C_2H_5)_2$, mercurio dimetilo $Hg(CH_3)_2$, mercurio difenilo $(C_6H_5)_2Hg$ (in soluzione nel benzolo), zinco bimetilo $Zn(CH_3)_2$, zinco bietilo $Zn(C_2H_5)_2$, stagno tetraetilo $Sn(C_2H_5)_4$, bismuto trietilo ed altri.

Tutti questi allo stato di purezza si son mostrati isolanti e solo alcuni campioni hanno dato traccie di conducibilità. La diversità di questi composti è tale che possiamo stabilire la seguente regola.

19ª *I composti organometallici allo stato liquido, ossia le combinazioni dei metalli coi radicali* C_nH_{2n+1}, *sono isolanti.*

VII. Le regole precedenti collegano la conducibilità elettrica con la struttura chimica del composto: un'altra regola che collega la conducibilità con un' altra proprietà fisica mi è risultata dall' esame della conducibilità di un grandissimo numero di liquidi. Essa può enunciarsi così:

20ª *I composti del carbonio che resi fluidi dal calore sono buoni conduttori e che col raffreddamento diventano molto viscosi, sono quelli la cui conducibilità cresce più rapidamente colla temperatura.*

Così per es. fra gli alcoli, quelli la cui conducibilità cresce più rapidamente con la temperatura, (entro gli stessi limiti di

temperatura) sono il glicol etilenico, i glicoli propilenici, e la glicerina. Mentre per l'alcol metilico la conducibilità cresce molto lentamente.

Questa regola 20ª è diversa ma parallela e consona alla 7ª che io enunciai nel 1884.

Tornerò sullo stesso argomento in una prossima comunicazione.

Firenze 1 Giugno 1886.



SULLA DIPENDENZA DELLA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DALLA TEMPERATURA NELLE SOLUZIONI DEGLI ALCOLI $C_n H_{2n+2}O$ NEI LIQUIDI POCO CONDUTTORI OD ISOLANTI; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

1. Fin dal principio dei miei studii sperimentali sulla conducibilità elettrica dei composti del carbonio ho esaminato le soluzioni dei composti conduttori nei liquidi isolanti e poco conduttori [1]). In seguito ho ripreso lo stesso studio avendo in mira di trovare se per tali soluzioni si verificasse una regola analoga a quella stabilita da altri per le soluzioni acquose molto diluite dei sali minerali.

Riserbandomi ad un'altra occasione il render conto dei resultati relativi alle conducibilità assolute di tali soluzioni dei composti del carbonio, mi limiterò per ora a dire che i rapporti di tali conducibilità stabiliti per tutte le soluzioni ad una medesima temperatura (a quella di $+15°$ per esempio) venivano fortemente alterati quando si misuravano ad una temperatura diversa. Mi accorsi ben presto che ciò dipendeva dal modo molto diverso col quale il calore cambiava la conducibilità delle diverse soluzioni. Difatti mentre in alcune soluzioni la conducibilità cresceva rapidamente colla temperatura, in altre ne restava quasi indipendente per un intervallo assai ampio, ed in altre decre-

1) Ricorderò che io stabilii fin dal 1884 (Regola 2a) che: *Se in un liquido coibente si scioglie una sostanza che allo stato liquido è conduttrice, la soluzione conduce.* Rendiconti della *R. Accademia dei Lincei* 1884, *Nuovo Cimento* e *Gazzetta Chimica* Anni 1884 e 1885.

sceva rapidamente col crescere della temperatura stessa. L'esposizione di tali fenomeni forma l'oggetto della presente comunicazione. I metodi di esperimento sono stati gli stessi descritti nelle mie memorie (Sulla conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio).

II. I liquidi impiegati in queste ricerche come solventi, sono stati principalmenle benzolo C_6H_6, xilene C_8H_{10}, cumene C_9H_{12}, toluene C_7H_8, timene $C_{10}H_{16}$, carvene $C_{10}H_{16}$, essenza di trementina $C_{10}H_{16}$, cloroformio $CHCl_3$, cloruro amilico $C_5H_{11}Cl$ bromuro amilico $C_5H_{11}Br$, solfuro di carbonio CS_2 acetato etilico, valerianato metilico, butirrato etilico, butirrato propilico, butirrato isobutilico, isobutirrato isobutilico, butirrato amilico, valerato amilico, benzoato etilico, fenetolo, anisolo, olio d'oliva di Toscana ecc. ecc.

I composti scioltivi sono stati: acido formico, acido acetico, acido propionico, acido isobutirrico, acido butirrico, acido valerianico, acido capronico, acido caprilico; alcol metilico, alcol etilico, alcol propilico, alcol isopropilico, alcol isobutilico, alcol amilico, alcol ottilico, alcol cetilico, alcol caprilico, alcol allilico, dimetiletil carbinolo, trimetil carbinolo, fenolo, cresolo, alcol cinnamilico, alcol benzilico; anidride acetica, anidride propionica, acetone, aldeide, paraldeide, benzaldeide, benzonitrile, acetonitrile, nitrobenzolo, nitrotoluene, nitroxilene (meta) metilrodanato, anilina, xilidina, toluidina (orto); chinolina, lepidina, picolina, pirrolo, ec. cc. [1]).

III. La maggior parte di queste soluzioni presenta una conducibilità elettrica crescente colla temperatura, qualunque sia la proporzione fra il solvente e il soluto: Così per es. si comportano tutte le soluzioni degli acidi sopraindicati; scelgo ad esempio l'acido formico e l'acido acetico [2]).

1) Questi prodotti furono acquistati principalmente dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino; altri dalla casa Trommsdorff di Erfurt ed alcuni dalla casa E. Merck di Darmstadt, e da altre case principali: furono da me distillati ecc. prima d'impiegarli: altri mi furono gentilmente favoriti da molti distinti chimici italiani ai quali rinnuovo i più vivi ringraziamenti.

2) Fo notare, una volta per sempre, che le conducibilità inscritte in ciascuna tavola sono relative e non assolute, e che per passare dai numeri di una tavola a quelli di un'altra il coefficiente è in generale assai diverso dalla *unità*.

TAVOLA I.

Etilbutirrato parti 10: Acido formico assoluto parti 1. (in peso)

Temperature	Conducibilità relative
+ 94° C	222
82	200
68	182
53	158
37	135
22	122
7	109

TAVOLA II.

Etilbutirrato parti 10: Acido acetico assoluto parti 1. (in peso)

Temperature	Conducibilità relative
+ 101°	132
74	100
57	83
45	73
38	66
24	49
8	30

TAVOLA III.

Benzolo C_6H_6 *parti 10: Anilina parti 1.*

Temperature	Conducibilità relative
+ 80°	130
70	90
65	83
47	37
40	23
23	10
7	4,2

Come le soluzioni precedenti si comportano le soluzioni nei solventi sopraindicati, dei composti seguenti (qualunque sia la proporzione dei componenti la soluzione):

Acido formico, acido acetico assoluto, acido propionico, acido

butirrico, acido isobutirrico, acido valerianico, acido capronico, acido caprilico, alcol ottilico, alcol caprilico, alcol cetilico, alcol allilico, dimetiletil carbinolo, trimetil carbinolo, alcol benzilico, alcol cinnamilico, fenolo, cresolo, anidride acetica, acetone, paraldeide, benzaldeide, benzonitrile, acetonitrile, nitrobenzolo, nitrotoluene, nitroxilene (meta), metilrodanato, anilina [1]), xilidina, ortotoluidina, chinolina, lepidina, picolina, pirrolo, ecc.

Si può stabilire come regola generale che se le *soluzioni povere, di un composto del carbonio conduttore, la cui conducibilità cresca colla temperatura, in un liquido isolante o poco conduttore presentano una conducibilità crescente colla temperatura, anche le soluzioni più ricche si comportano ugualmente.*

Ho messa la restrizione che il corpo conduttore presenti una conducibilità crescente colla temperatura: altrimenti può avvenire il contrario: così per esempio le soluzioni di dietilammina negli idrocarburi, anche essendo assai ricche in dietilammina, presentano una conducibilità decrescente col crescere della temperatura [2]).

IV. Invece le soluzioni degli alcoli *metilico, etilico, propilico, isopropilico, butilico, isobutilico, allilico,* presentano una conducibilità decrescente col crescer della temperatura, qualunque sia la natura del solvente e la proporzione della massa dell'alcole a quella del solvente (purchè però la proporzione dell'alcole non ecceda un certo valore, oltre il quale, arricchendola ancora di alcole, la conducibilità torna ad esser crescente colla temperatura).

Proverò con esempi ciascheduna di queste proposizioni.

V. Le tavole seguenti mostrano quali siano gli alcoli che presentano il fenomeno sopra accennato.

1) Però l'anilina sciolta nel solfuro di carbonio, ha una conducibilità decrescente colla temperatura: con gli altri solventi sopra indicati la conducibilità cresce regolarmente colle temperature anche per le soluzioni di anilina.

2) Compara Bartoli, *Sulla dipendenza della conducibilità elettrica della dietilammina della temperatura:* Rendiconti della *R. Accademia dei Lincei*, anno 1885; *Nuovo Cimento* e *Gazzetta Chimica* 1885. Vedi pure nell'Orosi, Firenze 1886 la mia nota *Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni di dietilammina.*

TAVOLA IV.

Alcol metilico parti 10 : Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 52°	1820
43	2004
38	2126
27	2351
18	2503
9	2632

TAVOLA V.

Alcole etilico parti 10 : Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 69°	180
54	220
21	231
17	246
9	260

TAVOLA VI.

Alcole isopropilico parti 20 : Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 67°	10
52	15
30	20
15	35

TAVOLA VII.

Alcol propilico normale parti 10 : Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 73°	70
54	77
17	117
8	138

Tavola VIII.

Alcol butilico normale parti 12: Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 65°	37
50	46
32	58
17	76
8	98

Tavola IX.

Alcol isobutilico parti 18: Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 70°	29
55	35
43	43
37	48
21	58
17	67
8	91

Tavola X.

Alcol amilico parti 20: Benzolo parti 100 [1]).

Temperature	Conducibilità relative
+ 70°	184
50	176
35	167
15	159

Tavola XI.

Alcol allilico parti 15: Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative
+ 68°	96
58	102
49	108
40	113
15	128

1) Si vede che questa soluzione di alcol amilico ha una conducibilità quasi indipendente dalla temperatura.

Invece le soluzioni del trimetilcarbinolo, del dimetiletilcarbinolo, dell'alcol caprilico, dell'alcol ottilico, dell'alcol cetilico e così pure quelle dei fenoli presentano sempre (come ho detto più sopra) una conducibilità crescente col crescere della temperatura.

VI. Le tavole seguenti provano che la natura del solvente, non influisce in generale sul fenomeno.

TAVOLA XII.

Alcol propilico normale parti 20: Xilene parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 93°	50
78	65
60	80
48	100
35	122
27	141

TAVOLA XIII.

Alcol propilico normale parti 25: Cumene parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 103°	165
98	170
90	179
64	220
51	250
37	280
32	298

TAVOLA XIV.

Alcol propilico normale parti 10: Timene parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 106°	70
80	150
57	205
40	231
33	282
23	335

TAVOLA XV.

Alcol propilico normale parti 30: Toluene parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 93°	140
80	180
56	280
40	390
32	481
22	590

TAVOLA XVI.

Alcol propilico normale parti 20: Carvene parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 115°	21
80	28
30	40
15	56

TAVOLA XVII.

Alcol propilico normale parti 10: Ess. di trementina parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative
+ 107°	11,0
60	15,5
45	19,5
32	23,5
23	28,5

TAVOLA XVIII.

Alcol propilico normale parti 10: Cloroformio parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 65°	143
57	155
47	167
33	175
25	184

TAVOLA XIX.

Alcol propilico normale parti 20: Solfuro di carbonio parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 49°	83
41	99
35	107
25	125
20	140

TAVOLA XX.

Alcol propilico normale parti 20: Cloruro d'amilo parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 79°	230
63	281
29	313
17	350

TAVOLA XXI.

Alcol propilico normale parti 50: Bromuro d'amilo parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 95°	820
65	882
30	940
20	1065

TAVOLA XXII.

Alcol propilico normale parti 10: Etilbutirrato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 102°	270
82	305
47	341
30	360

TAVOLA XXIII.

Alcol propilico normale parti 10: Isobutilisobutirrato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 103°	69
90	78
58	107
20	132

TAVOLA XXIV.

Alcol propilico normale parti 10: Amilbutirrato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 97°	40
83	48
42	64
17	77

TAVOLA XXV.

Alcol propilico normale parti 10: Etilbenzoato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 127°	124
103	144
84	156
47	147
32	149

TAVOLA XXVI.

Alcol propilico normale parti 10: Anisolo parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 105°	33
74	39
57	43
41	48
21	68

VII. Le tavole seguenti insegnano che le soluzioni di quelli alcoli le quali mostrano il fenomeno della conducibilità decrescente col crescere della temperatura quando la proporzione fra

l'alcole e il solvente è piccola, presentano invece un andamento regolare quando la soluzione dello stesso alcol diviene sufficientemente ricca.

Seguono senz' altro le tavole

TAVOLA XXVII.

Alcol etilico parti 1: Etilacetato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 76°	205
74	200
51	170
36	161
30	155
26	140

TAVOLA XXVIII.

Alcol etilico parti 25: Etilacetato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 78°	4800
67	5206
49	5703
31	6006
20	6238

TAVOLA XXIX.

Alcol etilico parti 50: Etilacetato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 83°	15030
60	15660
38	15980
22	16097

TAVOLA XXX.

Alcol etilico parti 100: Etilacetato parti 100.

Temperature.	Conducibilità relative.
+ 77°	44016
58	43068
35	39130
17	35010
4	31280

VIII. *Conclusioni.* Riassumerò brevemente quanto ho esposto in questa nota preventiva.

Mentre le soluzioni della maggior parte dei composti del carbonio nei liquidi isolanti o poco conduttori godono di una conducibilità crescente (più o meno rapidamente) colla temperatura, invece le soluzioni dell'alcol metilico, dell'alcol etilico, dell'alcol propilico, dell'alcol isopropilico, dell'alcol butilico, dell'alcol isobutilico, dell'alcol amilico e dell'alcol allilico presentano una conducibilità la quale decresce oppure resta invariata col crescere della temperatura, qualunque sia la natura del liquido isolante (o poco conduttore) nel quale vien fatta la soluzione e qualunque sia la proporzione fra l'alcol impiegato ed il solvente; purchè questa proporzione non superi un certo valore oltrepassato il quale (vale a dire per soluzioni ancor più ricche di alcol) la conducibilità può incominciare a crescere col crescere della temperatura. Segue anche che le belle regole trovate dal chiarissimo Boüty per le soluzioni saline diluite, non trovano riscontro nelle soluzioni dei composti conduttori del carbonio nei liquidi isolanti.

Firenze, 1° maggio 1886.



LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA AL PUNTO CRITICO; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

I. Credo che sin qui non sia stata misurata la conducibilità di alcun composto in vicinanza del punto critico, e tale studio presenta molto interesse. Io accennerò qui di volo ad alcune esperienze che ho fatte in proposito, riserbandomi ad altra occasione il darne più diffusa notizia.

II. Ho sperimentato principalmente sul benzolo C_6H_6 e sull'alcol metilico CH_4O nonchè sull'ossido etilico $C_4H_{10}O$.

Per tali esperienze ho fatto costruire al Müller (successore del dott. Geissler) a Bonn, molti tubi della stessa qualità di vetro, aventi 5 millimetri di diametro interno con le pareti spesse

7 millimetri, ed alti poco più di 200 millimetri: a un quarto dell'altezza del tubo, a partire dal fondo, essi erano traversati da due elettrodi filiformi di platino distanti fra loro un centimetro. Nei tubi previamente ben lavati e ben dissecati ho introdotto il liquido fino a conveniente altezza e poi ho sigillato alla lampada l'estremità superiore, avendo avuto cura di lasciarvi una debole tensione di biossido di carbonio. Questi tubi si disponevano verticali e in modo da essere completamente immersi in un bagno di petrolio [1]) bollente ad alta temperatura ed affatto privo di colore e quasi completamente coibente anche a caldo. Il petrolio era contenuto in un grande bicchiere di Germania nel quale era immerso un agitatore (che si muoveva a distanza per mezzo di un filo e di una carrucola) ed un buon termometro in vetro verde: il riscaldamento si faceva a bagno di grafite, ed il bicchiere era protetto lateralmente dall'agitazione dell'aria da un cannone di ferro verticale munito di due fenditure (praticate secondo due generatrici opposte del cilindro). La lettura del termometro e l'osservazione del livello del liquido, si faceva a distanza con buoni cannocchiali. Nel bagno a petrolio era pure un altro tubo di vetro perfettamente uguale a quello descritto; questo era pure chiuso alla lampada, ma conteneva soltanto aria secca, e serviva per determinare la conducibilità del vetro della quale bisognava tener esatto conto, specialmente a temperature un po' elevate, per misurare la conducibilità elettrica dei liquidi poco conduttori, poichè questa conducibilità del vetro a temperature un po' alte era alcune volte più grande della conducibilità dei liquidi poco conduttori e isolanti. La correzione da farsi per la conducibilità del petrolio in cui erano immersi gli elettrodi era molto piccola se crescente colla temperatura: anche di questa era tenuto conto. I metodi per la misura delle conducibilità sono quelli stessi da me indicati nelle mie memorie *sulla conducibilità delle combinazioni del carbonio*, Rendiconti della *R. Acc. dei Lincei* e *Nuovo Cimento* e *Gazzetta Chimica*, anni 1884, 1885 e 1886 e però mi risparmio di ridescriverli e vengo senz'altro ai resultati.

1) Mi son servito dei residui delle distillazioni dei petrolii che servirono anni sono al prof. Stracciati ed a me per istudiare le proprietà fisiche degli idrocarburi $C_n H_{2n+2}$. Vedi *Atti della R. Acc. dei Lincei*, anno 1884.

III. Il benzolo purissimo C_6H_6 (ricavato dall' acido benzoico, e avente il punto di fusione + 6° e quello di ebullizione a + 80°,2) si mostra quasi perfettamente isolante fino al punto critico (come io aveva già constatato altra volta, vedi Bartoli, *Sulla elettrolisi dell' acqua e delle soluzioni di acido borico.* - *Gazzetta Chimica,* t. XIII, Gennaio 1883) e così pure continua ad isolare al di sopra del punto critico. Però a causa della conducibilità che acquista il vetro a temperature un po' elevate, resta un po' d' incertezza se per le elevate temperature possegga una debolissima conducibilità, la quale non potrebbe essere che piccolissima e dell' ordine di grandezza degli errori che si commettono nel fare la correzione per la conducibilità del vetro, e però milioni di volte più debole di quella dell' acqua stillata più pura.

L' alcol metilico era stato ottenuto dalla decomposizione per mezzo della potassa, dell' ossalato metilico purissimo ripetutamente cristallizzato, e poi distillato e raccolto per mezzo di condensatore d' argento in boccette di porcellana fino al momento dell' esperienza.

L' alcol metilico ha una buona conducibilità, e questa conducibilità cresce colla temperatura fino al punto critico: oltrepassato il quale cessa ogni conducibilità ed il gaz che si trova racchiuso nel tubo si mostra isolante al pari del benzolo liquido. Non mi nascondo però, che una traccia di conducibilità (la cui grandezza dipende dall' errore inevitabile nella correzione per la conducibilità del vetro ad alta temperatura) avrebbe potuto sfuggirmi; ma tale conducibilità al di sopra del punto critico (dato che esistesse) non potrebbe essere che milioni di volte più piccola di quella dell' acqua stillata la meglio purificata [1]).

L' ossido etilico ben puro (acquistato dal Kahlbaum alla densità 0,720 a + 15°) e poscia distillato sul sodio in una corrente d' idrogeno, si dimostrò cattivissimo conduttore, anzi quasi isolante, fino al punto critico e mostrò di essere affatto coibente appena al di sopra di questa temperatura.

1) Dopo il raffreddamento ho trovato nell' alcol metilico una conducibilità assai maggiore di quella che possedeva avanti il primo riscaldamento: il fatto è certamente dovuto a traccie di sostanze minerali che esso ha disciolte dal vetro, specialmente ad elevata temperatura.

In questa comunicazione, mi limito a queste poche notizie: debbo aggiungere che le esperienze sopra descritte hanno richiesto un gran tempo ed invero una pazienza a tutta prova, per le difficoltà molte di avere i tubi e di portarli salvi a fine di una esperienza, una gran parte rompendosi col riscaldamento, a causa delle saldature degli elettrodi di platino. Ora faccio di tutto per ottenere dei tubi analoghi ai precedenti ma di vetro il meno fusibile, o rivestiti internamente di una veste quarzosa: se riuscirò in questa difficilissima impresa, oltre ad aver reso il vetro molto meno conduttore, eviterò gli aumenti permanenti di conducibilità nel liquido, dovuti all'azione dissolvente di questo sul vetro fusibile ordinario.

Gabinetto di Fisica dell'Istituto Tecnico Provinciale di Firenze.
1° Giugno 1886.



ANCORA INTORNO AD UNA RELAZIONE FRA IL PUNTO CRITICO E IL PUNTO DI EBULLIZIONE DATA DAL SIGNOR *NADEJDINE* E DAL SIGNOR *PAWLESKI*; NOTA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

In una nota pubblicata nel *Nuovo Cimento* e nella *Gazzetta Chimica Italiana* del 1884 presi in esame la proposizione formulata dai sigg. Nadejdine e Pawleski, secondo la quale *la differenza fra la temperatura critica e il punto ordinario di ebullizione sarebbe costante pei composti omologhi* e provai che questa deve riguardarsi come una regola empirica e casuale, che tutt'al più può valere in certi casi come una prima approssimazione.

Per provare il mio asserto facevo osservare che se la proposizione dei sigg. Nadejdine e Pawleski costituisse *una legge fisica*, essa avrebbe dovuto valere per punti di ebullizione corrispondenti ad una pressione qualunque (e non già alla sola pressione di 760 mm.) il che conduceva necessariamente alla cosidetta *legge di Dalton* (almeno pei composti omologhi) della quale il Regnault ha da ben lungo tempo provata l'inesattezza.

Inoltre io calcolai (fondandomi sulle determinazioni del Regnault, del Naccari e dello Schumann) i punti di ebullizione di alcuni composti omologhi (come gli eteri $C_n H_{2n} O_2$) corrispondenti alle pressioni di 60 e di 1260 millimetri, e da questi calcoli risultò l'insussistenza della proposizione dei sigg. Nadejdine e Pawleski.

Mi piace ora di rilevare che i chiarissimi sigg. Vincent e Chappuis in una loro bella memoria pubblicata nel fascicolo di Febbraio 1886 del *Journal de Physique*, trovano per la serie di composti acido cloridrico, cloruro di metilo, cloruro di etilo, e così pure per l'altra serie ammoniaca, monometilammina, dimetilammina, trimetilammina, che le differenze fra la temperatura critica e la temperatura ordinaria di ebullizione non restano costanti, ma anzi rapidamente crescono nella prima, mentre nella seconda serie vanno decrescendo. Essi concludono così:

« Il sig. Nadejdine aveva osservato che le temperature critiche dei composti omologhi differiscono di quantità costanti dalle loro temperature di ebullizione. Il sig. Pawleski ha eretto a *legge fisica* questa osservazione. I numeri da noi trovati dimostrano che si tratta, *tutto al più*, di una osservazione analoga a quella che di solito vien fatta (nei trattati di chimica) a proposito delle temperature di ebullizione dei composti omologhi, ma però con irregolarità più numerose e più considerevoli ».

Son lieto pertanto di vedere come le esperienze e le conclusioni dei sigg. Vincent e Chappuis confermino pienamente quanto io aveva già precedentemente osservato a proposito della regola dei sigg. Nadejdine e Pawleski.

Firenze, 1° Giugno 1886.



NECESSITÀ DEL CONDENSATORE PER DIMOSTRARE LA ELETTRICITÀ CHE SI SVOLGE CON LA LIQUEFAZIONE DEL VAPORE ACQUEO PER ABBASSAMENTO DI TEMPERATURA; NOTA DI L. PALMIERI.

Allorchè rivolsi i miei studi all'elettricità atmosferica, stimai necessario cominciare dal rivedere sperimentalmente tutto quello che erasi fatto per lo innanzi, dal cervo volante a' conduttori francliniani terminati a punte, a fiamma o a moccoli accesi, e da questi ai fili metallici tesi del Beccaria ed all'elettrometro mobile di Peltier. Scoprii i fenomeni della vena liquida ascendente o discendente e quelli che ho chiamato poi di avvicinamento e di allontanamento, e dopo mi misi all'opera per un miglior metodo di osservare e per uno strumento misuratore delle tensioni elettriche indotte dall'atmosfera, capace di dare misure comparabili e corrette dagli errori delle dispersioni. Conseguito questo scopo mi diedi a fare osservazioni assidue di meteorologia elettrica, le quali mostrarono che l'elettricità atmosferica si appalesa più intensa col rapido incremento dell'umidità, relativa. con la genesi delle caligini e delle nebbie, ma che cresce a dismisura con la caduta di pioggie anche leggiere e tranquille, della grandine o della neve.

È bello il vedere come mentre la elettricità dell'aria dà indicazioni comprese nei limiti ordinari, se sull'orizzonte, ad una conveniente distanza, una pioggia si appalesa, le tensioni di botto divengono fortissime da non potersi per lo più misurare, e questi esaltamenti cominciano con la pioggia, durano con essa e con essa spariscono. Non tardai a scoprire una legge semplicissima di queste manifestazioni elettriche, verificata poscia da Adolfo Quetelet e da altri, ma che molti ancora ignorano.

Le osservazioni che ho potuto fare, e per molti anni, entro le nubi che spesso investono l'Osservatorio vesuviano, mi hanno ad evidenza dimostrato, che quando queste sono in via di condensamento mostrano elettricità, e non arrecano invece variazione se sono in via di risoluzione. I massimi di sera sono molto forti quando si formano copiose rugiade e poco elevati quando ad onta del cielo sereno e dell'aria tranquilla queste siano scarse

o nulle. I globi di fumo che si elevano dalle bocche di eruzione del Vesuvio pel condensamento del vapore acqueo che vien fuori dalle medesime, danno forti tensioni di elettricità positiva.

Se con un cielo limpido e sereno notiamo tensioni molto elevate, prevediamo con sicurezza la prossima apparizione delle nubi; nell'inverno il presagio si avvera nelle 24 ore e nella state tra due o tre giorni.

Le nubi in via di condensamento svolgono elettricità, ma se sono in via di risoluzione avrete a cielo nuvoloso meno che a ciel sereno, siccome avea notato il Quetelet.

Tutti questi fatti migliaia di volte verificati, dimostrano ad evidenza che col condensamento de' vapori nell'aria si ha manifestazione di elettricità. Ciò non pertanto nel 1862, dopo 12 anni di osservazioni, volli tentare un esperimento il quale rifermò quello che da ripetute e pazienti osservazioni era troppo chiaramente dimostrato.

Quella esperienza da molti ignorata, non fu per quanto mi sappia, da alcuno ripetuta.

Solo in quest' ultimi tempi il Kalischer, ignaro forse dei miei lavori, volle tentare un esperimento da lui immaginato, servendosi di mezzi del tutto diversi, e senza interpretare il significato delle deviazioni dell' indice dell' elettrometro che pur si muoveva, stimò poter conchiudere che col condensamento del vapor acqueo non si ha svolgimento di elettricità. Non posi tempo in mezzo a ripetere l' esperienza del fisico alemanno anche innanzi al Prof. Govi, e mi avvidi che l'apparecchio del Kalischer era una vera sorgente di elettricità negativa e quindi incapace a mostrare la poca elettricità positiva derivante dalla risoluzione dei vapori in acqua.

Volli intanto vedere se l' apparecchio del Kalischer opportunamente modificato e renduto più semplice, potesse dimostrare la verità del mio assunto. E innanzi tutto stimai necessario l'uso di un delicato condensatore il quale accumulando le aure di elettricità che lentamente si svolgono mentre i vapori dell' ambiente per opera del freddo si van condensando, potesse mostrarle nella loro somma in modo sensibile. Unii al condensatore l'elettroscopio di Bohnenberger da me perfezionato, e non giudicai opportuno avvalermi dell' elettrometro del Thomson il quale in

fondo è un Bohnenberger complicato. A me non occorrevano misure ma semplici indicazioni elettriche con la loro natura, e quindi bramava evitare complicazioni e quella certa ipersensibilità che spesso confina con la pazzia.

Una coppa di platino di circa 12 centimetri di diametro accuratamente isolata, fu mercè un filo dello stesso metallo messa in comunicazione col piattello inferiore del condensatore a piattelli bene indorati unito al mio Bohnenberger, e fatte le prove; non ebbi nulla; empita la coppa di acqua alla temperatura della stanza e ripetuta la prova, la foglia d'oro rimase immobile. Presi allora la nostra neve (non il ghiaccio) la quale, come si sa, facilmente si disgrega, e messala in una pezzuola, con un pugno la ridussi in frantumi; allora presala con le mani la misi nella coppa già vuotata dell'acqua antecedente e fatta tosto una prima prova non ebbi nulla, ma tenuto per qualche tempo il piattello superiore in comunicazione col suolo fino a che la superficie esterna della coppa si mostrò bene irrorata, tolte le comunicazioni ed alzato il piattello superiore, la foglia accennò ad evidente elettricità positiva. Ripetendo più volte l'esperienza si vedevano le deviazioni della foglia d'oro gradatamente scemare e finalmente sparire, perchè l'isolatore anche esso s'irrorava e spesso era bagnato dall'acqua che scorreva dalle pareti esterne della coppa.

Avendo voluto altri ripetere questa esperienza tanto semplice e concludente, sarebbe stato giusto che si fosse almeno cominciato dal fare uso dello stesso apparecchio da me indicato per non incorrere in equivoci come intervenne al Kalischer. Essendo io autore di un elettrometro che credo capace di dare misure comparabili e corrette dagli errori delle dispersioni, la critica di altri apparecchi potrebbe credersi dettata dal soverchio amore per le cose proprie. Io perciò mi limito a desiderare che la mia esperienza sia esattamente ripetuta e poi si discuta, se si crede, intorno al suo significato. Insisto sempre sulla necessità del condensatore usato nel modo descritto. A dileguare il sospetto, non so con quanta ragione messo innanzi, che la neve stritolandosi si fosse elettrizzata, basterà ricordarsi che la elettricità non si mostra prima dell'irroramento delle pareti esterne della coppa, che la neve era sul tavolo in perfetto stato di fu-

sione per la elevata temperatura dell' ambiente, essendo la stagione molto calda, la quale stimo che sia la più opportuna per simili indagini e da ultimo che la neve dalla pezzuola bagnata passò nella coppa senza dare alcun indizio di elettricità.

Nel 1862 io tentai con pieno successo anche l' esperienza inversa, dimostrando la elettricità negativa dell'acqua che si risolve in vapore; questa esperienza alquanto delicata non fu ripetuta da alcuno, ed il Gerland concedendomi la elettricità del condensamento crede che quella dell'evaporazione si opporrebbe al principio della conservazione dell' energia. Per la qual cosa io volli prima di tutto con nuove sperienze diversamente istituite assicurarmi del fatto e poscia dimostrai che il medesimo non solo non si oppone al principio della conservazione dell' energia, ma n' è una conseguenza legittima

L' ultima esperienza semplice, evidente, e, come la disse Govi, elegante, per la rapidità con cui il vapore si svolge non ha bisogno del condensatore, il che conferma come questo sia indispensabile allorchè il vapore per raffreddamento lentamente si condensa.

Del resto una volta era solo a sostenere e quasi tutti a dubitare, ora poi posso esser lieto che molti sono pienamente convinti. *Il est recconnu* scrive un eminente professore dell' Università di Ginevra, *que toute condensation est accompagnée d' un dégagement d' electricité ec.* Il prof. Edlund di Stocolma dichiara che *le passage de la vapeur à l' eau produit condensation excessivement puissant d' életricité.*

Conchiudo pregando coloro che bramano verificare i fatti da me osservati di cominciare dal ripetere esattamente le mie recenti sperienze tanto semplici, prima di affidarsi ad apparecchi equivoci e complicati. A me basta anche una sensibilità minore con sicurezza maggiore. — Non posso prestar fede ai risultamenti negativi qualora siansi fatte le prove senza l' uso di un condensatore unito al Bohnenberger da me perfezionato.



RIVISTA

SUNTI di A. STEFANINI.

Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied. XXVI. 1885.

10. — F. Kohlrausch. *Sulla conducibilità elettrica di alcuni elettroliti in soluzioni acquee molto diluite.* — Sono esposti in questa memoria i resultati di un lungo studio fatto sulla conducibilità di alcuni sali, specialmente clorurì, nitrati, solfati e carbonati a base di K, NH_4, Na, Li, Ba, Mg, Zn, Cu, Ag, e su quella di alcuni acidi ed alcali in soluzioni acquose portate fino all' estrema diluizione. Togliendo la conducibilità dell' acqua da quella trovata per la soluzione, il resto k fu considerato quale conducibilità della sostanza disciolta, e se si chiama m la ricchezza molecolare della soluzione [1]), il rapporto k/m viene indicato col nome di *conducibilità molecolare specifica* della sostanza considerata.

Tutti i sali neutri hanno determinati valori iniziali di k/m, che poi cambiano lentamente. La conducibilità sembra, quando la soluzione è estremamente diluita, proporzionale alla ricchezza della soluzione in sale. I valori iniziali del rapporto $10^8\ k/m$, corrispondenti a $m = 0{,}00001$ sono compresi fra 94 e 128, e cioè furon trovati per quel rapporto i valori seguenti:

$\frac{1}{2}K_2SO_4$,	128	$\frac{1}{2}BaCl_2$,	115	$\frac{1}{2}MgSO_4$,	108	$NaNO_3$,	98
KJ,	122	$KClO_3$,	115	$\frac{1}{2}ZnSO_4$,	108	$\frac{1}{2}Li_2SO_4$,	97
KCl,	122	$\frac{1}{2}BaN_2O_6$,	112	$\frac{1}{2}Na_2SO_4$,	106	LiCl,	96
NH_4Cl,	121	$\frac{1}{2}CuSO_4$,	110	$\frac{1}{2}ZnCl_2$,	104	$KC_2H_3O_2$,	94.
KNO_3,	121	$AgNO_3$,	109	NaCl,	103		

Questi numeri sono tutti dello stesso ordine, ma non già uguali fra loro. Evidentemente sono influenzati dai due joni, i quali secondo la loro buona conducibilità, si possono disporre nella serie seguente. Per i cationi: K, NH_4, Ba, Ag, Cu, Mg, Zn, Na, Li; per gli anioni; SO_4, J, Cl, NO_3, ClO_3, $C_2H_3O_2$. Contegno presso a poco uguale hanno K e NH_4; Mg, Zn e Cu; Cl, J e NO_3. Tutti i valori di k/m diminuiscono al crescere di m, e la diminuzione massima si ha nei solfati, che cominciano coi valori iniziali maggiori. Dai numeri trovati si può anche dedurre che la velocità con

1) La ricchezza molecolare m è data dal rapporto fra il numero di grammi della sostanza contenuti in un litro di soluzione e il peso equivalente. Perciò $m = 1$ indica quello che nelle analisi titolate si chiama *soluzione normale*.

la quale gli joni si muovono, sotto l'influenza di una f. e. m. eguale a 1 *volta* per 1 mm., è compresa fra 0,14 e 0,10 mm./sec.

Le soluzioni acide o alcaline si distinguono da quelle neutre, dacchè non manifestano valori iniziali determinati pel rapporto k/m. La conducibilità loro è dapprima piccola, raggiunge presto un massimo per $m = 0{,}006$ circa, e decresce poi lentamente. Se il rapido accrescimento suindicato sia una proprietà speciale delle soluzioni non neutre, o sia dovuto alle impurità dell' acqua, è rimasto finora indeciso. La velocità degli joni raggiungerebbe in questo caso il valore 0,40 mm./sec. per 1 *volta* su 1 mm.

L' ammoniaca e l' acido acetico che in soluzioni concentrate sono conduttori poco buoni, nelle soluzioni molto diluite lo sono come gli altri elettroliti. L' acido solforico nelle soluzioni estremamente diluite non ha contegno diverso dagli altri acidi.

Fino dal 1879 (*Wied. Ann.* 6) l' A. aveva stabilito la legge che nelle soluzioni molto diluite, nelle quali i due elementi dell' elettrolita si muovono in un mezzo poco diverso dall' acqua, ciascun elemento ha una mobilità propria, indipendente da quella dell' altro. Ora egli trova verificata questa legge anche per gli elettroliti sopraindicati, e quindi non sarebbe vera la *legge degli equivalenti* del Bouty, secondo la quale la conducibilità elettrica molecolare delle soluzioni equivalenti molto diluite dovrebbe esser la stessa per tutte. La legge di Bouty soggiace, secondo l' A., a tante e così importanti eccezioni, ed è vera approssimativamente soltanto in un così piccol numero di casi, che egli non ne vede l' utilità; al più potrebbe dirsi che le conducibilità di soluzioni equivalenti di tutti i sali sono dello stesso ordine di grandezza.

Nel corso delle esperienze fu anche notata una specie di assorbimento degli elettroliti, per parte degli elettrodi, che fu specialmente notevole negli acidi, ma che cessava di esser sensibile quando m aveva raggiunto il valore 0,001. I sali neutri non sembrano soggetti a tale assorbimento.

Per quanto riguarda l' influenza della temperatura, il coefficiente termico varia moltissimo da una sostanza ad un' altra per le soluzioni concentrate; ma per quelle diluite tende ad assumere un valore comune per tutte. L' acido solforico si comporta anche a questo riguardo come gli acidi monobasici.

Il metodo seguito nella determinazione delle resistenze è quello delle correnti alternate, per le quali l' A. osserva che vale rigorosamente la legge di Ohm, dacchè in confronto del periodo di vibrazione che si ha da considerare nei moti molecolari, le più rapide successioni di correnti che possono praticamente usarsi si comportano perfettamente come correnti continue.

W. R. Pfeiffer. *Sulla conducibilità elettrica dei miscugli di alcool e di etere etilico.* — L' A. continua ad enumerare le esperienze eseguite su questo proposito e su altri analoghi. Egli trova che tanto l' alcole puro, quanto l' etere e quanto anche dei miscugli arbitrari di essi, ma purissimi, mostrano una conducibilità elettrica che ha i caratteri della conducibilità metallica, cioè che il poter conduttivo di quei liquidi diminuisce al crescere della temperatura.

G. C. Foster. — *Su una modificazione al ponte di* Wheatstone *e sui metodi per determinar piccole resistenze.* — Una grossa sbarra di rame EABCDF è piegata a doppia squadra nei punti A e D, e i punti E ed F sono riuniti con un filo di argentana dello spessore di m. m. 1,5 a 2, in modo che si formi un rettangolo, di cui i lati più corti sono le porzioni AE e DF della sbarra. (Il lettore è pregato a fare da sè la figura). La sbarra è interrotta nei punti A, B, C, D e sul filo D F scorre un contatto metallico d, la cui posizione si legge su una scala micrometrica contro cui esso si muove. Ad ogni lato delle interruzioni si trovano dei serrafili. Ordinariamente i reofori della pila sono uniti, mediante serrafili a, b ai pezzi di rame AB e CD; di quelli del galvanometro uno è unito col serrafili c al pezzo B C, l' altro al contatto d. Le resistenze che debbono essere confrontate fra loro si includono in B e C fra i pezzi AB, BC, e BC, CD respettivamente. Se quelle resistenze son piccole, le interruzioni A e D si chiudono con grosse lastre di rame, se sono invece notevoli si chiudono col prolungamento del filo E F. Se il corsoio d si dispone in modo che l'ago del galvanometro non devii al chiuder della pila, le resistenze incluse in B e in C hanno fra loro lo stesso rapporto della resistenza in $A + Ed$ a quella in $D + dF$. Gli errori che posson farsi son tanto maggiori quanto più piccole sono le resistenze che vengono confrontate. Per eliminarli l' A. indica il modo di determinare piccole resistenze col confronto di un filo campione graduato. Se la resistenza da misurare è più piccola di quella del filo EF, essa s' include in A, chiudendo D con un conduttore di resistenza trascurabile, e in B e C si mettono due resistenze, che abbiano fra loro un rapporto prossimamente uguale a quello fra la resistenza da misurare e quella di EF. Il corsoio d si aggiusta in modo che al galvanometro non passi corrente, e sia m la divisione di fronte a cui esso è fissato; allora se L è la resistenza di E F, k quella di 1m. m. del filo EF, A e D le resistenze incluse in A e in D; se e ed f son quelle delle sbarre fra a ed E e fra b ed F resp., e se B e C sono le resistenze totali fra a e c e fra c e b, si avrà:

$$B : C = A + e + mk : L - mk + D + f.$$



Si ponga poi la resistenza da misurare in D, e si chiuda A con un conduttore di piccola resistenza: se allora il corsoio è sulla divisione m' si avrà:

$$B : C = D + e + m' k : L - m' k + A + f .$$

e da queste relazioni si ottiene

$$A - D = (m' - m) k .$$

Prendendo $D = 0$ sarà semplicemente

$$A = (m' - m) k .$$

Per riferire le misure ad un' unità determinata, si esprime dapprima la resistenza R di un filo in parti di EF, e sia $R = pk$, essendo $R < EF$. Poi si unisce la resistenza campione S parallelamente alla resistenza R, e si ripete la misura: la resistenza del fascio sarà $q K = R S (R + S)$, e quindi

$$k = S \frac{p - q}{pq} .$$

Per calibrare il filo del ponte, parallelamente ad esso si tende un altro filo E F che l' Autore chiama *filo compensatore*, e sul quale scorre un contatto n, mobile su una scala graduata. I reofori della pila si mettono in a e in b; quelli del galvanometro ai due corsoi d ed n. Le estremità del filo compensatore sono unite ai punti B e C dei pezzi metallici A B e C D respettivamente. Le interruzioni A e D son chiuse con una resistenza trascurabile k e con un filo G di argentana, la cui resistenza corrisponda a quella di una lunghezza arbitraria di EF che si prende per unità nella calibrazione. Il contatto d si mette presso l' estremità F di EF e quello n si sposta finchè al galvanometro non passi corrente. Fatto ciò si scambiano fra loro di posto le resistenze k e G e si sposta d fino a che il galvanometro non resti di nuovo a zero. La resistenza del tratto di cui si è dovuto spostare d è uguale alla resistenza $G - k$. Lasciando fermo d si riportano G e k nelle posizioni primitive e si sposta n fino a non aver corrente al galvanometro, e così di seguito. I tratti percorsi sul filo successivamente dal contatto n hanno resistenze uguali. Quando G è in D e k in A, se F ed F' sono le resistenze di E F e di E' F'; se e ed e' sono quelle dei contatti permanenti fra a ed E e fra a ed E'; se f ed f' sono quelle fra b ed F e fra b ed F'; e se r ed r' son quelle di Ed e di E'n, sarà:

$$k + e + r : G + f + L - r = e' + r' : f' + L' - r'$$

e scambiando G con k:

$$G + e + r : k + f + L - r = e' + r_1' : f' + L' - r',$$

essendo r_1' il nuovo valore di r' e quindi $r_1' - r'$ la resistenza del tratto di filo di cui si è spostato n. Da queste relazioni si ha:

$$r_1' - r' = (G - k) \frac{e' + f' + L'}{G + k + e + f + L},$$

e poichè la resistenza dei successivi tratti percorsi da d è $G - k = r_1 - r$, si ha:

$$\frac{e' + f' + L'}{G + k + e + f + L} = \frac{r_1' - r'}{r_1 - r} = M.$$

Così posson misurarsi piccolissime resistenze, come per es. quella k sopra indicata, purchè si formi con essa una parte del circuito principale. I fili della pila si tolgono da a e b e si portano in E' ed F', e si determina il valore della quantità M sopra indicata, poichè ora e' ed f' appartengono al circuito principale anzichè al filo compensatore. Il filo del galvanometro si toglie da d e si pone ad un' estremità della resistenza k, e l' ago del galvanometro si riporta a zero spostando il corsoio n; poi si pone il filo del galvanometro all' altra estremità di k e si riduce nuovamente a zero il galvanometro. Se Q è la resistenza del tratto di cui si è spostato n, sarà

$$k = Q / M.$$

Con le disposizioni indicate si può determinare la resistenza specifica del filo EF, eliminando affatto gli errori derivanti dalle resistenze dei contatti: perchè determinando col metodo sopra accennato la resistenza dell' unità di lunghezza di quel filo, in questa determinazione non influisce per nulla la posizione del contatto d. Basta per questo poter scambiar di posto due resistenze e ciò si puó ottenere facilmente con un commutatore di rame bene amalgamato, e mercurio.

A. Oberbeck. *Su un fenomeno analogo alla risonanza, che si osserva nelle vibrazioni elettriche.* — Si uniscano con un filo metallico le due armature di un condensatore; se in quel filo s'induce una corrente elettrica, per la carica e la scarica successiva del condensatore si avranno delle ondulazioni elettriche di periodo determinato, ma di ampiezza sempre decrescente. Gli spostamenti delle due elettricità in senso opposto che hanno luogo contemporaneamente in tutto il circuito, son del tutto paragonabili colle

vibrazioni di un punto o di un sistema di punti. Se quindi si fa in modo che nel filo si segua una serie di impulsi d' induzione a corti intervalli, dovrà accadere che, per un determinato numero di essi al secondo, l' ampiezza delle oscillazioni elettriche anzidette raggiunga un massimo, e ciò avverrà precisamente quando il periodo di vibrazione delle correnti indotte coinciderà col numero di vibrazioni proprie del circuito aperto. Questo fenomeno si potrebbe chiamare *risonanza delle vibrazioni elettriche.*

L' A. ha constatato sperimentalmente che l' ampiezza di queste oscillazioni (dedotta dalla deviazione di un elettrodinamometro Siemens incluso nel circuito) mostrava infatti un massimo quando egli faceva variare continuamente il numero delle correnti indotte al secondo per mezzo di un interruttore Bernstein. La posizione di quel massimo dipende dalla natura del circuito e dalla capacità del condensatore. Aumentando questa, il massimo si sposta verso i numeri minori di oscillazioni. Lo stesso accade aumentando l' autoinduzione coll' introdurre dei rocchetti nel circuito, mentre l' aumento di resistenza non influisce sul massimo. I resultati sperimentali così ottenuti concordano assai bene con quelli che si hanno dalla trattazione teorica del fenomeno, partendo dall' ipotesi che le correnti alternate, indotte pel funzionamento dell' interruttore, siano proporzionali a una funzione circolare del tempo.

In alcune esperienze analoghe alle precedenti, fatte nel 1873, e nelle quali una pila di polarizzazione funzionava da condensatore di grande capacità, il Kohlrausch non osservò un massimo ben deciso; e ciò si fu, secondo l' A., perchè il Kohlrausch adoperava l' induttore dei seni, la cui forza elettromotrice cresce proporzionalmente al numero delle oscillazioni. Per questo fatto il massimo dipende dalla resistenza del circuito, mentre nelle ricerche dell' A. ciò non ha luogo, in conformità dei principii generali della risonanza.

Nel fascicolo n. 6 - 1886, degli stessi Annali, l' Oberbeck fa notare che ha ricevuto dal sig. J. Hopkinson una memoria (del 1884) nella quale è trattato un caso analogo ed è stata fatta notare l' analogia coi fenomeni di risonanza, e dalla quale resulta che queste considerazioni non sono senza interesse per la elettrotecnica.

K. Angström. *Sulla diffusione del calor raggiante dalle superficie piane.* — L' apparecchio di cui si servì l' A. per determinare l' intensità delle radiazioni calorifiche è un termometro elettrico differenziale fondato sulla variazione della resistenza elettrica con la temperatura. Questo termometro è formato da due reticolati, di 23 listerelle ciascuno, tagliati in un foglio di stagnola coperto di cloruro di platino, e verniciato con nero fumo sciolto nell' alcool.

Questi due reticolati son fissati con gomma lacca sopra due aperture circolari di 20 m. m. di diametro, praticate in una lastra di ebanite che s' introduce in una cassetta di legno racchiusa in un serbatoio in zinco pieno d' acqua. Uno dei reticoli è di fronte ad un' apertura praticata nella cassetta, e può essere esposto alle radiazioni da studiare: l' altro è affatto protetto da ogni radiazione esterna. Questo termometro, che è unito ad un ponte Wheatstone, è fisso: la sostanza che deve emettere calore è posta sull' asse orizzontale di un apparecchio che possiede due assi di rotazione come un teodolite, e attorno all' asse verticale di questo apparecchio è mobile una lampada Argand.

La sensibilità dell' apparecchio adoperato dall' A. era tale che la deviazione di una divisione della scala corrispondeva a un assorbimento di 0,000 033 36 piccole calorie per minuto e per c. m. q.; e ogni determinazione non richiedeva più di 5″ di tempo. Ma la sensibilità è variabile con l' intensità della corrente adoperata e con quella della radiazione calorifica; talchè l' A. riduceva tutte le misure a quella che avrebbe ottenuta con una corrente d' intensità costante e con una sorgente calorifica fissa.

Le sostanze da assoggettarsi all' esperienza erano fissate su una lastra di rame coperta con un foglio di carta affumicata che veniva attaccata alla lastra con cera e colofonia. Per preparare strati uniformi di varie sostanze, la lastra di rame così coperta veniva immersa nell' acqua contenente della polvere del corpo dato, e così quella polvere si depositava sulla carta con una sufficiente consistenza. Bagnando un poco la carta e spolverandola con allume, o salgemma, ecc., potevansi ottenere buone lamine di quelle sostanze anche dello spessore di 2 m. m.

I resultati delle esperienze sono dall' A. rappresentati riportando, a partire dall' elemento considerato della lastra che diffonde il calore, l' intensità calorifica di ciascun raggio sulla direzione del raggio stesso: i punti così ottenuti costituiscono ciò che l' A. chiama *superficie di diffusione*. Le determinazioni furon fatte in generale nel piano d' incidenza e in un piano perpendicolare a quello d' incidenza e che passa per la normale, e in alcuni casi anche in un piano perpendicolare al piano d' incidenza e che contiene il raggio riflesso. È stato così trovato: 1°. che nel caso dell' incidenza normale, la diffusione è simmetricamente distribuita attorno alla normale, e la superficie di diffusione è un ellissoide allungato il cui asse di rotazione è quella normale; 2°. che al crescere dell' angolo d' incidenza la superficie di diffusione conserva la sua forma simmetrica alla normale, ma l' ellissoide si appiattisce, diviene una sfera per un angolo di 30° circa, poi un ellissoide di rotazione appiattito; 3°. che il potere di diffusione secondo

la normale diminuisce al crescere dell'angolo d'incidenza; 4°. che la simmètria attorno alla normale sembra sussistere fino a $i = 80'$, malgrado la riflessione regolare che allora ha luogo: tuttavia questa simmetria è turbata quando la sostanza (gesso, carta da lettere) ha un poter riflettente non trascurabile.

Per spiegare questi resultati l'A. parte dall'ipotesi di Bouguer ordinariamente ammessa (ma che egli non ritiene dimostrata) che la quantità di calore S_l di una radiazione calorifica incidente S, che attraversa un mezzo di spessore l, obbedisca alla legge:

$$S_l = S e^{-kl},$$

ove k è costante. Ammette inoltre che la superficie possa dividersi in sottili strati paralleli, ciascun dei quali rifletta, in una direzione fissa per ogni data incidenza, una parte del calore incidente, che sia sempre la stessa frazione dell'intensità che arriva a quello strato. Da ciò l'A. deduce

$$d S_{i\omega} = c S e^{-klf(\omega)} . dl$$

ove

$$f(\omega) = \frac{\cos i + \cos \omega}{\cos i . \cos \omega}.$$

i è l'angolo d'incidenza, ω l'angolo di diffusione, $S_{i\omega}$ l'intensità del calore diffuso per gli angoli i e ω, e C una costante che dipende da i e da ω. Integrando rispetto a l, ritenendo i e ω fissi, si ha:

$$S_{i\omega} = S \frac{C}{k f(\omega)} \left(1 - e^{-klf(\omega)}\right)$$

Questa formula mostra che $S_{i\omega}$ cresce con l e ciò avviene tanto più rapidamente quanto più i ed ω son grandi. Al crescere di l $S_{i\omega}$ si avvicina ad un massimo.

Queste formule sono state verificate sperimentalmente, e sono state dall'A. trovate sufficientemente esatte. Pel nero fumo egli trova così il potere assorbente 0,976 anzichè 0,90 dato da Christiansen. Egli ha studiato anche la diffusione delle lastre attravers
lore, ed ha trovato che si hanno anche allora le s
la lastra sia di spessore sufficiente. Per last
del calore diffuso è massima nella direzione
attraversate dal calore. Al crescere dello s
diffusione diminuisce nella direzione del c
sce nelle altre direzioni fino al moment

raggiunto un determinato spessore: da allora in poi la diffusione diminuisce in tutte le direzioni, e la superficie di diffusione è un ellissoide di rivoluzione indipendente dall' angolo d' incidenza, con la diffusione massima in direzione normale alla superficie.

Per le superficie metalliche affumicate l' A. trovò che la riflessione diminuisce molto rapidamente al crescere dell' angolo di incidenza, contrariamente a ciò che accade nella riflessione ordinaria; la riflessione su tali lastre dipende essenzialmente dalla natura del metallo di cui son formate.

Osserva finalmente l' A. che la diffusione, essendo essenzialmente indipendente dal potere assorbente e dal poter riflettente delle varie sostanze, non dipende che dalla legge secondo cui si fa la riflessione, e dalla grandezza, dalla forma e dall' aggruppamento delle particelle diffondenti.

A. Schleiermacher. *Sulla dipendenza della radiazione calorifica dalla temperatura, e sulla legge di* Stefan. — Di ricerche dirette relative alla verificazione della legge di Stefan non si hanno che quelle di Schneebeli (*N. Cim.* XVI. pag. 24 . Quando quelle furon pubblicate lo Schleiermacher aveva già cominciato le sue, che condusse a termine perchè il metodo adoperato era diverso da quello di Schneebeli. Tal metodo è il seguente. In un recipiente di vetro evacuato il più possibile e coperto internamente di nero fumo, è teso un filo che può condurre una corrente elettrica, e che può tenersi a una temperatura costante, quando si mantenga costante la corrente e la temperatura della parete. Allora l' eccesso del calore emesso dal filo nell' unità di tempo su quello da esso assorbito è uguale alla quantità di calore che la corrente fornisce nello stesso tempo. Questa può quindi ottenersi in unità assolute mediante il prodotto I^2w conoscendo l' intensità della corrente e la resistenza w del filo. La temperatura del filo può dedursi dalla sua resistenza, avendo preliminarmente determinato la variazione della sua resistenza colla temperatura. Le esperienze sono state fatte con 3 recipienti, contenenti fili di platino puro o fili di platino coperti di ossido di rame.

Per verificare la legge di Stefan mediante i resultati ottenuti con questo metodo, devesi osservare che il calore assorbito dal filo si compone di quello che, emesso dal filo, ritorna ad esso dopo aver subita la riflessione o la diffusione sulle pareti interne dell' involucro, e di quello che emette l' involucro stesso. Quindi la perdita di calore I^2w dipenderà in generale dalla temperatura assoluta T del filo e da quella T' dell' involucro. Ora dalla rappresentazione grafica dei resultati ottenuti l' A. ha potuto dedurre che al disopra di una certa temperatura T_1 il calore dovuto all' involucro è trascurabile di fronte al calore I^2w; quindi secondo la

legge di Stefan il quoziente I^2w/T^4 dovrebbe esser costante; ma ciò non ha trovato l'A. per le temperature superiori a quella T_1 suindicata.

Una seconda prova della legge di Stefan consiste nel verificare la formula che si può dedurre tenendo conto delle temperature T e T' del filo e dell'involucro e delle ripetute riflessioni dei raggi calorifici sul filo e sull'involucro. Da queste considerazioni resulterebbe che dovrebbe essere costante il quozienta $Q = I^2 w/(T^4 - T'^4)$, ciò che non accade nelle ricerche dell'A. Il quale da queste divergenze è portato a ricercare se vi sieno delle cause d'errore nel metodo adoperato; ma trovato che tali cause non esistono, crede di poter concludere che il calore emesso dal platino e dall'ossido di rame non segue la legge di Stefan. Questa legge potrebbe esser seguita da quei corpi che hanno un potere assorbente indipendente dalla temperatura: ora pel platino il Nichols trovò il potere assorbente 0,323 a temperatura ordinaria, e 0,7597 a 1650° c.: in questo potrebbe dunque stare la divergenza fra la legge di Stefan e i resultati ottenuti dall'A. Che la legge di Stefan debba esser vera per le sostanze assolutamente nere resulterebbe anche dalle considerazioni del Boltzmann (*N. Cim.* XVI pag. 158).

M. Thiesen. *Sulla legge della resistenza dell'aria, dedotta da esperienze fatte con l'apparecchio di Schellbach.* — Le esperienze fatte si riferiscono alla resistenza che risentono delle sbarre cilindriche nel muoversi in seno all'aria; altre esperienze fatte con sfere, non ancora del tutto ultimate, saranno pubblicate in seguito.

L'apparecchio di rotazione nelle sue parti essenziali consiste in un asse verticale, che porta i due corpi su cui si deve sperimentare, fra loro eguali e orientati nel senso della rotazione, mediante due bracci orizzontali opposti fra loro e della stessa lunghezza. Esso è posto in rotazione per mezzo di un motore la cui velocità si può regolare per mezzo di un freno, e si può registrare elettricamente. La trasmissione del moto non si fa direttamente, ma dapprima il motore fa ruotare due forchette piegate a elica; in queste scorrono delle piccole pulegge, fissate ai bracci orizzontali, per mezzo delle quali può esser messo in rotazione anche l'asse anzidetto. Per mezzo delle forchette, che agiscono come piani inclinati, viene esercitata sull'asse una pressione verticale, che si misura mediante un grosso areometro sul quale l'asse si appoggia.

Dai lavori di Helmholtz sui moti dei fluidi, si deduce che la pressione esercitata contro un corpo in moto deve esser della forma

$$P = \varepsilon v^2 l^2 F\left(\frac{k v l}{\varepsilon v^2 l^2}\right), \tag{1}$$

ove ε è la densità, k il coefficiente d'attrito del fluido, v la velocità, l una quantità proporzionale alle dimensioni lineari del mobile, ed F una funzione che dipende soltanto dalla figura del mobile e dalla sua posizione nel fluido.

Dalle esperienze che ha fatto, l'A. deduce che per la pressione H dell'aria contro una sbarra cilindrica che si muove perpendicolarmente al suo asse con la velocità v si deve avere

$$H = 10^{-6} L \{7{,}25\, v + 0{,}486\, dv^2 + 0{,}0000698\, d^2 v^3\},$$

essendo d ed L lo spessore e la lunghezza della sbarra. L'unità di pressione adottata è quella di 1 gr., l'unità di lunghezza il c. m., e l'unità di tempo il secondo. La formola precedente vale per valori di vd compresi fra 50 e 500. Per ridurre H in unità assolute bisogna moltiplicare il 2.° membro per $g = 981{,}3$.

Introducendo poi la densità ε dell'aria e il suo coefficiente d'attrito η, cioè

$$\varepsilon = 0{,}001200 \qquad \eta = 0{,}000190$$

nelle dimensioni date dalla formula (1), si ottiene per H il valore

$$H = 37{,}4\, \eta\, v\, L + 0{,}3972\, \varepsilon\, v^2\, d\, L + 0{,}00000904 \frac{\varepsilon^2}{\eta} v^3\, d^2\, L,$$

che sarà senz'altro paragonabile colla teoria e colle esperienze fatte in altri mezzi resistenti.

E. Dorn. *Verificazione sperimentale del principio che le due specie di elettricità si producono in quantità uguali anche nei fenomeni piroelettrici.* — Un cilindro cavo metallico, isolato, può esser chiuso con un coperchio metallico munito di manico isolante, e la superficie esterna è messa in comunicazione con un elettroscopio o con un elettrometro sensibilissimo. Dal coperchio pende internamente una morsetta isolata che può ricevere un cristallo, per es. di tormalina. Se questo cristallo si scalda alla fiamma e si introduce nel recipiente isolato, durante il raffreddamento non si hanno segni di elettrizzazione sulla superficie esterna del recipiente, e ciò, per le note leggi sull'induzione, verifica il principio suenunciato.

Detto. *Alcune esperienze da lezione.* — 1. Il Dorn dimostra l'eguaglianza del rapporto fra i poteri assorbenti ed emissivi di due corpi coprendo con una foglia d'oro una delle palline di un termometro di Leslie e la metà della parete di un bicchiere di vetro, e mostrando che l'indice del termometro non si muove se si versa dell'acqua bollente nel bicchiere, situato fra le due palli-

ne del termometro, quando la sua parte coperta dalla foglia d' oro è volta verso la pallina scoperta del termometro stesso. Ruotando il bicchiere di 180° l' indice si muove invece assai. Questa non è che una modificazione della nota esperienza di Ritchie.

2. Si può mostrare l' interferenza del suono tenendo in mano un diapason munito della sua cassa di risonanza, e avvicinandolo e allontanandolo periodicamente, mentre vibra, da una parete riflettente. I movimenti del diapason non devono esser troppo rapidi, e si devon compiere fra 0,5 e 2 m. circa dalla parete, tenendolo colla apertura della cassa di risonanza rivolta alla parete. Si sentono allora dei rinforzi e degli indebolimenti periodici del suono, dovuti all' influenza delle onde dirette con quelle riflesse dalla parete.

3. L' esperienza del Tait sulla compenetrazione degli anelli vorticosi può esser ripetuta assai facilmente adoprando un cubo di 60 cm. di lato, con l' apertura di 15 cm. di diametro, e battendovi sopra con una bacchetta da tamburo due colpi a intervallo rapido quanto più è possibile. Il secondo colpo deve esser più forte del primo.

4. Per render più facili le determinazioni dell' equivalente meccanico del calore coll' apparecchio Puluj, il Dorn pone alcune gocce di vaselina fra i due coni. È anche bene esporre all' aria il cono interno alcuni minuti prima dell' esperienza; altrimenti l' attrito sarebbe troppo grande. Nelle esperienze da lezione si può mettere nel mercurio un termometro con una scala trasparente e proiettarla ingrandita su uno schermaglio, difendendo l' apparecchio dalle radiazioni della lampada con diaframmi opportuni.

5. Per mostrare il raffreddamento di un filo nell' allungamento, si può avvolgere su due punti vicini del filo d' acciaio (che serve per l' esperienza) un filo di argentana e uno di acciaio resp. che si riuniscono mediante un galvanometro. Con una carica di 20 Cg. e con un galvanometro Wiedemann reso astatico fin quasi all' aperiodicità, si possono ottenere parecchi centimetri di deviazione. I contatti fra metalli eterogenei devono esser difesi con ovatta dalle correnti d' aria.

Nel fascicolo 12° di quest' Annali il Dorn avverte che ha saputo che quest' esperienza è già stata indicata più semplicemente da Haga (*Wied. Ann.* 15-1882) il quale avvolge sul filo principale un filo di metallo diverso, e riunisce poi i due fili ad un galvanometro.

P. Bruhl. *Sui lampi diramati.* — A proposito della memoria del Kayser (*N. Cim.* XIX, pag. 164), l' A. fa notare che in quasi tutti i temporali che avvengono nel Bengala si osserva che i lampi partono da un punto e si diramano verso due o più altri. Non di

rado se ne vedono di quelli che hanno 4 di tali diramazioni, e che fanno angoli notevoli fra loro. Quei lampi son quasi sempre ondulati, di rado a zig-zag acuti. Egli ha anche spesso osservato che due lampi che si seguono a corto intervallo percorrono delle vie che ad occhio non posson distinguersi l' una dall' altra.

F. Rüdorff. *Un' esperienza da lezione.* — Per mostrare che un sale può spostarne un altro da una sua soluzione si riempiano due cilindri uguali, che possano chiudersi con tappi di vetro, o anche due tubi da reazione di dimensioni uguali, per $^2/_3$ con una soluzione satura di solfato doppio di ammonio e rame. Ad una di queste soluzioni si aggiungano circa due punte di coltello di solfato d' ammonio finamente polverizzato, e si scuota forte per un minuto o due. Dopo un poco di riposo la soluzione è del tutto, o quasi, scolorita; in ogni caso molto meno colorata della soluzione originaria che si conserva nell' altro tubo.

E. Wiechert. *Sulla conducibilità della serpentina.* — L' A. ha trovato che la massa principale della serpentina funziona da conduttore di seconda classe, mentre le venature conducono metallicamente. In molti esemplari la resistenza specifica (Hg = 1) di tali venature è fra 20 milioni e 30000 milioni. La serpentina deve perciò usarsi con precauzione come isolante. Il marmo secondo l'A. non conduce affatto l' elettricità.

11. — E. Gumlich. *Teoria degli anelli di Newton nella luce trasmessa.* — Dalle ricerche teoriche del Wangering e da quelle sperimentali del Sohncke (*Wied. Ann.* 1881 e 1883) resultò che gli anelli di Newton nella luce riflessa non sono in generale circolari, come per l' innanzi si riteneva, ma che invece sono curve a doppia curvatura, che sono tagliate su una superficie cilindrica ellittica, che ha la generatrice parallela all' asse dell' apparecchio sul quale si osservano gli anelli, da una superficie rettilinea del 3° ordine, cioè dalla così detta superficie d' interferenza. L' A. ha eseguito analoghe ricerche teoriche pel caso degli anelli che si osservano nella luce trasmessa nel caso di una lastra a facce piane e parallele che è posta su una lente piano-convessa.

L. Weber. *Misura dell' intensità della luce diffusa del giorno.* — Il metodo adoperato per misurare l' intensità della luce diffusa consiste nell' esporre alla luce in diverse posizioni una lastra di vetro spulita (milchglassplatte) e nel misurare l' intensità della luce trasmessa prendendo per unità quella che si ottiene con la medesima lastra illuminata normalmente dall' unità di luce posta ad 1 m. di distanza dalla lastra. I diversi valori così ottenuti nelle varie direzioni si riportano sui raggi vettori corrispondenti, e si ottiene quello che l' A. chiama *corpo di chiarezza*, e che serve

colla sua forma a definire l'intensità della luce diffusa in ciascun punto.

W. v. Bezold. *Costruzione del triangolo dei colori col miscuglio dei colori reali.* — Tre triangoli equilateri uguali sieno ombreggiati da uno dei vertici fino alla base opposta in modo che la chiarezza sia proporzionale alla distanza dalla base, vale a dire che nel vertice si abbia il massimo della chiarezza, che si prenderà per unità, alla base la chiarezza 0, alla metà la chiarezza $^1/_2$, ecc. Se questi triangoli si fanno sovrapporre otticamente (per es. con opportuni specchi) in modo che i vertici che hanno la chiarezza 1 si distribuiscano uno per ogni vertice del triangolo resultante, la chiarezza di quest' ultimo sarà uniforme in tutto il triangolo. Se uno dei triangoli è illuminato da luce rossa, il secondo da luce verde, il terzo da luce bleu, colla sovrapposizione suindicata si dovrebbe avere il triangolo dei colori relativo a quei tre colori fondamentali; dacchè il miscuglio di essi vien fatto, sul triangolo resultante, colla regola della costruzione del centro di gravità, indicata da Newton. Guidato da questo concetto l' A. costruì un apparecchio assai semplice per ottenere la indicata sovrapposizione. Nell' interno di un prisma triangolare equilatero di legno annerito egli pose tre sottili lastre di vetro da specchio, inclinate di 45° sull' asse del prisma. I piani d' inclinazione fanno fra loro angoli di 120°, in modo che un occhio posto sull' asse del prisma, da ciascuno specchio vede riflessa una faccia diversa del prisma stesso. Le due basi del prisma son chiuse, e sulla superiore si fa un foro circolare in corrispondenza dell' asse, per applicarvi l' occhio. La lunghezza del prisma è di 45 cm., il lato della base 9 cm. Nelle facce del prisma si fanno delle aperture triangolari di tali grandezze e posizioni che, per un occhio posto nel foro anzidetto, le loro immagini appariscano uguali in grandezza e si coprano reciprocamente. Dinanzi a ciascuna apertura si pone un cartone bianco, inclinato su di essa di 45°, in modo che per la luce che incide parallelamente all' asse del prisma, ciascuna apertura sia ugualmente illuminata per diffusione. Per ottenere i triangoli ombreggiati nel modo suindicato l' A. ricoprì le aperture fatte sulle facce del prisma con sottilissime striscioline di carta velina, in modo che, lasciando scoperto un vertice, da esso alla base opposta le striscioline formassero, colla successiva sovrapposizione, degli strati sempre meno trasparenti, e alla base formassero uno strato perfettamente opaco. Ponendo poi dei vetri colorati davanti alle aperture, si ha finalmente il miscuglio effettivo dei colori, e il triangolo resultante è tanto più ricco in colori, quanto più opportuna è stata la scelta dei vetri colorati.

Con questo apparecchio si ha quindi il mezzo di verificare la

teoria di Joungh-Helmoltz sulla percezione dei colori, e di stabilire quali realmente sono i colori fondamentali. L' A. ha così riscontrato che effettivamente la teoria suaccennata è in perfetto accordo coll' esperienza, e che i colori fondamentali sono il rosso, prossimo alla linea C, il verde, fra *b* ed E, e il bleu di cobalto, prossimo a G.

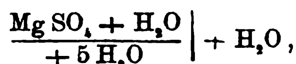
L' apparecchio descritto non è certamente perfetto: così l' A. non è contento del modo con cui sono illuminate e ombreggiate le aperture. Invece delle listerelle di carta crede che possano servir meglio dei vetri neri tagliati a cuneo. Inoltre le immagini delle tre aperture non sono ugualmente chiare, perchè appariscono formate a distanze diverse dall' occhio. Ma tutti questi inconvenienti dovrebbero essere evitati adoperando, per la sovrapposizione delle tre immagini, una piramide triangolare molto ottusa, di vetro. Se sotto la base della piramide si pone uno schermo con 3 aperture, guardando dal di sopra si vedono 9 immagini, tre delle quali, variando opportunamente la distanza dello schermo, possono sovrapporsi. Allora ponendo davanti alle tre aperture tre cunei uguali di vetro nero e dei vetri (o anche dei liquidi) colorati, si potrà avere un triangolo dei colori assai migliore. L' apparecchio potrebbe esser posto in un cannocchiale, potrebbero usarsi anche dei colori spettrali, e si potrebbe, con opportune lenti, proiettare il triangolo su un diaframma. L' A. non potrà forse occuparsi ulteriormente di queste esperienze, e perciò ha voluto indicarne il piano, onde invogliare altri a proseguirle.

Conclude la sua Memoria con alcune considerazioni sulla natura delle sensazioni luminose, che egli crede potere spiegare colla teoria di Hering, ammettendo che sulla retina si trovino delle sostanze che sotto l'azione della luce si scompongano (dissimilazione), e che si ricompongano poi (assimilazione) o nell' oscurità o nella luce colorata diversamente da quella che ha determinato la scomposizione. La dissimilazione sarebbe poi tanto maggiore e avverrebbe tanto più rapidamente, quanto più intensa fosse la luce; l' assimilazione invece avverrebbe sempre lentamente. Da ciò che precede sembrerebbe resultare che esistessero 3 di tali sostanze, ciascuna delle quali sarebbe specialmente influenzata da uno dei tre colori fondamentali.

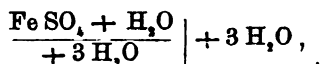
Detto. *Aggiunta alla memoria sulle figure d' efflusso nei liquidi.* — L' A. comincia dal notare che ignorava gli esperimenti del signor T. Martini (*N. Cim.* IX, pag. 156-1881) sulle figure di diffusione nei liquidi, e coi quali le sue ricerche hanno una certa somiglianza, quando pubblicò la sua prima memoria su questo soggetto (*N. Cim.* XVIII, pag. 166). Accenna poi ad un modo assai semplice col quale si può dimostrare che i corpi che assor-

bono molto i raggi calorifici si scaldano, per tale assorbimento, assai più di quelli che hanno un piccolo potere assorbente. A tale scopo si concentra con una lente un fascio di raggi solari resi orizzontali con un portaluce, entro un bicchiere pieno d'acqua, in modo che il vertice del cono luminoso si formi circa nel mezzo del bicchiere. Se si pone sull'acqua una goccia d'inchiostro velocigrafico, appena uno dei filamenti verticali che si formano entra nel cono luminoso, risale rapidamente in alto, mostrando così che il riscaldamento dell'acqua non era sufficiente a provocare delle correnti termiche nel liquido, mentre ciò avviene rapidamente nel liquido colorato che assorbe assai più calore dell'acqua.

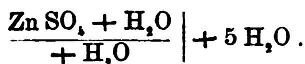
W. Müller-Erzbach. *Dissociazione dei sali idrati e conseguenze che se ne deducono sulla costituzione degli elementi salini.* — Coi metodi già descritti (*N. Cim.* XVIII, pag. 80 e XIX, pag. 172) l'A. ha determinato le quantità di acqua che si evaporano da diversi sali idrati e le tensioni alle quali tale evaporazione avviene. Pei sali che contengono 7 molecole d'acqua, e che sono i solfati di Mg, Ni, Co, Fe, Zn, le tensioni anzidette si mantengono quasi costanti, per ciascun sale, fino a che la perdita di peso del sale stesso non corrisponda a un dato numero di molecole d'acqua; poi l'evaporazione continua a una tensione minore fino alla perdita di un altro numero di molecole d'acqua. Da ciò l'A. deduce che l'acqua contenuta nel sale idrato non ha tutta le stesse proprietà, e che, per quanto si riferisce alla loro dissociazione, i 5 solfati anzidetti si dividono in tre gruppi, le cui formole di costituzione sono, pei primi tre, del tipo


$$\left.\frac{MgSO_4 + H_2O}{+ 5 H_2O}\right| + H_2O ,$$

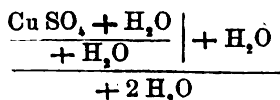
per il 4° la formola è


$$\left.\frac{FeSO_4 + H_2O}{+ 3 H_2O}\right| + 3 H_2O ,$$

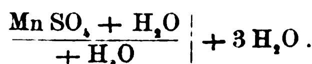
e per l'ultimo


$$\left.\frac{ZnSO_4 + H_2O}{+ H_2O}\right| + 5 H_2O .$$

Pel solfato di rame trova poi un contegno assai diverso dai precedenti, talchè la sua formula sarebbe:


$$\frac{\left.\frac{CuSO_4 + H_2O}{+ H_2O}\right| + H_2O}{+ 2 H_2O}$$

e pel solfato di manganese trova:



$$\frac{MnSO_4 + H_2O}{+ H_2O} \Big| + 3\,H_2O\,.$$

F. Kohlrausch. *Sulla variabilità della funzione di smorzamento di un galvanometro, e sulla sua influenza nelle misure assolute di resistenza effettuate con un induttore terrestre.* — Nell' ultima sua replica alle osservazioni del Kohlrausch circa la determinazione dell' Ohm, il Wild avvertiva che, secondo le proprie esperienze, il non aver tenuto conto della variabilità dello smorzamento aveva dovuto portare nei resultati del Kohlrausch un errore del 0,3 %. Servendosi dei calcoli e delle esperienze fatte dallo Schering, (*Wied. Ann.* 9-1880) a proposito appunto di questo soggetto, col galvanometro stesso che servì al Kohlrausch nella determinazione dell' Ohm col metodo dello smorzamento, questi fa vedere che l' errore accennato dal Wild sarebbe soltanto del 0,04 %. Ma tenendo conto anche dell' autoinduzione della corrente smorzante indotta dall' ago che oscilla, egli trova che questa porterebbe un errore prossimamente uguale, e di senso contrario, al precedente, talchè quei due errori si compensano, e il resultato finale:

$$1.\ U.\ S. = 0{,}944\ \text{ohm}$$

da esso dato nel 1882, resta così inalterato.

L' A. indica poi un metodo pratico di scoprire se in un galvanometro la funzione di smorzamento è o no variabile.

Si ponga il galvanometro su un cerchio orizzontale diviso, su cui si possano valutare i decimi di grado, e il cui asse coincida col filo di sospensione del magnete. Si faccia passare una stessa corrente per questo galvanometro e per un galvanoscopio a specchio di sensibilità presso a poco uguale, e le due scale si pongano a distanze uguali dai due strumenti. Fatto ciò si leggano le posizioni contemporanee degli aghi dei due strumenti, dando azimut diversi al galvanometro. Si vede facilmente come in tal modo si otterrà la correzione della funzione di smorzamento, e la posizione simmetrica del moltiplicatore rispetto all' ago, indipendentemente dalle piccole variazioni della declinazione e dell' intensità del magnetismo terrestre, e dell' intensità della corrente stessa. Questo lavoro non richiede più di $^1/_4$ d' ora di tempo.

È inutile avvertire che devesi tener conto dell' influenza che la rotazione del moltiplicatore può eventualmente avere sull' ago, come pure di quella che la diversa posizione della finestra di vetro può esercitare sulla posizione dell' immagine riflessa dallo specchio del galvanometro.

R. Colley. *Su alcuni nuovi metodi di osservare le oscillazioni elettriche, e su alcune loro applicazioni.* — L' A. comincia dall' osservare che le relazioni matematiche che legano da una parte le caratteristiche delle correnti oscillanti (periodo di vibrazione e decremento logaritmico) e dall' altra le qualità relative alla natura del circuito (capacità del condensatore, autoinduzione e resistenza del circuito metallico) permettono di determinare alcune di esse quantità quando le altre sien date o si possano determinare sperimentalmente; talchè per determinare alcune di quelle quantità si ha così un notevole sussidio in quei casi in cui i metodi ordinari non sono applicabili, o si ha un metodo per controllare resultati già ottenuti diversamente, o finalmente si possono eseguire così delle ricerche in condizioni affatto speciali, analogamente a ciò che già fece lo Schiller (*Pogg. Ann.* 1872) per le costanti dielettriche mediante cariche di brevissima durata.

È noto che le oscillazioni elettriche possono ottenersi sia scaricando un condensatore, sia inducendo delle correnti in un circuito aperto, chiudendo e aprendo il circuito inducente in un ordinario rocchetto di Ruhmkorff. L' A. adotta invece il metodo seguente, che trova preferibile. Il circuito di un rocchetto B di poca resistenza, che può anche contenere un nucleo di ferro, (o di un sistema di rocchetti) contiene una pila E e un interruttore K, e in una derivazione presa ai serrafili del rocchetto s' include un condensatore C di grande capacità e un apparecchio A che servirà a osservare le oscillazioni elettriche. Quando K è chiuso la corrente passa per B; quando si apre, la estracorrente di apertura carica il condensatore, e nel circuito C B A si hanno delle oscillazioni elettriche. Questo metodo offre il vantaggio di avere una grande ampiezza iniziale nelle oscillazioni, e di sopprimere l' incertezza che si ha negli altri metodi circa il momento preciso dell' apertura del circuito. È noto che dalle equazioni:

$$(1) \qquad i = -c\frac{dv}{dt} \qquad\qquad (2) \qquad ir = v - p\frac{di}{dt}$$

che esprimono le leggi secondo cui varia l' intensità della corrente in un circuito di resistenza r, che ha un coefficiente p d' induzione su se stesso e che contiene un condensatore di capacità c le cui armatature sono alla differenza v di potenziale, si deduce che la scarica è oscillante quando $4p/c > r^2$, e che allora la durata τ e il decremento logaritmico λ delle oscillazioni sono date da

$$\tau = \pi\sqrt{pc} \qquad\qquad \lambda = \frac{\pi r}{2}\sqrt{\frac{c}{p}}$$

quando r sia abbastanza piccolo da poterne trascurare il quadrato.

In pratica l' A. ha trovato che il valore osservato di λ è assai maggiore di quello teorico, e ciò devesi principalmente all'imperfetto isolamento delle due armature del condensatore, nonchè alle correnti che vengono indotte nel nucleo del rocchetto e all' assorbimento elettrico che si presenta in tutti i condensatori.

Gli apparati che l' A. ha adoperati per osservare le oscillazioni elettriche sono il telefono e due oscillometri da esso immaginati.

Il telefono, quando abbia i rocchetti di poca resistenza, paragonabile a quella di B, si può includere direttamente nel circuito del condensatore; se è di quelli ordinari bisogna metterlo in un' opportuna derivazione. Esso serve a indicare il periodo di oscillazione col valutare, mediante un sonometro, la nota che rende; ma è di uso assai difficile e non serve affatto per valori piccolissimi di τ.

Gli oscillometri sono a specchio o a fiamma. Quello a specchio consiste in una coppia di rocchetti circolari G riuniti fra loro per mezzo di un tubo cilindrico di legno. Nel mezzo di questo tubo è teso verticalmente un filo di bozzolo, al quale è fissato un leggerissimo specchietto di 5 mm. di diametro, che sulla faccia posteriore ha incollata una sottil laminetta di acciaio, magnetizzata. Davanti a questo specchio è girevole un disco di rame che porta in prossimità dell' orlo un piccolo foro. La luce solare che passa per quel foro è riflessa dallo specchio e si osserva con opportuno cannocchiale munito di micrometro oculare. Se per i rocchetti G passa la scarica del condensatore, le oscillazioni della corrente fanno oscillare rapidamente il magnete e quindi lo specchietto, e col cannocchiale si vede perciò una sinusoide luminosa di ampiezza via via più piccola; quando si conosca la velocità di rotazione del disco, la lunghezza d' onda della sinusoide può far conoscere la durata dell' oscillazione. Perchè il punto iniziale della sinusoide coincida sempre con uno stesso punto del micrometro, l' interruzione del circuito è fatta automaticamente mediante la rotazione del disco.

Dalla teoria di questo apparecchio si deduce che quella sinusoide è molto prossimamente la rappresentazione grafica delle variazioni che ad ogni istante si hanno nella corrispondente intensità della corrente oscillante. Per il buon funzionamento dell' oscillometro è sopratutto necessario che il magnete non esca sensibilmente dal piano delle spire G.

L' oscillometro a fiamma consiste essenzialmente in una scatola manometrica di König, che portata su una delle membrane un sottil magnete d' acciaio ad anello. Questo magnete è posto fra i poli di due elettromagneti a ferro di cavallo, opposti fra loro, che

sono percorsi dalla corrente di scarica. La figura della fiamma, osservata col solito specchio girevole, fa conoscere le oscillazioni della corrente. La membrana deve esser sottile, e per osservar bene le frastagliature della fiamma bisogna far bruciare il gas in una corrente d' ossigeno. Questa corrente d' ossigeno è, secondo l' A., utilissima anche nelle fiamme delle ordinarie scatole manometriche che si adoprano nell' acustica.

Gli apparecchi suaccennati fanno conoscere all' ingrosso anche il valore di λ; ma non si presentano per determinarlo esattamente.

Per misurare λ l'A. ricorse all' uso delle valvole elettriche, apparecchi ben noti che lasciano avvenire la scarica elettrica soltanto in una direzione. Il circuito di scarica di una bottiglia di Leyda si dirami in due circuiti, ciascuno dei quali contenga uno dei due rocchetti uguali di un galvanometro Wiedemann. Se i rocchetti son percorsi da correnti che vadano nello stesso senso, la loro azione sull' ago si somma, ed è proporzionale alla quantità totale dell' elettricità che si scarica; se sono percorsi da correnti uguali e contrarie, l' ago starà fermo. Se in ciascuno di questi due rami si pone una valvola elettrica, e se le valvole agiscono in direzioni opposte, l' azione dei due rocchetti sull' ago sarà proporzionale alla somma aritmetica delle quantità di elettricità relative a tutte le correnti, perchè le correnti contrarie percorrono ora rocchetti diversi. La deviazione dell' ago sarà, in generale, maggiore che nel caso precedente. Infatti, se Q_1 è la quantità totale di elettricità che corrisponde alle correnti di scarica, Q_2 quella relativa alle correnti di carica, si avrà per definizione

$$Q_1 = \int_0^T i dt + \int_{2T}^{3T} i dt + \ldots\ldots \qquad Q_2 = \int_T^{2T} i dt + \int_{3T}^{4T} i dt + \ldots\ldots$$

e per la (1)

$$Q_1 = c\, v_0 \frac{1}{1 - e^{-\lambda}} \qquad Q_2 = - c\, v_0 \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}.$$

La somma algebrica di queste due quantità è $c\, v_0$, che è la carica della bottiglia; la somma aritmetica invece è $c\, v_0 \frac{1 + e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}$, che è sempre $> c\, v_0$. Se quindi si nota la deviazione del galvanometro, di cui si conosca il coefficiente di riduzione, e se si misura $c\, v_0$ con un secondo galvanometro introdotto nel ramo non sdoppiato del circuito, si ha una relazione che contiene d' incognito soltanto λ, che si può quindi determinare. Quando ne sia il caso, de-

vesi peraltro tener conto della carica residua della bottiglia; ed è da avvertire che la presenza della scintilla, che è necessaria con questo metodo, si assume come equivalente ad una resistenza addizionale e non ad una forza elettromotrice. Le esperienze fatte con questo metodo possono servire a riconoscere se quest' ipotesi è vera.

L' A. non ha potuto determinar λ con esattezza, perchè le valvole elettriche che adoprò non funzionavano regolarmente. Si riserva di comunicare in seguito altre applicazioni dello stesso metodo.

A. Koepsel. *Determinazione della costante per la rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione della luce del sodio nel solfuro di carbonio.* — Le esperienze sono state fatte con un polarimetro a penombra di Lippich, fatto costruire appositamente dall' Helmholtz. Il tubo destinato al solfuro di carbonio è di ottone, lungo 1 m. ed è circondato da un altro tubo a guisa di manicotto, nel quale può farsi circolare dell' acqua. Avvolgendo il manicotto con ovatta, avendo cura che l' acqua avesse la temperatura della stanza e difendendo l' apparecchio dalle radiazioni della lampada potevano evitarsi le influenze perturbatrici delle variazioni di temperatura nel solfuro di carbonio, e il campo del polarimetro restava ben nitido per tutta la durata dell' esperienza.

Il polarimetro permetteva la lettura dei centesimi di grado; l' intensità della corrente fu determinata col voltametro a argento; e tenendo conto della correzione dovuta alla lunghezza limitata del tubo e all' influenza della temperatura, fu trovata per la rotazione α che nel solfuro di carbonio a 18° c. risente un raggio polarizzato di luce gialla (D) per l' unità di campo magnetico, il valore

$$\alpha = 0{,}0419913' \pm 0{,}0000078.$$

Lord Rayleigh aveva trovato, a 18°

$$\alpha = 0{,}042002.$$

L' A. fa notare che la rotazione anzidetta potrebbe, con le cautele accennate, essere adoperata per la determinazione dell' intensità delle correnti, anche assai piccole, in misura assoluta. Fa anche osservare che l' uso del voltametro a argento dà resultati più sicuri a basse temperature, che alla temperatura ordinaria; perchè a bassa temperatura il deposito d' argento è compatto, e non si corre rischio di perdere dei cristallini d' argento nel lavare il crogiolo di platino.

12. — J. Fink. *Influenza della pressione sulla resistenza elettrica degli elettroliti.* — Le esperienze furon fatte con una pompa Cailletet su i tre elettroliti $NaCl$, HCl e $ZnSo_4$. Il me-

todo usato per la determinazione delle resistenze fu quello di Kohlrausch col telefono.

Esperienze preliminari mostrarono che la diminuzione di volume del recipiente, il calore dovuto alla compressione e l'eventuale polarizzazione degli elettrodi non avevano influenza sensibile sui resultati. Le pressioni ordinariamente esercitate giungevano fino a 500 atmosfere, e le misure della resistenza si facevano ogni 100 atm. I resultati ottenuti sono i seguenti:

La resistenza delle soluzioni saline degli elettroliti suindicati, e anche quella dell'acqua acidulata, varia colla pressione, e cioè quasi proporzionalmente all'aumento di pressione fino a 300 atm.; al disopra varia meno della pressione, ma è da notare che questa divergenza potrebbe dipendere dalla imperfetta graduazione del manometro metallico unito alla pompa. La resistenza dei tre elettroliti HCl, Na Cl e $Zn\,SO_4$, tanto a 0° che a 18° in soluzioni diluite, diminuisce col crescere della pressione; ma la diminuzione si fa sempre meno sensibile col crescere della densità della soluzione. Una soluzione di Na Cl, al 22 °/₀, non cambia di resistenza al cambiare della pressione, tanto a 0° che a 18°. Soluzioni più ricche aumentano la resistenza al crescere della pressione.

Le variazioni sopra indicate divengono meno sensibili al crescere della temperatura.

E. Edlund. *Sulla resistenza al passaggio dell' elettricità nell' arco voltaico.* — Dal confronto dei propri resultati sul valore della resistenza dell' arco voltaico con quelli ottenuti da Frölich, da Peuckert e ultimamente da v. Lang, l' A. conclude che la resistenza al passaggio, supposto da Frölich, non esiste; ma che la parte di resistenza che non dipende dalla lunghezza dell' arco è dovuta ad una forza controelettromotrice, del valore approssimativo di 39 volta.

K. Wesendonck. *Fluorescenza del rosso di naftalina.* — Secondo Lommel il rosso di naftalina mostrava un caso di eccezione alla legge di Stokes, dacchè con esso dai raggi gialli e rosso-ranciati se ne avevano per fluorescenza dei più rifrangibili. Contro questa eccezione Hagenbach aveva sollevato il dubbio che i raggi di minor refrangibilità fossero dovuti alla presenza di una certa quantità di luce diffusa nella luce omogenea eccitante; ma l'A. con nuove esperienze ha costatato che tale spiegazione non è accettabile, e che nello spettro della luce emessa per fluorescenza dal rosso di naftalina si hanno effettivamente dei raggi più rifrangibili di quelli eccitatori.

H. W. Vogel. *Relazione fra l' assorbimento delle sostanze coloranti e la loro azione sensibilizzatrice sul bromuro di argento.* — Sono alcune osservazioni sul soggetto indicato, che l' A. fa a pro-

posito delle esperienze del Messerschmitt, riassunte nel fascicolo precedente di questo Giornale.

G. Kötschau. *Studi sul movimento dei liquidi.* — In questo lavoro viene studiato il caso dell' incontro di un raggio liquido con un corpo solido immerso nella massa liquida, nonchè il contegno di più raggi che effluiscono contemporaneamente. L' apparecchio usato per le ricerche è simile a quello che servì all' Oberbeck (*Wied. Ann.* 2-1877) dai lavori del quale l' A. ha preso il soggetto di questi studi.

F. Himstedt. *Determinazione dell' Ohm.* — L' A. comunica i dettagli delle esperienze eseguite, col metodo stesso usato dal Prof. Roiti, per determinare il valore dell'ohm. Per interrompere il circuito inducente adoprò la ruota fonica, che gli funzionava in modo da aver deviazioni assolutamente costanti al galvanometro.

Come media di 66 determinazioni l' A. trovò

$$1 \text{ U. S.} = 0{,}94356 \text{ ohm}$$

ossia

$$1 \text{ ohm} = 105{,}98 \frac{c \, . \, m}{m \, . \, m^2} \text{ Hg a } 0^0 \, .$$

La differenza massima fra i valori trovati fu 0,00057.

W. B. Brace. *Sulla rotazione magnetica del piano di polarizzazione, e su alcuni casi speciali della refrazione.* — Scopo di queste ricerche fu di determinare la natura dell' azione faradica nella rotazione suindicata. È ritenuto generalmente che essa rotazione sia dovuta ad un cambiamento dell' indice di refrazione, determinato dalla tensione magnetica nel mezzo attraversato dalla luce. L' indice di refrazione potrebbe cambiare sia per un cambiamento nella velocità di propagazione dei due raggi circolari che compongono il raggio polarizzato linearmente, sia per un cambiamento relativo delle loro fasi di vibrazione. Quantunque l' azione del campo magnetico sia molto debole, sembrò possibile all' A. di constatare sperimentalmente o il cambiamento della fase o quello della velocità di propagazione di un raggio polarizzato circolarmente che attraversi un campo magnetico.

Per questo scopo si servì dapprima di un refrattometro interferenziale di Jamin. Su una delle lastre del refrattometro incideva un raggio di luce, polarizzato circolarmente per mezzo di un nicol e di una mica di $^1/_4$ d' onda; i due raggi ottenuti col refrattometro attraversavano parallelamente alle linee di forza un campo magnetico ottenuto con un elettromagnete, coi poli distanti fra loro 50 mm. Ciascuno dei due raggi ottenuti dalla prima lastra del refrattometro, prima di giungere alla seconda lastra passava

attraverso un prisma di vetro pesante di Faraday: uno dei prismi era fra mezzo ai due poli, l'altro era fuori dell'influenza dell'elettromagnete. La distanza focale fra le frange d'interferenza era osservata con un micrometro, e l'A. costatò che ad ogni chiusura del circuito dell'elettromagnete, quelle frange si spostavano. Cambiando la direzione delle vibrazioni del raggio circolare, e lasciando inalterata la direzione delle linee di forza, lo spostamento cambia segno, e ciò mostra che raggi destrorsi e raggi sinistrorsi sono influenzati oppostamente in uno stesso campo magnetico.

Questo resultato non fa tuttavia conoscere se la variazione, cui è dovuto lo spostamento delle frange, sia nella velocità di propagazione o nella fase. La direzione dello spostamento delle frange mostrerebbe un ritardo nella velocità di propagazione per i raggi circolari diretti come le correnti amperiane; se quindi la velocità di propagazione rimanesse costante, la fase ne dovrebbe esser accelerata.

Per decidere quale delle due azioni abbia luogo effettivamente, il Brace notò che se di un raggio polarizzato circolarmente si potesse cambiare, in un modo qualunque, e su una data superficie, la direzione delle vibrazioni, al di là di quella superficie sarebbe cambiata anche la sua velocità di propagazione. Di questo fatto si servì già Fresnel col suo doppio prisma di quarzo; ma fra le sostanze che possiedono poter rotatorio magnetico non ve ne sono che faccian ruotare in direzioni opposte il piano di polarizzazione e abbiano uno stesso indice di refrazione. Opportune ricerche sulla refrazione hanno tuttavia mostrato all'A. che esistono dei casi in cui una sostanza birefrangente può deviare la luce senza dar luogo a due raggi rifratti, anche per incidenze non parallele all'asse ottico; e che se un raggio circolare attraversa una di queste sostanze in una direzione in cui non è birefratto, una delle vibrazioni componenti subisce un ritardo rispetto all'altra. Se la sostanza è terminata da facce piane parallele, per ragione di simmetria il raggio, che non è stato birefratto all'ingresso, resterà unico anche all'uscita dalla lastra.

Una lastra di spato d'Islanda, tagliata in modo che servisse a questo scopo, fu posta fra due prismi di vetro analoghi ai prismi di Fresnel, e furono disposte le cose in modo che i raggi luminosi ottenuti da una fenditura illuminata formassero, dopo aver attraversato il sistema ottico posto nella regione più intensa del campo determinato dall'elettromagnete, una sola immagine. Eccitando l'elettromagnete con correnti assai intense (fino a 43 ampère) non fu potuto notare nessuno sdoppiamento dell'immagine, sia che la luce adoperata fosse naturale, sia che fosse comunque polarizzata.

Una delle difficoltà del metodo precedente consiste nel poter disporre nel campo magnetico soltanto una piccola porzione dello spato. Ma dalle leggi della refrazione ordinaria si rileva facilmente che se dopo la refrazione il raggio luminoso fa colla normale un angolo molto prossimo a 90°, una piccola variazione dell' indice di refrazione porterebbe un grandissimo cambiamento nel valore dell' angolo di refrazione. Perciò fu costruito un prisma con vetro di Faraday, e fu posto fra i poli dell' elettromagnete in modo che il fascio luminoso si trovasse tutto nella regione più intensa del campo; ma nemmeno in questo modo fu possibile riscontrare un cambiamento nel valore dell' indice di refrazione.

L' A. avverte che Righi e Becquerel avevano già osservato uno spostamento delle frange quando i raggi che dovevano interferire attraversavano un mezzo situato in un campo magnetico, e che Bravais aveva notato che non sempre la luce è birefratta dai mezzi birefrangenti.

G. STERN. *Sulla posizione dei collettori nelle macchine dinamoelettriche.* — La parte matematica di questo lavoro si fonda sulla teoria delle dinamo stabilita dal Clausius, e mentre questa non considera che il caso in cui la linea di contatto dei collettori sia perpendicolare all' asse degli elettromagneti fissi, l' A. cerca quali modificazioni le formule del Clausius subiscono, quando tal linea di contatto faccia un angolo ϕ con l' asse degli induttori. Egli trova che la miglior posizione dei collettori, per un' intensità arbitraria i della corrente, è quella in cui il valore di ϕ è tale che la resultante dei momenti inducenti sia perpendicolare alla linea di contatto dei collettori. Dimostra poi che la posizione dei collettori influisce sul valore del potenziale che l' anello Pacinotti esercita su se stesso.

L' A. fece anche alcune esperienze con una dinamo, e trovò che la posizione dei collettori, per ugual numero di giri al secondo dell' induttore, non dipende dalla resistenza. L' angolo ϕ pel massimo effetto dipende invece dal numero v dei giri, ed egli trovò che propriamente la dipendenza fra ϕ e v può esser rappresentata da una retta.

E. MACH e J. WENTZEL. *Contribuzioni alla teoria delle esplosioni.* — Sono descritte alcune esperienze fatte col fulminato d' argento. Da una d' esse resulta che quando il fulminato esplode su un pezzo di carta posato su una tavola, la carta apparisce rigonfiata verso l' alto, ciò che indica una reazione della tavola all' urto che riceve dall' esplosione. L' esperienza riesce anche nel vuoto, e quindi non può supporsi che si abbia a che fare con un ostacolo opposto dall' aria allo svolgimento dei gas dalla sostanza esplosiva. Gli A. ritengono che tutte le singolarità di questi fe-

nomeni dipendano dalla grande velocità dell' esplosione, che pel fulminato d' argento, con un' esperienza assai semplice, hanno trovato essere compresa fra 1700 e 2000 metri al secondo.

K. L. BAUER. *Apparecchio per dimostrare che l' elettricità si porta soltanto alla superficie dei conduttori.* — Un sostegno isolante porta un disco circolare A di ottone, sul quale è fissato concentricamente un disco più stretto di ebanite. Una mezza sfera cava di ottone B, chiusa da un piano pure di ottone, si appoggia sul disco di ebanite: il diametro della sfera è alquanto minore di quello del disco di ebanite. Ad un altro sostegno isolante è fissato un emisfero cavo di ottone C, che può appoggiarsi sul disco A in modo da racchiudere entro di sè la mezza sfera B, che ne resta del tutto isolata. Nell' interno dell' emisfero C v' ha una molla metallica che può manovrarsi dal di fuori con un manubrio di ebanite e con la quale si può stabilire un momentaneo contatto fra le due mezze sfere. È facile capire che se dopo di aver caricato la semisfera B, la si ricopre con l' emisfero C e si stabilisce il contatto, il coperchio C, prende insieme col disco A, tutta la carica di B; e quindi mentre C manifesta segni elettrici, non se ne hanno più dalla semisfera B se si avverte di toccare colla mano il disco A dopo che se ne è allontanato il coperchio C.

Philosophical Mag. Vol. XX, 1885.

122. — L. B. FLETCHER. *Determinazione dell' unità B. A. di resistenza, per mezzo dell' equivalente meccanico del calore.* — Il piano generale delle ricerche fu indicato all' A. dal Rowland, e la novità del metodo consiste nell' eliminare l' errore che può risultare dalla differenza fra la temperatura del filo percorso da corrente e quella del calorimetro, e che non si può valutare direttamente.

È noto che se una corrente c percorre per un tempo t un filo di resistenza R svolge una quantità h di calore data da $h = c^2 Rt/J$, ove J è l' equivalente meccanico del calore. Se R è misurato in unità B. A., p. es., misurando h col calorimetro e c col galvanometro l' equazione precedente fornisce una relazione fra quell' unità e J. In queste ricerche la R fu misurata, mentre era percorsa dalla corrente c, congiungendone le estremità con quelle di un altro filo di grandissima resistenza R', e misurando la corrente c' che passava in quest' ultimo. Con questa disposizione si aveva $R = c'R'/c$, e quindi $J = \frac{cc'R't}{h}$. Non comparendo qui la R, è eliminato affatto l' errore suaccennato che si aveva nelle ricerche precedenti di questo genere.

Il filo che rappresentava la resistenza R era di platino-iridio, della resistenza 1,8 ohm circa. Dal calorimetro in cui era immerso partivano due circuiti: uno, di piccola resistenza, conteneva la pila, l' altro rappresentava la resistenza R'. Nel primo circuito era inclusa una bussola delle tangenti, formata con una sola spira circolare del diametro di 80 cm.; il secondo formava il rocchetto di una bussola dei seni, concentrica alla precedente. Un solo ago distante 1 cm. dal piano della spira anzidetta, serviva così per le due bussole; e se G e G' sono le loro costanti, H l'intensità orizzontale del magnetismo terrestre, θ e θ' le deviazioni dell' ago quando le correnti c e c' percorrevano le due bussole in uno stesso senso o in sensi contrari, ciò che si poteva ottenere con opportuni commutatori, si avevano le relazioni:

$$G c \cos\theta + G'c' = H \operatorname{sen}\theta$$

$$G c \cos\theta' - G'c' = H \operatorname{sen}\theta'.$$

Se l è la lunghezza del filo che forma la spira della bussola delle tangenti, b la distanza dell' ago dal suo piano, si ha per G il valore $G = 4\pi^2/l(1 + 6\pi^2 b^2/l)$; e ricavando c e c' dalle relazioni precedenti e sostituendo si ha

$$J = \frac{R' l \left(1 + \frac{6\pi b^2}{l^2}\right)}{4\pi^2 G'} \frac{H^2 t}{h} \frac{\operatorname{tag}\frac{1}{2}(\theta+\theta') \operatorname{sen}\frac{1}{2}(\theta-\theta')}{\cos\frac{1}{2}(\theta+\theta')} .$$

Il valore di G' fu determinato dal Rowland durante la costruzione del rocchetto, e col confronto con altro rocchetto. La resistenza R'' fu misurata con un ponte Jenkin, prendendo per campione di resistenza prima un rocchetto di 10 ohm costruito da Warden, Muirhead e Clarke, poi uno della Casa Elliot, e fu trovato R' = 30052 a 22°,3. Per misurare H, il cerchio della bussola delle tangenti portava altri 4 fili più sottili, che potevano unirsi colla batteria e con un elettrodinamometro in tutte le combinazioni possibili di segno delle correnti che circolavano nel galvanometro e nell' elettrodinamometro. Si aveva così

$$H = \frac{4\pi^2 n C \sqrt{I}\left(1 - 6\frac{\pi^2 b'^2}{l^2}\right)}{l'} \frac{\sqrt{\operatorname{sen}\alpha}}{T \operatorname{tag}\phi} .$$

ove C è una funzione delle dimensioni dell' elettrodinamometro, I il momento d' inerzia del rocchetto mobile, n il numero dei giri del filo del galvanometro, l' la lunghezza media di un giro, b' la distanza media del suo piano dall' ago, T la durata di oscillazione del rocchetto, α e ϕ le deviazioni dell' elettrodinamometro e del

galvanometro. Il valore di $C\sqrt{I}$ fu trovato con opportune misure ed esperienze fatte con i soliti metodi.

Come resultato finale delle sue esperienze l' A. trovò J = 42068000 × valore dell' unità B.A espressa in unità assolute. Prendendo per J il valore 41664000 dato da Rowland, ne resulta

$$1 \text{ B.A} = 0{,}9904 \text{ ohm}.$$

J. A. Groshans. *Su una nuova legge analoga a quelle di Avogadro e Ampère e di Dulong e Petit.* — Paragonando i punti di ebullizione e le densità delle varie sostanze con la loro composizione atomica, l' A. ha trovato una legge, analoga a quelle su mentovate, e che ha chiamato la legge dei « numeri di densità ». Questi numeri formano una nuova classe di costanti, che hanno le seguenti proprietà: essi sono numeri interi; ogni elemento ne possiede uno facilmente determinabile, ma due o più elementi possono avere lo stesso numero; essi crescono, ma non proporzionalmente, col peso atomico degli elementi. La legge indicata può formularsi così: « Le densità delle sostanze sono proporzionali ai loro numeri di densità ». Nella seguente tabella sono riportati i numeri di densità di 49 elementi.

C	1	Li	2	B*	3	F	4	Mg	5
H	1	Be	2	N	3	Na	4	K	5
O	1	S	2	P	3	Al	4		
						Si	4		
						Cl	4	Ca	7
V*	8	Cr	9	Ni	11	Sr	13	Zr	14
As	8	Mn	9	Co	11	Nb*	13	Sn	14
Se	8	Fe	9	Cu	11	Sb	13	Te	14
		Br	9	Zn	11			I	14
				Rb*	11				
Pd*	16	Mo	17	Ba	19	Ta*	23	Hg	26
Ag	16	Cs	17			Bi*	23	Tl*	26
Cd	16			W*	29				
				Pt*	29				
				Pb	29				

I numeri segnati * sono probabili, ma non certi.

Il numero di densità di un corpo composto è la somma dei numeri di densità dei costituenti, avvertendo di prender ciascun numero tante volte quanti sono gli atomi dell' elemento corrispondente che entrano nella molecola.

Ciò stabilito, se si considerano due composti organici simili $C_p H_q O_r$, $C_{p'} H_{q'} O_{r'}$, se si pone $p + q + r = n$, $p' + q' + r' = n'$, e se si chiamano δ e δ' le densità respettive, si trova:

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{n}{n'} \text{ ossia } \frac{n}{\delta} = \frac{n'}{\delta'} = \text{costante} = k\,,$$

che è una relazione analoga a quella di Avogadro, o più propriamente a quella di Dulong e Petit, perchè la costante k differisce per i vari gruppi di composti.

Come per i composti organici, anche per i sali inorganici simili, per es. per i cloruri metallici idrati, per i solfati, ecc. vale la relazione $B/\delta = k$, ove B è la somma dei numeri di densità degli atomi che compongono il sale di cui δ è la densità, e k è costante per ciascun gruppo di sali.

Questa legge può essere applicata ai punti di ebollizione. Sia s, in gradi c. il punto di ebollizione, D_s la densità del vapore a quella temperatura e alla pressione di 760 mm.; ponendo $T = 273 + s$ la legge di Avogadro e Gay-Lussac può scriversi

$$\frac{D_s}{D'_{s'}} = \frac{a}{a'}\,\frac{T'}{T}\,,$$

ove a e a' sono i pesi molecolari delle due sostanze confrontate fra loro. D' altra parte la legge dei numeri di densità fornisce la relazione

$$\frac{D_s}{D'_{s'}} = \frac{B}{B'}\,;$$

quindi si avrà

$$\frac{TB}{a} = \text{costante.}$$

L' A. riporta molti esempi in cui questa relazione trovasi verificata.

Nel caso di composti organici, ponendo $p + q + r = n$, l' A. osserva che si può porre

$$\frac{Tn}{a} = 27{,}8\sqrt{x}$$

ove in generale x si ottiene aggiungendo l' unità al numero dei gruppi CH_2 contenuto nel composto considerato. Per l' acqua devesi porre $x = 5$.

Dalla relazione precedente si ha, pel punto di ebullizione:

$$T = 273 + s = \frac{a}{n}\,27{,}8\sqrt{x}\,,$$

e l' A. mostra come i resultati sperimentali confermino questa legge, e dà alcune tabelle in cui si contengono i valori di x per molte serie di composti organici.

Per altre applicazioni rimandiamo alla memoria originale.

H. F. Newall. *Sull' urto delle vene liquide.* — Se due getti d' acqua, che escono da due diversi recipienti e da due aperture orizzontali simili, si fanno incontrare fra loro sotto piccolissimo angolo, restano separati fra loro e sono isolati elettricamente l'uno dall' altro. Lord Rayleigh, che studiò questo fenomeno, vide che le due vene si uniscono se i due recipienti si mettono in comunicazione con i poli di una batteria voltaica, e spiegò questo fatto coll' ipotesi che le due vene funzionino come le armature di un condensatore, e si attirino perciò reciprocamente.

L' A. ha notato che fra le due vene si formano degli anelli colorati analoghi a quelli di Newton, dalla cui colorazione si può argomentare dello spessore dello strato interposto, che egli suppone d' aria. Variando la differenza di potenziale fra i due recipienti, se fosse vera l' ipotesi di Lord Rayleigh, dovrebbe cambiar lo spessore dello strato e quindi il colore degli anelli. Dalle esperienze fatte dall' A., ciò non resulta verificato.

J. W. Clark. *Su alcuni casi di decomposizione elettrolitica.* — Faraday credeva che il cloruro e l'ioduro di mercurio conducessero metallicamente l' elettricità quando sono fusi, mentre Beetz asserì di aver osservato una decomposizione elettrolitica del ioduro mercurico e attribuì la conducibilità apparente senza scomposizione alla ricombinazione degli elementi separati dalla corrente. L' A. mostra che l' ioduro mercurico, scaldato in un bagno d' olio, conduce elettroliticamente. Al catodo si forma ioduro mercuroso; l' iodo si scioglie, con l' ioduro mercuroso, nell' ioduro mercurico, talchè è difficile ottener l' iodo libero. Analogamente accade per il cloruro mercurico.

Detto. *Determinazione della capacità calorifica di un termometro.* — Il volume V_1 del mercurio contenuto in un termometro è dato da

$$V_1 = \frac{V(S - S_2)}{S_1 - S_2},$$

ove V è il volume totale del termometro, S, S_1, S_2 sono i pesi specifici del termometro, del vetro che lo forma e del mercurio respettivamente. Il peso specifico medio dei vetri che servono per i termometri si può prendere uguale a 3,199 per i vetri con piombo, e a 2,512 per quelli con soda. È facile riconoscere di quale specie di vetro sia fatto un termometro: immergendone la punta in una fiamma Bunsen, il vetro con piombo annerisce, quello con soda colora in giallo la fiamma.

Il volume totale V_3 della parte del termometro che è immersa in un calorimetro per es., si può ottenere pesando il termometro nell' aria e quando pesca nell' acqua fino al punto di immersione nel calorimetro. Il volume V_2 del vetro immerso nell' acqua del calorimetro sarà allora

$$V_2 = V_3 - V_1 .$$

Si vede da ciò che precede come conoscendo i calorici e i pesi specifici del vetro e del mercurio, si possa avere esattamente l'equivalente in acqua della porzione immersa del termometro.

Un altro metodo di valutare il peso del mercurio contenuto nel termometro si può usare quando si conosca il diametro del tubo capillare; perchè allora tal peso è dato da

$$w = 13{,}6\, al \left(\frac{1}{\alpha t} + 1\right)$$

ove a è l' aria della sezione del tubo, l è la lunghezza in c. m. di 100 gradi della scala, α il coefficiente di dilatazione apparente del mercurio, t la temperatura dell' esperienza. Per il vetro con piombo si può prendere $\alpha = 0{,}000155$ e per quello con soda $\alpha = 0{,}0001586$. La quantità del vetro immerso si determina col metodo precedente.

A. M. Worthington. *Su un errore contenuto nel metodo del* prof. Quincke *per calcolare la tensione superficiale dalle dimensioni delle goccie.* — I resultati ottenuti dal Quincke colle misure delle goccie liquide forniscono, per la tensione superficiale, dei valori maggiori di quelli ottenuti coi tubi capillari, e il Quincke attribuì quella differenza al non essere nullo l' angolo di capillarità. Nel metodo seguito per dedurre le tensioni superficiali delle goccie, il Quincke ammette che nella nota equazione delle superficie liquide

$$T\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = Dz$$

si possa porre per le goccie $\frac{1}{R'} = 0$. L' A. mostra che l' errore che così si commette non è trascurabile, e che anzi raggiunge spesso il 10 % del valore trovato; il quale, così corretto, non differisce sensibilmente da quello ottenuto coi tubi capillari. Per la correzione da farsi occorre trovare il valore dell' integrale

$$\int_0^{K-k} \frac{T\,dz}{K'} ,$$

ove K è la massima altezza della goccia e k la distanza della sezione orizzontale massima dal piano su cui posa la goccia. Quel-

l'integrale trovasi calcolato nella *Méc. cél.* di Laplace e nella *Théorie de la Capill.* del Mathieu, nell'ipotesi che l'altezza della goccia sia trascurabile di fronte alle sue dimensioni orizzontali. Per questo motivo l'A. ha fatto le correzioni indicate per una parte soltanto dei resultati ottenuti dal Quincke.

O. Lodge. *Le linee di corrente degli anelli vorticosi mobili.* — Oggetto della memoria è di illustrare alcune tavole, ottenute supponendo dotati di moto uniforme gli anelli vorticosi le cui linee di corrente, pel caso dei vortici stazionari, si trovano disegnate nel Maxwell (*Electr. and Mag.* vol. II. tav. 18). Le figure ottenute posson rappresentare anche le linee d'induzione magnetica dovuta ad un anello circolare percorso da corrente e mobile, in un campo magnetico uniforme, colle sue linee opposte a quelle che si trovano nell'interno dell'anello. Le prime due figure si riferiscono a uno stesso caso di movimento degli anelli vorticosi, e differiscono l'una dall'altra soltanto per il diverso valore del rapporto fra la velocità di propagazione e quella dei vortici; la 3ª rappresenta il moto di un anello in un fluido molto vischioso; la 4ª e la 5ª rappresentano il moto obliquo di un vortice. L'A. si riserva di pubblicare altri studi su questo soggetto.

E. Semmola. *Intorno a' suoni eccitati in una lamina o in una corda dalle scariche elettriche laceranti.* — (*Ann. del R. Istituto Tecnico e Nautico di Napoli* 1884). — È noto che l'azione intermittente, della corrente elettrica, del magnetismo, del calore, eccitano nei corpi vibrazioni sonore. Ispirandosi a questi fatti l'A. ha cercato se anche l'azione discontinua delle scariche elettriche laceranti fosse capace di produrre gli stessi effetti, ed è riuscito ad ottenere dei suoni da una lamina o da una corda, sia colla scarica diretta, sia per la scarica d'influsso.

Due punti diametrali del contorno di un disco circolare di ottone isolato ($^1/_2$ mm. di spessore), sono posti in comunicazione con i due conduttori di una macchina Holtz, in modo da chiuderne il circuito, salvo una piccola interruzione lasciata in vicinanza dell'elettromotore per ottenerne delle scariche intermittenti. La lamina è fissata alla bocca di un imbuto o collettore di ebanite che si continua con un tubo porta-voce, e termina con un cornetto acustico. Facendo funzionare la macchina, in modo da avere delle scariche frequenti nel punto d'interruzione, e ponendo l'orecchio al cornetto acustico si sente un suono continuo.

Per dissipare il sospetto che una trasmissione acustica dello scoppiettio delle scintille fosse la causa di quel suono, l'A. cimenta ingegnosamente il fenomeno con varie esperienze. Così p. es. al filo di ritorno sostituisce il suolo, e allo scoppiettio delle

scintille, il suono di una ruota dentata di Savart, inserita sul circuito, sul cui contorno striscia uno dei reofori. Quantunque il suono della ruota sia maggiore di quello prodotto dalle scintille non si avverte nessuna trasmissione acustica alla lamina, perciò l' A. ne conclude che il suono percepito nella prima esperienza era dovuto unicamente ad un movimento molecolare della massa del disco dalle scariche elettriche che lo attraversano. È singolare che la lamina cospersa con polvere, anche di licopodio, non presenta nessuna traccia di linee nodali. I suoni così eccitati rassomigliano un poco a quelli della sirena, ovvero a quelli di un interruttore Froment, e crescono in acutezza coll' aumentare la frequenza delle scintille.

Se si pone a pochi millimetri di distanza dalla lamina circolare un'altra lamina, eguale, parallela, isolata e fissata alla estremità del tubo sonoro, si ascolta pure un suono, quando si fa agire la Holtz, prodotto dalle scariche indotte nella lamina. Ponendo la lamina in comunicazione col suolo, il suono è più forte, aumenta con l' interporre una lamina di vetro, e decresce rapidamente coll' allontanare la lastra indotta dall' inducente.

Collo stesso metodo si possono aver suoni dalle corde, quando siano montate sopra un sonometro, e si appoggi la bocca del collettore acustico sul fondo superiore della cassa sonora.

Delle particolarità che possono presentare questi suoni, l' A. si riserba di farne ulteriori ricerche adoprando un microtelefono.

La elettrolisi secondaria. Nuove ricerche per E. SEMMOLA. — (*Ann. del R. Istituto tecn. e naut. di Napoli* 1885). — Quando in un voltametro s' immerge un filo conduttore e si dispone fra i due elettrodi nel senso della linea che li unisce, si ha l' elettrolisi del liquido anche alle estremità del conduttore immerso. A questa elettrolisi speciale l' A. dà il nome di « *elettrolisi secondaria* » per distinguerla dall' altra che si manifesta sugli elettrodi principali; e chiama *elettrodo secondario* o terzo elettrodo il conduttore immerso. — Oggetto dell' A. è stato lo studio delle particolarità che presenta il fenomeno nelle diverse condizioni, e la ragione di tale elettrolisi secondaria.

Questa si presenta assai intensa con sei, o sette Bunsen quando il conduttore immerso è di un metallo ossidabile come zinco, rame ecc. In questo caso però non si ha sviluppo gassoso d' idrogeno che all' estremità volta verso l' anodo. Con elettrodi secondari di oro e d' argento avviene lo stesso, ma l' elettrolisi secondaria, e molto debole. Con elettrodo di platino e con una pila di sei Bunsen non si ha nulla, ma se la pila conta una diecina di elementi allora si ha un tenue sviluppo alle due estremità respettivamente, d' idrogeno e di ossigeno nel rapporto 2 : 1.

L' A. dà alcune cifre per delimitare l' importanza del fenomeno. Con sette Bunsen, modello medio, armato in tensione, con acqua del voltametro acidulato a $^1/_{20}$, si ha in 1', sull' elettrodo negativo principale 6,2 cm^3, e contemporaneamente su quello secondario circa 1 se di zinco, 0,6 se di rame, 0,1 se di argento. Lo sviluppo gassoso all' estremità dell' elettrodo secondario non è a scapito di quella sugli elettrodi principali, per cui la somma della intera produzione gassosa è maggiore di quella che si otterrebbe collo stesso elettromotore, senza l' elettrodo secondario.

La posizione del conduttore ha grande influenza sull' intensità della elettrolisi secondaria, questa è massima se è situato sulla linea assiale congiungente gli elettrodi principali ed è minima o quasi nulla se si trova sopra una linea equatoriale. Così pure la conducibilità dell' elettrolite e l' intensità della corrente modificano quella della elettrolisi secondaria.

L' A. spiega il fenomeno e le sue particolarità considerandolo come un effetto di una derivata della corrente principale attraverso il conduttore secondario, la quale, mentre di suo non darebbe elettrolisi o ne darebbe appena traccie, traversando un conduttore ossidabile ne esalta l' affinità chimica e provoca la decomposizione dell' acqua.

L' A. si propone di estendere queste ricerche con altri elettroliti e di studiare se questo fenomeno può essere utilizzato nella galvanoplastica.

A. Marianini. *Sopra una maniera di spiegare un fenomeno di magnetismo.* — Il fenomeno in questione è il seguente, scoperto dal prof. Righi, la maggior rapidità della invasione della corrente in un' elica di filo di rame, cagiona in un cilindro di ferro posto entro la medesima, un maggior magnetismo permanente, e la maggior rapidità della cessazione della corrente è causa di minor magnetismo permanente. L' A. lo spiega colle correnti circolari d' induzione che nascano nel nucleo di ferro, e crede la sua spiegazione preferibile a quella dell' attrito molecolare. In appoggio della sua teoria cita il fatto che quando il nucleo è formato di un fascio di fili di ferro il fenomeno non avviene.

A. Riccò. *Sulla frequenza delle inversioni della riga coronale e delle b nella cromosfera dal 1871 al 1886 e relazione colla frequenza delle macchie solari.* — (*Mem. della Soc. degli Spett. Ital.* 1886). — L' A. continuando le osservazioni spettroscopiche solari del prof. Tacchini, nell' osservatorio di Palermo, ha riscontrato che le inversioni della coronale e delle *b*, che fino al 1878 erano state assai frequenti e brillanti, alla fine del 1879 furono dall' A. trovate scarsissime e assai deboli, e persisterono tali fino a circa la metà del 1881, poi si fecero d' un tratto frequenti quasi quanto

lo erano nell' epoca del massimo, ma nell' ottobre divenne di nuovo scarso e nell' ultimo trimestre del 1881 e dopo fino al 1885 diventò e si mantenne rarissimo e debole. L' A. confronta queste variazioni, con quelle delle macchie solari, e ne conclude che la relazione fra quei due fenomeni può essere interpetrata in due modi: o i massimi e i minimi delle inversioni si producono rapidamente 2 o 3 anni dopo quelli delle macchie, e persistono dopo di essi, per 6 o 7 anni; o coincidono all' incirca con quelli delle macchie. Solo le osservazioni future potranno decidere quale delle due supposizioni sia la vera.

R. Weber. *Rappresentazioni per proiezione delle vibrazioni longitudinali e trasversali* — (*Bull. de la Soc. des Sc. Nat. de Neuchatel*, 1883). — L' ingegnosa disposizione è basata su questo fatto. Se davanti ad una lastra di vetro sul quale e tracciata una serie di linee parallele trasparenti ed opache si fa scorrere un' altra lastra di vetro opaca, sulla quale sia lasciata trasparente una sinusoide (la direzione del moto e l' asse della sinusoide essendo normali ai tratti della lastra fissa) e si proietta il sistema si produce per illusione l' impressione di una vibrazione trasversale.

L' apparecchio consta di cinque quadri mercè i quali si può proiettare la propagazione delle onde trasversali e longitudinali, e il fenomeno delle interferenze acustiche nelle loro differenti fasi. I quadri si possono adottare a tutti gli apparecchi di proiezione.

G. Foussereau. *Sulla resistenza elettrica dell' alcool*. — (*Journal de Phys*, 1885). — L' A. trova che la conducibilità dell' alcool viene fortemente modificata dall' aggiunta di tracce inapprezzabili di sali e di acidi. Basta aggiungere all' alcool qualche dieci millionesimi di sostanza salina, acida, o basica per raddoppiarne la conducibilità.

Ciò spiega le variazioni di conducibilità dell' alcool contenuto in vasi di vetro le cui pareti forniscono sempre tracce di materie solubili. Secondo l' esperienze dell' A. i migliori recipienti per conservare l' alcool sono quelli di porcellana, e specialmente quelli senza vernice. Il più grande valore per la resistenza assoluta dell' alcool, ottenuto dall' A. fu di 7^{meg}.031. L' aumento di temperatura fa diminuire la resistenza, ma per l' alcool non si verifica la legge notata da Grossmann per le soluzioni saline, (e dall' A. per l' acqua e diversi sali fusi), cioè che la resistenza elettrica alle diverse temperature varia proporzionalmente al coefficiente d' attrito interno.

Bazzi.



NUOVO METODO PER RIPORTARE SU GELATINA LE INCISIONI A INCHIOSTRO TIPOGRAFICO; D.r E. BAZZI.

Per quanto mi consta, credo nuovo il seguente processo che dà resultati soddisfacentissimi.

Sopra una lastra di vetro si versi calda la soluzione:

Gelatina	10
Glicerina	10
Zucchero	10
Acqua	30 ,

s'inclini e si lasci raffreddare in modo da lasciare sulla lastra una pellicola gelatinosa. Dopo 10-20 minuti, si stenda con pennello su questa uno strato di inchiostro di China, in modo che la superficie presenti quel riflesso metallico proprio dell'inchiostro di China. Uno strato simile di tale inchiostro si stenda sulla incisione che vuolsi riportare, e poscia si applichi l'incisione così coperta, sulla pellicola di gelatina, in modo che i due strati d'inchiostro di China combacino e aderiscano perfettamente. Si lasci il tutto a se stesso per 10-20 minuti fino a che alzando i bordi dell'incisione, si veda la pellicola di gelatina tornata incolora, per esserne l'inchiostro di China passato sulla carta: dopo si stenda sul dorso della incisione uno strato di essenza di lavanda che promuova il distacco dell'inchiostro tipografico, e si mantenga tale strato per 25-50 minuti. Indi si stacchi lentamente la carta dalla gelatina e avremo su questa riportata perfettamente e intensamente nera l'incisione; mentre sulla carta, rimarrà il disegno in bianco su fondo nero.

Per fissare l'immagine, si passi rapidamente la pellicola sulla fiamma ad alcool in modo da renderli il lucido primitivo, indi si temperi in un bagno di allume, come per le lastre fotografiche, o in un bagno di solfato ferroso.

Il processo richiede che l'incisione sia tirata su carta con colla e inchiostro rammollibile con essenze o benzine. Ciò che si verifica quasi sempre nelle edizioni moderne.



SOPRA L'EQUILIBRIO DI UN CORPO ELASTICO ISOTROPO;

DEL DOTT. CARLO SOMIGLIANA [1]).

V.

Mediante le formule (39) (43) (44) possiamo ora calcolare la dilatazione cubica Θ. Se poniamo

$$\xi_n = \frac{d\,\xi_n^{(1)}}{dx'} + \frac{d\,\xi_n^{(2)}}{dy'} + \frac{d\,\xi_n^{(3)}}{dz'}$$

$$\eta_n = \frac{d\,\eta_n^{(1)}}{dx'} + \frac{d\,\eta_n^{(2)}}{dy'} + \frac{d\,\eta_n^{(3)}}{dz'}$$

$$\zeta_n = \frac{d\,\zeta_n^{(1)}}{dx'} + \frac{d\,\zeta_n^{(2)}}{dy'} + \frac{d\,\zeta_n^{(3)}}{dz'},$$

abbiamo per n pari

$$\xi_{2m} = \frac{d\,A^{(1)}_{2m}}{dx'} + \frac{d\,A^{(2)}_{2m}}{dy'} + \frac{da_{0,2m}}{dz'} + \sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m}\left(\frac{d^2 A_{2i,2m}}{dx\,dx'} + \frac{d^2 A_{2i,2m}}{dy\,dy'} + \frac{d^2 a_{i+1,2m}}{dz'}\right) + \sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon_{2i+1,2m}\left(\frac{d^2 a_{2i+1,2m}}{dx\,dx'} + \frac{d^2 a_{2i+1,2m}}{dy\,dy'} + \frac{d\,a_{2i+2,2m}}{dz'}\right)$$

e osservando che

$$\frac{d\phi_n}{dx} = -\frac{d\phi_n}{dx'} \qquad \frac{d\phi_n}{dy} = -\frac{d\phi_n}{dy'} \qquad \frac{d\phi_n}{dz} = (-1)^n \frac{d\phi_n}{dz'}$$

$$\frac{d\psi_n}{dx} = -\frac{d\psi_n}{dx'} \qquad \frac{d\psi_n}{dy} = -\frac{d\psi_n}{dy'} \qquad \frac{d\psi_n}{dz} = (-1)^n \frac{d\psi_n}{dz'}$$

otteniamo

$$\xi_{2m} = -2(z-c)\sum_0^{m}{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dx dz^{2i+1}} - \frac{1}{\alpha}\sum_0^{m}{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m}}}{dx dz^{2i}} + \sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dx dz^{2i+1}}$$

1) *Continuazione* e *fine*. Vedi pag. 278 del Volume precedente.

Analogamente si ha

$$\eta_{2m} = -2(z-c) \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dy\,dz^{2i+1}} - \frac{1}{\alpha} \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m}}}{dy\,dz^{2i}}$$

$$+ \sum_{0}^{m-1}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dy\,dz^{2i+1}}$$

$$\zeta_{2m} = -2(z-c) \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dz^{2i+1}} + \frac{1}{\alpha} \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m}}}{dz^{2i+1}}$$

$$+ \sum_{0}^{m-1}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m}}}{dz^{2i+2}}$$

Quando invece n è dispari si ricava

$$\xi_{2m+1} = 2(z-c) \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dx\,dz^{2i+2}} + \frac{1}{\alpha} \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dx\,dz^{2i+1}}$$

$$- \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1,2m+1} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dx\,dz^{2i}}$$

$$\eta_{2m+1} = 2(z-c) \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i+2}} + \frac{1}{\alpha} \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i+1}}$$

$$- \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1,2m+1} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i}}$$

$$\zeta_{2m+1} = 2(z-c) \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dz^{2i+3}} - \frac{1}{\alpha} \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dz^{2i+2}}$$

$$- \sum_{0}^{m}{}_{i} \varepsilon'_{2i-1,2m+1} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r_{2m+1}}}{dz^{2i+1}}$$

Nello stesso modo, se poniamo

$$\xi'_n = \frac{d\xi'^{(1)}_n}{dx'} + \frac{d\xi'^{(1)}_n}{dy'} + \frac{d\xi'^{(1)}_n}{dz'}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

dalle formule precedenti si ottiene, per n pari,

$$\xi'_{2m} = -2(z+c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m}}}{dxdz^{2i+1}} - \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m}}}{dxdz^{2i}}$$

$$-\sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'^2_m}}{dxdz^{2i+1}}$$

$$\eta'_{2m} = -2(z-c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m}}}{dydz^{2i+1}} - \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m}}}{dydz^{2i}}$$

$$-\sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m}}}{dydz^{2i+1}}$$

$$\zeta'_{2m} = -2(z+c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2\cdot+2}\frac{1}{r'_{2m}}}{dz^{2i+2}} + \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m}}}{dz^{2i+1}}$$

$$-\sum_0^{m-1}{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m}}}{dz^{2i+2}}$$

e per n dispari

$$\xi'_{2m+1} = -2(z+c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dxdz^{2i+2}} - \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dxdz^{2i+1}}$$

$$-\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dxdz^{2i}}$$

$$\eta'_{2m+1} = -2(z+c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i+2}} - \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i+1}}$$

$$-\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dy\,dz^{2i}}$$

$$\zeta'_{2m+1} = -2(z+c)\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+3}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dz^{2i+3}} + \frac{1}{\alpha}\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i,2m+1} \frac{d^{2i+2}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dz^{2i+2}}$$

$$-\sum_0^m{}_i\, \varepsilon'_{2i-1,2m} \frac{d^{2i+1}\frac{1}{r'_{2m+1}}}{dz^{2i+1}}$$

I valori che prendono le $\xi_n \ldots,\ \xi'_n \ldots$ sulla superficie della lastra si possono porre sotto la forma

$$\xi_{n,\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, H_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dx\,dz^i} \qquad \xi'_{n\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, H_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dx\,dz^i}$$

$$\eta_{n,\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, H_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dy\,dz^i} \qquad \eta_{n,\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, H'_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dy\,dz^i}$$

$$\zeta_{n,\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, I_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dz^{i+1}} \qquad \zeta_{n,\pm c} = \sum_0^{n+1}{}_i\, I'_{i,n,\pm c} \frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dz^{i+1}}$$

ove le $H_{i,n,\pm c}$, $I_{i,n,\pm c}$; $H'_{i,n,\pm c}$, $I'_{i,n,\pm c}$ sono funzioni lineari assai semplici delle ε'_{in}, si ha infatti

$$H_{i,n,c} = (-1)^n\left(\eta_{i+n} - \frac{\theta_{i+n}}{\alpha}\right)\varepsilon'_{i-1,n} \qquad H_{i,n,-c} = H_{i,n,c} + 4c\eta_{i+n}(-1)^n\varepsilon'_{i-2,n}$$

$$I_{i,n,c} = (-1)^n\left(\eta_{i+n} + \frac{\theta_{i+n}}{\alpha}\right)\varepsilon'_{i-1,n} \qquad I_{i,n,-c} = I_{i,n,c} + 4c\eta_{i+n}(-1)^n\varepsilon'_{i-2,n}\,.$$

ec. ec.

Ciò posto, dalle (39) (43) (44) otteniamo per la Θ la seguente espressione in funzione delle forze interne e superficiali

$$-8\pi(\lambda+\mu)\Theta=\rho\int_S\left(X\frac{d\frac{1}{r}}{dx}+Y\frac{d\frac{1}{r}}{dy}+Z\frac{d\frac{1}{r}}{dz}\right)dS$$

$$+\int_\sigma\left(L\frac{d\frac{1}{r}}{dx}+M\frac{d\frac{1}{r}}{dy}+N\frac{d\frac{1}{r}}{dz}\right)d\sigma$$

$$+\sum_0^\infty{}_n\left\{\sum_0^{n+1}{}_i\int_\sigma\left[L\left(H_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dxdz^i}+H'_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dxdz^i}\right)\right.\right.$$

$$+M\left(H_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dydz^i}+H'_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dydz^i}\right)+N\left(I_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r_n}}{dz^{i+1}}\right.$$

$$\left.\left.\left.+I'_{i,n,\pm c}\frac{d^{i+1}\frac{1}{r'_n}}{dz^{i+1}}\right)\right]d\sigma+\rho\int_S X(\xi_n+\xi'_n)+Y(\eta_n+\eta'_n)+Z(\zeta_n+\zeta'_n)dS\right\}$$

Con queste formule il problema dell'equilibrio della lastra sotto l'azione di date forze si può considerare risoluto.

I risultati ottenuti, sebbene richiedano uno studio più accurato, che spero poter fare in seguito, mostrano come le formule (5), possano essere di qualche giovamento nella integrazione delle equazioni di equilibrio di un corpo elastico.

Como, Febbraio 1885.



SULLE EQUAZIONI GENERALI DELL' ELASTICITÀ; MEMORIA DEL PROF. E. BELTRAMI.

È noto che Lamé è stato il primo a trasformare le equazioni dell' elasticità in coordinate curvilinee ortogonali. Tale trasformazione, da lui esposta per la prima volta in una Memoria pubblicata nel t. 6 del Giornale di Liouville (1ª Serie), è stata poscia riprodotta nella XVª e nella XVIª delle *Leçons sur les cordonnées curvilignes.*

I calcoli eleganti, ma alquanto prolissi, dell' illustre geometra francese sono stati notabilmente abbreviati, con procedimenti in parte diversi, da C. Neumann e dal compianto Borchardt.

Il primo di questi due Autori, nell' interessantissima sua Memoria: *Zur Theorie der Elasticität* (t. 57 del Giornale di Berlino, 1859), ha ripigliato la questione dal principio, calcolando il potenziale delle forze molecolari nei corpi isotropi, e deducendo direttamente le note equazioni dalla variazione di questo potenziale. Le semplificazioni ottenute in questo lavoro risultano principalmente da certe relazioni, preliminarmente stabilite dall' Autore, fra quelli che egli chiama coefficienti di variazione del detto potenziale, prima e dopo della trasformazione in coordinate curvilinee. (Questi coefficienti non sono altro che le espressioni per le quali trovansi moltiplicate le variazioni delle funzioni incognite, in quella parte della variazione dell' integrale che è rappresentata da un integrale d' egual ordine di moltiplicità).

Anche Borchardt, nell' elegante articolo intitolato: *Transformation der Elasticitätsgleichungen in allgemeine orthogonale Coordinaten*) t. 76 del suddetto Giornale, 1873, riprodotto nel *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques* (t. 8, 1875), ha fondato la sua deduzione sulla variazione dell' integrale che rappresenta il potenziale delle forze elastiche, ma la semplificazione da lui raggiunta deriva, sia dalla soppressione di certe parti dell' integrale che sono convertibili in integrali di superficie e che non danno contributo alcuno alle equazioni indefinite,

sia dalla trasformazione diretta dell' espressione che rappresenta il quadrato della rotazione elementare.

In fondo, l' artifizio essenziale della trasformazione consiste, presso tutti tre i nominati Autori, nell' aggruppamento delle tre funzioni incognite e delle loro nove derivate sotto quattro sole espressioni distinte, che sono quelle rappresentanti la dilatazione cubica e le tre componenti di rotazione. Infatti Lamé parte direttamente dalle equazioni cartesiane fra queste quattro espressioni, mentre Neumann e Borchardt predispongono il potenziale elementare in guisa che queste sole espressioni forniscano termini alle equazioni trasformate.

Ora il detto artifizio, se permette di giungere a queste equazioni con quella maggiore speditezza che la natura dell' argomento consente, lascia tuttavia nell' ombra una circostanza di molto interesse che, a quanto pare, non è stata ancora avvertita e che conduce a conseguenze del tutto inaspettate.

Per mettere in chiara luce questo punto, incomincierò collo stabilire *direttamente* le equazioni generali dell' equilibrio elastico in coordinate ortogonali di specie qualunque.

Sieno q_1, q_2, q_3 le coordinate curvilinee ortogonali d' un punto qualunque in uno spazio a tre dimensioni e sia

$$(1) \qquad ds^2 = Q_1^2 dq_1^2 + Q_2^2 dq_2^2 + Q_3^2 dq_3^2$$

l' espressione del quadrato d' un elemento lineare qualunque, in questo spazio.

Facendo variare la posizione d' ogni punto, si trova

$$ds\delta ds = Q_1^2 dq_1 d\delta q_1 + Q_2^2 dq_2 d\delta q_2 + Q_3^2 dq_3 d\delta q_3$$
$$+ Q_1 \delta Q_1 dq_1^2 + Q_2 \delta Q_2 dq_2^2 + Q_3 \delta Q_3 dq_3^2 .$$

Ma si ha, per $i = 1, 2, 3$,

$$d\delta q_i = \frac{d\delta q_i}{dq_1} dq_1 + \frac{d\delta q_i}{dq_2} dq_2 + \frac{d\delta q_i}{dq_3} dq_3 ;$$

dunque, ponendo

$$
(2) \quad \left\{
\begin{aligned}
\delta\theta_1 &= \frac{d\delta q_1}{dq_1} + \frac{\delta Q_1}{Q_1} \\
\delta\theta_2 &= \frac{d\delta q_2}{dq_2} + \frac{\delta Q_2}{Q_2} \\
\delta\theta_3 &= \frac{d\delta q_3}{dq_3} + \frac{\delta Q_3}{Q_3}. \\
\delta\omega_1 &= \frac{Q_2}{Q_3}\frac{d\delta q_2}{dq_3} + \frac{Q_3}{Q_2}\frac{dq\delta_3}{dq_2}, \\
\delta\omega_3 &= \frac{Q_3}{Q_1}\frac{d\delta q_3}{dq_1} + \frac{Q_1}{Q_3}\frac{d\delta q_1}{dq_3}, \\
\delta\omega_3 &= \frac{Q_1}{Q_2}\frac{d\delta q_1}{dq_2} + \frac{Q_2}{Q_1}\frac{d\delta q_2}{dq_1},
\end{aligned}
\right.
$$

si può scrivere

$$
(2)_a \quad \frac{\delta ds}{ds} = \lambda_1^2\delta\theta_1 + \lambda_2^2\delta\theta_2 + \lambda_3^2\delta\theta_3 + \lambda_2\lambda_3\delta\omega_1 + \lambda_3\lambda_1\delta\omega_2 + \lambda_1\lambda_2\delta\omega_3,
$$

dove le tre quantità $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, definite da

$$
\lambda_i = \frac{Q_i dq_i}{ds},
$$

sono i coseni degli angoli che l'elemento lineare ds fa colle tre linee coordinate q_1, q_2, q_3, (così designando, per brevità, le linee lungo le quali varia la sola coordinata q_1, o la sola q_2, o la sola q_3).

Abbiasi ora un sistema materiale continuo, occupante uno spazio connesso S, limitato da una superficie σ, e sia questo sistema in equilibrio sotto l'azione: 1° di forze esterne applicate ad ogni elemento di volume dS e ad ogni elemento di superficie $d\sigma$; 2° di forze interne sviluppate, in ciascun elemento dS dalla deformazione che le forze esterne determinano nel sistema. Tale sistema, *già deformato ed equilibrato,* sia quello i cui punti sono individuati dalle coordinate q_1, q_2, q_3.

Sieno

$$
F_1 dS, \qquad F_2 dS, \qquad F_3 dS
$$

le componenti secondo le direzioni q_1, q_2, q_3 della forza esterna agente sull'elemento di volume dS, e sieno

$$
\Phi_1 d\sigma, \qquad \Phi_2 d\sigma, \qquad \Phi_3 d\sigma
$$

le analoghe componenti della forza esterna applicata all'elemento di superficie $d\sigma$.

Per esprimere le condizioni d'equilibrio del sistema, s'immagini che ogni suo punto (q_1, q_2, q_3) subisca un nuovo spostamento, per il quale le sue coordinate diventino $q_1 + \delta q_1, q_2 + \delta q_2, q_3 + \delta q_3$. Il lavoro sviluppato in tale spostamento dalla forza esterna agente sull'elemento di volume dS è

$$(F_1 Q_1 \delta q_1 + F_2 Q_2 \delta q_2 + F_3 Q_3 \delta q_3)\, dS,$$

e quello sviluppato dalla forza esterna agente sull'elemento di superficie $d\sigma$ è

$$(\Phi_1 Q_1 \delta q_1 + \Phi_2 Q_2 \delta q_2 + \Phi_3 Q_3 \delta q_3)\, d\sigma.$$

Quanto alle forze interne, se esse non isviluppano lavoro se non in quanto lo spostamento immaginato altera le lunghezze degli elementi lineari, è manifesto che il lavoro da esse sviluppato sull'elemento dS non può avere che un'espressione della forma

$$(\Theta_1 \delta\theta_1 + \Theta_2 \delta\theta_2 + \Theta_3 \delta\theta_3 + \Omega_1 \delta\omega_1 + \Omega_2 \delta\omega_2 + \Omega_3 \delta\omega_3)\, dS$$

giacchè la variazione dell'elemento lineare dipende $(2)_a$ dalle sei quantità $\delta\theta_i$, $\delta\omega_i$ e si annulla con esse. I sei moltiplicatori Θ_i, Ω_i sono funzioni di q_1, q_2, q_3 delle quali per ora non occorre indagare il significato.

Dietro quanto precede, l'equazione generale d'equilibrio è la seguente:

$$(3)\quad \left\{ \begin{aligned} &\int (F_1 Q_1 \delta q_1 + F_2 Q_2 \delta q_2 + F_3 Q_3 \delta q_3)\, dS \\ &+ \int (\Phi_1 Q_1 \delta q_1 + \Phi_2 Q_2 \delta q_2 + \Phi_3 Q_3 \delta q_3)\, d\sigma \\ &+ \int (\Theta_1 \delta\theta_1 + \Theta_2 \delta\theta_2 + \Theta_3 \delta\theta_3 + \Omega_1 \delta\omega_1 + \Omega_2 \delta\omega_2 + \Omega_3 \delta\omega_3)\, dS = 0. \end{aligned} \right.$$

Per ricavare da questa formola le equazioni d'equilibrio, propriamente dette, bisogna trasformare debitamente gli integrali della forma

$$\int \Theta_i \delta\theta_i dS, \qquad \int \Omega_i \delta\omega_i dS.$$

Incominciando dal primo si ha (2)

$$\int \Theta_i \delta\theta_i dS = \int \Theta_i \left(\frac{d\delta q_i}{dq_i} + \frac{\delta Q_i}{Q_i} \right) dS$$

e, ponendo per brevità $Q_1 Q_2 Q_3 = \nabla$,

$$\int \Theta_i \delta\theta_i dS = \int \nabla\, \Theta_i \frac{d\delta q_i}{dq_i} \frac{dS}{\nabla} + \int \frac{\Theta_i \delta Q_i}{Q_i} dS$$

$$= \int \frac{d}{dq_i} (\nabla \Theta_i \delta q_i) \frac{dS}{\nabla} - \int \left\{ \frac{d\nabla\Theta_i}{dq_i} \frac{\delta q_i}{\nabla} - \frac{\Theta_i \delta Q_i}{Q_i} \right\} dS.$$

Ora dalla nota equazione

$$\int \frac{df}{dq_i} \frac{dS}{\nabla} = -\int \frac{Q_i f \cos(nq_i)}{\nabla} d\sigma,$$

dove n è la normale interna alla superficie σ, si ha

$$\int \frac{d}{dq_i} (\nabla \Theta_i \delta q_i) \frac{dS}{\nabla} = -\int Q_i \Theta_i \cos(nq_i) \delta q_i d\sigma,$$

epperò

$$\int \Theta_i \delta\theta_i dS = -\int \left\{ \frac{d\nabla\Theta_i}{dq_i} \frac{\delta q_i}{\nabla} - \frac{\Theta_i \delta Q_i}{Q_i} \right\} dS - \int Q_i \Theta_i \cos(nq_i) \delta q_i d\sigma.$$

Passando al secondo integrale, si ha (2)

$$\int \Omega_1 \delta\omega_1 dS = \int Q_1 \Omega_1 \left(Q_2^2 \frac{d\delta q_2}{dq_3} + Q_3^2 \frac{d\delta q_3}{dq_2} \right) \frac{dS}{\nabla}$$

$$= \int \left\{ \frac{d}{dq_3} (Q_1 Q_2^2 \Omega_1 \delta q_2) + \frac{d}{dq_2} (Q_1 Q_3^2 \Omega_1 \delta q_3) \right\} \frac{dS}{\nabla}$$

$$- \int \left\{ \frac{d(Q_1 Q_2^2 \Omega_1)}{dq_3} \delta q_2 + \frac{d(Q_1 Q_3^2 \Omega_1)}{dq_2} \delta q_3 \right\} \frac{dS}{\nabla}$$

ossia, per il teorema ricordato,

$$\int \Omega_1 \delta\omega_1 dS = -\int \left\{ \frac{d(Q_1 Q_2^2 \Omega_1)}{dq_3} \delta q_2 + \frac{d(Q_1 Q_3^2 \Omega_1)}{dq_2} \delta q_3 \right\} \frac{dS}{\nabla}$$

$$- \int \left\{ Q_2 \cos(nq_3) \delta q_2 + Q_3 \cos(nq_2) \delta q_3 \right\} \Omega_1 d\sigma.$$

Analogamente si trasformano gli altri due integrali

$$\int \Omega_2 \delta\omega_2 dS, \qquad \int \Omega_3 d\omega_3 dS.$$

Sostituendo nell' equazione (3) i valori così trasformati dei sei integrali

$$\int \Theta_i \delta\theta_i \, dS, \qquad \int \Omega_i \delta\omega_i \, dS,$$

si ottiene un risultato della forma

$$\int (S_1 \delta q_1 + S_2 \delta q_2 + S_3 \delta q_3) dS + \int (\sigma_1 \delta q_1 + \sigma_2 \delta q_2 + \sigma_3 \delta q_3) d\sigma = 0,$$

il quale. per l' arbitrio che regna sulle variazioni δq_i, si scinde nelle tre equazioni

$$S_1 = 0, \qquad S_2 = 0, \qquad S_3 = 0$$

valide in ogni punto dello spazio S e nelle tre equazioni

$$\sigma_1 = 0, \qquad \sigma_2 = 0, \qquad \sigma_3 = 0$$

valide in ogni punto della superficie σ.

Le sostituzioni effettive danno le tre equazioni indefinite

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} Q_1 F_1 &= \frac{1}{\nabla} \left\{ \frac{d(\nabla \Theta_1)}{dq_1} + \frac{d(Q_1^2 Q_3 \Omega_3)}{dq_2} + \frac{d(Q_1^2 Q_2 \Omega_2)}{dq_3} \right\} \\ &\quad - \left(\frac{\Theta_1}{Q_1} \frac{dQ_1}{dq_1} + \frac{\Theta_2}{Q_2} \frac{dQ_2}{dq_1} + \frac{\Theta_3}{Q_3} \frac{dQ_3}{dq_1} \right), \\ Q_2 F_2 &= \frac{1}{\nabla} \left\{ \frac{d(Q_2^2 Q_3 \Omega_3)}{dq_1} + \frac{d(\nabla \Theta_2)}{dq_2} + \frac{d(Q_2^2 Q_1 \Omega_1)}{dq_3} \right\} \\ &\quad - \left(\frac{\Theta_1}{Q_1} \frac{dQ_1}{dq_2} + \frac{\Theta_2}{Q_2} \frac{dQ_2}{dq_2} + \frac{\Theta_3}{Q_3} \frac{dQ_3}{dq_2} \right), \\ Q_3 F_3 &= \frac{1}{\nabla} \left\{ \frac{d(Q_3^2 Q_2 \Omega_2)}{dq_1} + \frac{d(Q_3^2 Q_1 \Omega_1)}{dq_2} + \frac{d(\nabla \Theta_3)}{dq_3} \right\} \\ &\quad - \left(\frac{\Theta_1}{Q_1} \frac{dQ_1}{dq_3} + \frac{\Theta_2}{Q_2} \frac{dQ_2}{dq_3} + \frac{\Theta_3}{Q_3} \frac{dQ_3}{dq_3} \right). \end{aligned} \right.$$

e le tre equazioni ai limiti

$$(4)_a \quad \left\{ \begin{aligned} \phi_1 &= \Theta_1 \cos(nq_1) + \Omega_3 \cos(nq_2) + \Omega_2 \cos(nq_3), \\ \phi_2 &= \Omega_3 \cos(nq_1) + \Theta_2 \cos(nq_2) + \Omega_1 \cos(nq_3), \\ \phi_3 &= \Omega_2 \cos(nq_1) + \Omega_1 \cos(nq_2) + \Theta_3 \cos(nq_3). \end{aligned} \right.$$

Queste ultime forniscono la definizione delle sei funzioni Θ_i, Ω_i. Esse infatti sono applicabili ad ogni porzione del sistema,

qualora si rappresentino con ϕ_i le componenti delle forze che si devono applicare alla superficie di tale porzione per mantenerne l'equilibrio, quando la rimanente porzione è distrutta. Ora per un elemento $d\sigma_1$ d'una superficie $q_1 =$ cost. si ha dalle (4).

$$\phi_1^{(1)} = \Theta_1, \qquad \phi_2^{(1)} = \Omega_3, \qquad \phi_3^{(1)} = \Omega_2;$$

per un elemento $d\sigma_2$ d'una superficie $q_2 =$ cost. si ha

$$\phi_1^{(2)} = \Omega_3, \qquad \phi_2^{(2)} = \Theta_2, \qquad \phi_3^{(2)} = \Omega_1;$$

per un elemento $d\sigma_3$ d'una superficie $q_3 =$ cost. si ha

$$\phi_1^{(3)} = \Omega_2, \qquad \phi_2^{(3)} = \Omega_1, \qquad \phi_3^{(3)} = \Theta_3.$$

Dunque le quantità $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ rappresentano le tensioni unitarie che si sviluppano *normalmente* alle superficie coordinate $q_1 =$ cost., $q_2 =$ cost., $q_3 =$ cost., e le quantità $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ rappresentano le tensioni unitarie che si sviluppano *tangenzialmente* alle dette superficie. Le eguaglianze

$$\phi_2^{(3)} = \phi_3^{(2)}, \qquad \phi_3^{(1)} = \phi_1^{(3)}, \qquad \phi_1^{(2)} = \phi_2^{(1)},$$

che risultano dai valori precedenti, sono quelle che ordinariamente si desumono dalla considerazione del tetraedro elementare.

Le equazioni (4) coincidono con quelle che Lamé dedusse dalla trasformazione delle analoghe equazioni in coordinate cartesiane (*Leçons sur les coordonnées curvilignes*, p. 272). La sola differenza consiste in ciò, che Lamé vi ha introdotto le derivate rispetto agli archi in luogo delle Q_1, Q_2, Q_3: ma è facilissimo passare dall'una all'altra forma mediante formole che indicherò più sotto.

(Continua)

SOPRA UNA OBBIEZIONE MOSSA DA G. A. HIRN ALLA TEORIA CINETICA DEI GAS; DOTT. ALESSANDRO SANDRUCCI.

In alcune sue più recenti memorie e principalmente in una delle ultime che ha per titolo « *Recherches experimentales et* « *analytiques sur les lois de l'ecoulement et du choc des gas* « *en fonction de la temperature* » [1]) l'Hirn appoggiandosi a resultati di proprie esperienze con molta cura condotte e a resultati di analisi matematica, trova argomenti per combattere energicamente la teoria cinetica dei gas concludendo « que la pression et la temperature des gas ne sont pas constitues par les « mouvements de quelque genre qu'ou veuille des atomes ma- « teriels ».

Intorno ai resultati delle esperienze che sembrano vivamente opporsi alle classiche ipotesi dei Clausius, Krönig, Rankine, Maxwell e di tanti altri valentissimi analisti, io non terrò parola. Il Clausius stesso, il sig Hugoniot in Francia ed altri ancora hanno abbastanza parlato e discusso intorno ad esse allo scopo di difendere la teoria cinetica mostrando come i resultati sperimentali, giustamente interpetrati, vadano perfettamente d'accordo coi concetti teorici [2]). Tali esperienze poi, di per sè delicatissime, sono state secondo il parere di giudici eccellenti [3]) condotte dall'Hirn con ammirabile accuratezza, con precisione degna di alto encomio. Ad esse bisognerebbe contrapporre altre esperienze che le emulassero almeno nelle doti principali, quando si volesse difendere per questo lato la teoria cinetica dai vivi

1) *Annales de Chimie et Physique;* Marzo 1886. Vedi anche la memoria " *Recherches experimentales et analytiques sur la relation qui existe entre la resistence des gas au mouvement des corps et leur temperature.* " — *Memoires de l'Academie Royale de Belgique* T. 43 - 1882, ed inoltre " *Remarques au sujet des recentes experience* de M. Hirn *sur la victesse d'ecoulement des gaz* " par M. Faye. *Comptes Rendus de l'Academie;* T. 101, 2 Novembre 1885.

2) Clausius, *Reponse à une critique de* M. Hirn ecc.; *Bulletins de l'Academie Royale de Belgique* 3. serie. T. 11. n. 3, 1886. — Hugoniot, *Comptes Rendus ecc.* 12 Luglio e 26 Luglio 1886.

3) *Bulletins de l'Academie de Belgique* T. 9, n. 2, 1886. *Rapport de* M. Melsens.

attacchi del fisico di Colmar. Egli stesso, per dir così sente profondamente di essere quasi invulnerabile da questa parte: basta a confermare ciò l' ultima sua risposta alle obbiezioni critiche del sig. Hugoniot. Ma dove a me sembra possibile e giusta la difesa della teoria che riguarda il calorico come una maniera di movimento, è nel campo più sicuro e meno personale dell' analisi. Fin qui son giunti gli attacchi del valentissimo sperimentatore: egli ha creduto rilevare un disaccordo completo tra la formula ben nota di Weisbach su l' efflusso dei gas ed i più bei resultati della ipotesi cinetica: ed ha insistito molto su questo fatto sapendo di servirsi d' un argomento, potentissimo. La formula di cui sopra, riposa infatti sugli indiscutibili principii della teoria dinamica del calore: essa è indipendente da qualsiasi ipotesi sulla natura del calorico. Una ipotesi dunque (od un gruppo di ipotesi) che nelle sue conseguenze, per quanto logiche, contradicesse ai resultati di quella formula, sarebbe integralmente falsa.

Secondo l' equazione di Weisbach la velocità dell' aria secca che a 0° centig., per esempio, si gettasse in uno spazio completamente vuoto, sarebbe di circa 735 metri nell' unità di tempo. Ora secondo la teoria cinetica, gli atomi della stessa aria a 0° hanno una velocità di 485 m. soltanto: quindi se si immagina un serbatoio di tale gas in rapporto con un vuoto perfetto, l' efflusso non potrà dare che una velocità di 485 m. lo che è contrario alla formula di Weisbach, fondata sulle leggi della termodinamica.

Tale è l' osservazione fondamentale dell' Hirn, quella che secondo lui ed il Faye basta da sola a rovesciare l' edificio della teoria dei moti molecolari. A primo aspetto il fatto sembra così imponente, così evidente appare il disaccordo, da far quasi decidere la questione in favore del dinamismo tanto caro al Hirn, ma conviene guardare più profondamente nella delicata questione, non contentarsi del solo resultato numerico, su cui, è da notarsi si appoggia tutta l' argomentazione dell' illustre fisico. Questo io ho cercato di fare: e mi sembra possa dimostrarsi all' evidenza che la teoria cinetica dei gas esce di mezzo a questi ostacoli ancora una volta vittoriosa.

Le forme sotto cui può venir presentata l' equazione del

Weisbach possono variare a secondo gli usi cui essa debba servire. La più semplice mi pare quella data dal Zeuner a pag. 161 della sua « *Theorie mecanique de la chaleur* » cioè:

$$(1) \qquad w = \sqrt{2g \frac{kc}{A} T \left\{ 1 - \left(\frac{p_2}{p^1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right\}}$$

nella quale relazione si ha:

g = gravità,

A = equiv. calorif. del lavoro

$kc = c_p$ perchè $c = c_v$ e $k = \frac{c_p}{c_v}$

T = temp. assol. del gas nel recipiente da cui effluisce.

p_1 e p_2 = pressioni del gas prima e dopo l'efflusso.

É chiaro che la (1) può scriversi anche così:

$$(2) \qquad w = \sqrt{2\, Eg\, c_p\, T \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}} \right]}.$$

Supponiamo ora di avere l'unità di peso di un gas perfetto qualunque chiusa sotto il volume V_1, alla pressione P_1, ed alla temperatura T, in un cilindro nel quale può muoversi uno stantuffo sollecitato da forze che serviranno a mantenere costante la pressione dell'aeriforme durante il fenomeno dell'efflusso. Posto un tal recipiente in comunicazione, per esempio, con uno spazio indefinito perfettamente vuoto, è chiaro che la pressione finale del gas sarà infinitamente vicina a zero, in modo da potersi ritenere come nulla, e quindi la formula che regola l'efflusso relativo a questo caso particolare, si dedurrà dalla (2) sotto la forma:

$$(3) \qquad (w) = \sqrt{2\, Eg\, c_p\, T}$$

Veniamo alla teoria cinetica dei gas e introduciamo in campo colle sue formule, tutte le ipotesi speciali su cui essa riposa. Una delle più belle conseguenze di quelle, dovuta all'abilità di analista del Clausius, è la celebre formula [1])

1) La formula del Clausius non ha perfettamente questa forma: vedi però la mia memoria „ *Sul calore atomico reale dei corpi semplici nella teoria meccanica del calore e sulle formule ad esso relative.* „ — *Rivista Scientifico-Industriale*, Firenze N. 8 - 9. 1886.

$$(4) \qquad \frac{v}{u} = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)}$$

che lega la velocità molecolare media di pura traslazione a quella che io chiamo « velocità molecolare totale media » (V. memoria citata).

Un' altra relazione che si può aggiungere alla precedente è [1])

$$(5) \qquad u = \sqrt{2 E g K T}$$

relazione generale che, applicata ai gas perfetti, ho mostrato essere una conseguenza della (4) [2]). Dividiamo la (3) per la (5) membro a membro dopo aver posto in quest' ultima c_v in luogo di K, il che è permesso trattandosi di gas perfetti: avremo:

$$(6) \qquad \frac{(w)}{u} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v}}$$

nella quale si intende che (w) ed u vengono considerate alla medesima temperatura. Dividendo ora la (6) per la (4), si avrà:

$$(7) \qquad \frac{(w)}{v} = \sqrt{\frac{2}{3}\,\frac{\frac{c_p}{c_v}}{\frac{c_p}{c_v} - 1}}$$

per la quale ultima varrà quanto si è detto per la precedente.

Il rapporto dei due calorici specifici $\frac{c_p}{c_v}$ è stato posto eguale ad 1,41 dal Cazin dietro esperienze eseguite sui quattro ben noti gas quasi-perfetti. Fondandosi sul calcolo pei solidi e pei liquidi [3]) e sulla esperienza pei gas, si può dedurre che il rapporto suddetto va aumentando a mano a mano che nella scala degli stati dei corpi si ascende verso lo stato di gas perfetto.

1) Vedi la mia Nota " *Relazioni fra la capacità calorifica assoluta, la velocità molecolare e la temperatura di fusione d' un corpo semplice* „ — *Nuovo Cimento*, gennaio e febbraio 1886.

2) *Conseguenze analitiche di una formula indicante la velocità molecolare di un corpo qualunque* — Nota I. *Rivista Scientifico-Industriale*, N. 13 - 14, 1886.

3) Zeuner, libro citato pag. 553 e seguenti.

Se per l'idrogeno, che non è poi un vero gas perfetto ma che però si avvicina molto a questo stato, si ha:

$$\frac{c_p}{c_v} = 1,41$$

sarà lecito prevedere che tal rapporto per un gas veramente perfetto sarà così poco lontano dal numero 1, 5 da poter senza grave errore ritenerlo nei calcoli ad esso eguale. Ponendo dunque:

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{3}{2}$$

nelle formule (6) e (7), avremo

$$(8) \qquad \frac{(w)}{u} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{(w)}{v} = \sqrt{2}\,.$$

Elevando le (8) a quadrato si ottiene:

$$(9) \qquad (w)^2 = \frac{3}{2} u^2 \qquad (w)^2 = 2v^2$$

Sia m la massa di una molecola gassosa: l'espressione

$$\frac{m}{2} (w)^2$$

sarà la forza viva posseduta da questa molecola al momento che esce dal recipiente per lanciarsi nel vuoto, e se n è il numero delle molecole contenute nell'unità di peso dello aeriforme, la quantità

$$\frac{n\, m\, (w)^2}{2}$$

indicherà la forza viva totale posseduta dalla massa gassosa che effluisce, forza viva che il gas si può dire recherà ipoteticamente immagazzinata in sè quando sarà tutto uscito dal recipiente che lo contiene. Ora dalla prima delle (9) si ottiene:

$$(10) \qquad \frac{n\, m}{2} (w)^2 = \frac{3}{4} n\, m\, u^2\,.$$

Si noti che se questa relazione può dimostrarsi conciliabile coi principii su cui riposa la formula di Weisbach, l'accordo fra questa e la teoria cinetica non potrà più assolutamente esser messo in dubbio.

Pongasi mente al prodotto:

$$\frac{1}{2} n m u^2. \tag{11}$$

Essendo u la velocità relativa alla forza viva totale posseduta dalla molecola gassosa alla temperatura a cui vien considerato il gas nel recipiente d'onde effluisce, e corrispondendo alla media energia molecolare, l'espressione (11) non sarà altro che la energia totale o l'energia interna posseduta dal gas per effetto dei movimenti delle sue molecole. In una parola, essa eguaglierà la

$$\sum_1^n \frac{m u_u^2}{2}$$

di tutte le forze vive diverse inerenti alle singole molecole [1], somma che moltiplicata per A costituirà la quantità totale di calore posseduta dal gas alla temperatura data e nelle circostanze accennate.

Un esame accurato del metodo chiaro ed elegante col quale il Zeuner giunge ad ottenere la formula trovata da Weisbach per vie differenti [2], porta subito a stabilire che le basi della relazione da cui si ricava in generale la velocità di efflusso d'un aeriforme sono contenute nella seguente proposizione. « La forza « viva acquistata da una massa gassosa che esce da un recipiente « ove è mantenuta a pressione costante, senza perdita nè acqui- « sto di calore, è eguale alla diminuzione della sua energia in- « terna, più il lavoro fatto su di essa dalle forze esterne, meno « il lavoro che il gas fa uscendo per vincere la pressione esterna ».

Questo enunciato è indipendente da qualunque ipotesi sulla natura del calorico: esso riposa direttamente sui principii della termodinamica. Per paragonarlo alle ipotesi della teoria cinetica, onde giudicare di questa nel confronto, poniamolo a riscontro

1) *Relazioni fra la capacità calorifica assoluta ecc.* — *N. Cimento* gennaio e febbraio 1886.

2) Weisbach, *Ingenieur und Maschinenmechanik*. T. I. pag. 821. Brunswick 1855.

colla formula (10). Questa può evidentemente scriversi così:

$$(12) \qquad \frac{nm}{2}(w)^2 = \frac{1}{2} n m u^2 + \frac{1}{4} n m u^2 .$$

Se si immagina che l'unità di peso del gas alla pressione costante P_1 sia uscita tutta dal recipiente (cilindro), è chiaro che il primo membro della (12), per quel che dicemmo, rappresenterà la forza viva totale acquistata dal gas nell'effluire ed il primo termine del secondo la diminuzione della sua energia interna, che in questo caso equivale a tutta l'energia interna posseduta dal gas prima dell'efflusso, poichè dopo questo l'aeriforme trovasi ad una pressione infinitamente vicina a zero e quindi allo zero assoluto. E poichè nel caso nostro il lavoro che compie il gas contro le forze esterne è nullo, onde la (12) presenti una coincidenza perfetta coll'enunciato della legge di Weisbach, dovrà essere il termine

$$(13) \qquad \frac{1}{4} n m u^2$$

eguale al lavoro fatto dalle forze esterne sul gas per mantenerne costante la pressione durante l'efflusso. — Ora se la pressione iniziale del gas era P_1, si immagini esercitata sullo stantuffo verso l'interno del cilindro una pressione superiore in valore assoluto a P_1 di una quantità infinitesima: è chiaro che noi potremo considerare $-P_1$ come la misura delle forze esterne [1] ed il lavoro fatto da queste, quando il volume del gas nel cilindro da V_1 è passato a V_2, sarà dato dall'integrale:

$$(14) \qquad -\int_{V_1}^{V_2} P_1 \, dV .$$

Se si immagina che tutto il gas sia uscito dal recipiente, avremo uguale a zero il limite superiore del precedente integrale ed il lavoro L delle forze esterne dal principio dell'efflusso fino a che l'ultima molecola gassosa non è uscita dal recipiente sarà

$$(15) \qquad L = P_1 V_1 .$$

1) Vedi in proposito le memorie di Clausius, e Zeuner. Lib. cit. pag. 28 e 29.

Ma la teoria cinetica, applicando le sue ipotesi, ha posto la nota formula che compendia le leggi di Gay-Lussac e di Mariotte, sotto la forma:

$$(16) \qquad PV = \frac{1}{3} n m v^2 \text{ [1]}$$

nella quale tutte le lettere hanno il significato che loro abbiamo attribuito in ciò che precede. Quindi nel caso nostro:

$$(17) \qquad L = P_1 V_1 = \frac{1}{3} n m v^2$$

dove v è calcolato alla stessa temperatura dell'interno del recipiente a cui sono considerate (w) ed u. Dietro questo per la (13) dovremmo avere:

$$\frac{1}{3} n m v^2 = \frac{1}{4} n m u^2$$

ossia

$$(18) \qquad \frac{1}{3} v^2 = \frac{1}{4} u^2 .$$

Questa eguaglianza è perfettamente giustificabile poichè dalla (4), posto $\frac{c_p}{c_v} = \frac{3}{2}$ si ricava:

$$\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

che elevata a quadrato, fornisce subito la relazione (18).

L'accordo perfetto adunque della formula di Weisbach colle conclusioni delle ipotesi cinetiche e di queste ultime colla teoria meccanica del calore resulta così chiaro che sarebbe, mi pare, mancanza di prudenza proseguire a metterlo in dubbio.

Pisa, Agosto 1886.



1) Clausius. VI memoire (trad. Folie) *Sur la nature du mouvement appelé chaleur.*

SUL FENOMENO PELTIER NEI LIQUIDI; TRE NOTE DI A. NACCARI E A. BATTELLI [1].

(Estratto).

Scarsissime sono le esperienze dirette fatte sinora per studiare il fenomeno Peltier nei liquidi.

Nel 1856 il Du-Bois Reymond, usando un termometro che gli permetteva di leggere 0,02 di grado e una corrente data da 30 coppie Grove, trovò che il riscaldamento della sezione di contatto, tra una soluzione di sale marino nell'acqua e acido solforico diluito, era indipendente dalla direzione della corrente, cioè che non v'era traccia del fenomeno Peltier.

Nè miglior esito ebbero le indagini del Wild, che dalle sue esperienze sulle correnti termoelettriche date da liquidi giustamente dedusse dover pure sussistere fra essi l'effetto Peltier. Egli usò una pila di quattro Grove, e termometri che davano 0,05 di grado.

Nel 1870 il Schultz-Schellack riuscì a render palese la esistenza del fenomeno Peltier fra due eletroliti. Egli usò un termometro differenziale ad aria, oppure delle coppie termoelettriche, le cui saldature erano separate dai liquidi mediante sottili membrane di caucciù. Gli elettroliti erano soluzioni concentrate di cloruro di calcio e di sale ammoniaco. I valori ottenuti furono molto piccoli ed oscillanti. L'Autore non ne riferisce alcuno; solo dice che restò chiaramente stabilito riscaldarsi di più la sezione di contatto, quando la corrente elettrica va dal cloruro di calcio al sale ammoniaco. Ciò è confermato dalle nostre esperienze riferite più innanzi.

Nel 1879 l'Hoorweg ritornò sull'argomento, e impiegò per verificare il fenomeno un metodo che apparisce poco adatto allo scopo. Due tubi di vetro, disposti verticalmente, erano per un tratto di 10 centim. notevolmente ristretti, sicchè il diametro della sezione era di un millimetro; mettevano di sopra con la

1) *Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino.* Vol. XX, 1884-85 e XXI, 1885-86.

estremità aperta in un vaso e sotto erano chiusi con tappi di sovero, attraverso i quali passavano due elettrodi di rame. La parte inferiore dei tubi era piena di una soluzione di solfato di rame, la parte superiore e il vaso soprastante contenevano acido solforico diluito. Al di fuori, in corrispondenza delle due sezioni di contatto, furono applicate alla superficie del vetro le due saldature di una coppia rame-ferro, nel cui circuito stava un galvanometro sensibile. Quando una corrente di 12 coppie Bunsen passava attraverso i liquidi, l' ago del galvanometro si spostava in un senso o nell' altro a seconda della direzione di quella corrente. Per un dato senso della corrente si ebbero le deviazioni:

$$+0,25\ ,\quad +0,05\ ,\quad +0,15\ ,\quad +0,15\ ,$$

per il senso opposto:

$$-0,05\ ,\quad -0,25\ ,\quad -0,25\ .$$

Questi numeri corrispondono a frazioni di centimetro osservate sulla scala del cannocchiale.

Risultò che passando la corrente da SO_4H_2 a SO_4Cu produce raffreddamento.

Non conosciamo altre esperienze dirette su questo argomento. A noi parve opportuno di tentare un' indagine più estesa, e una misura approssimata del fenomeno.

I primi tentativi furono da noi fatti con coppie e pile termoelettriche. Poi, considerando le cause perturbatrici che rendevano incerto quel metodo termometrico, abbiamo voluto vedere se l' uso di un termometro molto sensibile potesse valere al nostro fine. Prendemm o dei termometri costruiti egregiamente dal Baudin di Parigi, col grado diviso in 50 parti. Il decimo di divisione poteva venire osservato. Ciascun termometro abbracciava circa 12°. Ne usammo uno da 0 a 13 e uno da 12 a 24°.

Dopo molti perfezionamenti successivi del nostro apparecchio si adottò la disposizione seguente. Due cilindri di vetro del diametro di cent. 16 vennero disposti l' uno a fianco dell' altro. Un disco di cartone impeciato, forato nel mezzo, era fermato nell' uno e nell' altro cilindro a metà altezza. Se avessimo avuto due termometri eguali, avremmo preferito di porne uno in ciascun cilindro, e osservarli ambedue durante il passaggio della corren-

te, ma, non avendone che uno, abbiamo dovuto acconciarci a far due esperienze successive, tenendo conto dell'intensità della corrente e facendola passare prima in un senso e poi nell'altro. In conseguenza di ciò uno dei due recipienti era puramente destinato a far sì che quando la corrente cangiava di segno, in causa della simmetria dell'apparecchio, non mutasse, o mutasse di poco l'intensità della corrente.

Quello dei due vasi, nel quale stava il termometro, era collocato entro un bacino pieno d'acqua; l'apparecchio si pose in luogo dove le variazioni di temperatura fossero piccole quant'era possibile.

Le prime esperienze vennero fatte con soluzioni di solfato di rame e di solfato di zinco. Al fondo di ciascun recipiente stava una lamina circolare di rame del diametro di 13 cent. congiunta a un filo di rame bene isolato che usciva dal recipiente. La soluzione di SO_4 Cu empiva tutto lo spazio fra il fondo e il diaframma. Al di sopra stava la soluzione di SO_4 Zn, e in questo un disco di Zn forato nel mezzo e del diametro di 13 cent. I due dischi di zinco erano congiunti tra loro con un filo di rame. La corrente entrava nell'apparecchio per uno dei due dischi di rame, passava attraversando i due strati liquidi al disco di zinco sovrapposto, da questo per il filo di congiunzione al disco di zinco dell'altro vaso, indi attraversando i due strati liquidi di quello, al disco di rame per il quale usciva. Le ragioni che ci condussero ad adottare questo apparecchio, tanto diverso da quello dell'Hoorweg, sono le seguenti. Conveniva attenuare quanto più era possibile l'effetto Joule, ritardare la diffusione, collocare il termometro nelle condizioni più opportune, perchè i fenomeni termici dovuti all'effetto Peltier potessero venir misurati. L'uso del cilindro di vetro di grande diametro soddisfaceva alla prima condizione, il disco impermeabile posto tra le due soluzioni in modo da occupare la massima parte della sezione soddisfaceva alla seconda. Un disco di vetro molto sottile e forato stava nel centro di questo disco: il foro centrale aveva il diametro di un centimetro circa e veniva occupato per buona parte dal bulbo del termometro. Così, benchè fosse ristretta la sezione, pure ciò non avveniva che per uno spazio cilindrico verticale di piccolissima altezza, e quindi la resistenza opposta con ciò alla corrente non

era molto grande. Perchè il termometro meno si risentisse degli altri fenomeni termici che potevano esercitare influenze perturbatrici, si rivestì il bulbo del termometro con un tubo di caucciù di grosse pareti, lasciando scoperta soltanto la parte che stava nel foro sopra indicato.

La corrente, che doveva produrre il fenomeno era data da una o da due coppie Bunsen a seconda dei casi, e veniva misurata mediante un galvanometro con cannocchiale e scala. Le condizioni in cui l'ago si trovava rispetto ai fili, erano tali da potere ammettere la proporzionalità delle deviazioni alle intensità delle correnti. La intensità della corrente atta a produrre una deviazione corrispondente a una particella della scala era

0,000179 Ampère .

L'ordine delle esperienze che dopo lunghi tentativi venne adottato è il seguente. Disposto l'apparecchio nel modo sopra descritto, lo si lasciava per parecchie ore in riposo, affinchè i liquidi assumessero temperatura poco diversa da quella dell'ambiente. Poi si cominciava ad osservare di minuto in minuto il termometro. Quando le variazioni di temperatura erano molto piccole, si chiudeva il circuito e lo si manteneva chiuso per 15 minuti, osservando di tratto in tratto il termometro ed anche il galvanometro. Passati i 15 minuti si interrompeva la corrente e si continuava ad osservare di minuto in minuto, per correggere le osservazioni come si fa ordinariamente nelle determinazioni calorimetriche. Di poi si faceva passare la corrente in senso opposto e si procedeva come prima. Il più delle volte per la simmetria esistente nell'apparecchio la corrente aveva nei due casi lo stesso valore o valori poco diversi. Se ciò non si verificava, un reostato serviva a regolare la corrente in modo da ottenere, almeno per approssimazione, l'eguaglianza. Del resto, ogniqualvolta la divergenza era troppo forte, perchè si potesse ammettere l'eguaglianza delle due correnti, si calcolava l'effetto Peltier con la formola

$$h = \frac{q\, i_1^2 - q_1 i^2}{i\, i_1^2 + i_1 i^2} ,$$

dove q e q_1 sono gli effetti termici osservati nei due casi e i, i_1

le respettive intensità. Però non si tennero mai per buone quell'esperienze in cui i ed i_1 differissero notevolmente.

Fino dalle prime esperienze fatte nel modo ora indicato abbiamo potuto riconoscere che non solo il senso dell'effetto Peltier poteva esser posto in chiaro, ma che si poteva ottenere altresì una misura relativa. Il grado di precisione di cui abbiamo dovuto accontentarci è però molto piccolo, e ciò in causa della tenuità dell'effetto da misurarsi e delle correnti che è impossibile impedire nel liquido, e che producono nel termometro delle perturbazioni affatto irregolari.

Per avere una prima verificazione, abbiamo fatto quattro serie di esperienze con correnti d'intensità pressochè eguali in ciascuna serie, ma notevolmente diverse da una serie all'altra. Si doveva avere lo stesso valore di h da tutte le serie.

I liquidi erano una soluzione di $Zn\,SO_4$ della densità di 1,33 e una soluzione di $Cu\,SO_4$ della densità di 1,15.

Raccogliendo i medii valori di i e di h ottenuti in queste esperienze abbiamo

i	$h . 10^6$
63	71
120	64
148	72
187	67 .

Si può dunque concludere che la proporzionalità dell'effetto Peltier all'intensità della corrente risulta verificata da queste esperienze, mantenendosi presso a poco costante il valore di h, quantunque quello di i si faccia nel corso dell'esperienze più grande in ragione di 1 a 3.

Nelle singole serie di esperienze i valori di h risultarono talora molto diversi. Per queste discordanze, le cui cause non abbiamo potuto eliminare, questo studio può considerarsi come una prima approssimazione alla determinazione del valore dell'effetto Peltier nei liquidi.

Noi ci siamo appigliati al partito di fare in ogni caso più misure di h (tolto qualche raro caso, non meno di 4), affine di ottenere nel medio un valore discretamente approssimato.

Per togliere il dubbio che qualunque altra causa potesse dar origine ai fenomeni termici osservati, abbiamo fatto:

1°. Una serie d'esperienze con due soluzioni diverse disposte una sopra l'altra al solito modo, ma col bulbo del termometro posto, anzichè nella sezione di contatto, al di sopra nella soluzione di minore densità;

2°. Una serie d'esperienze con un medesimo liquido al di sotto e al di sopra del disco, e col bulbo del termometro al solito posto.

In tal modo ci siamo convinti che quando il termometro non stava nella sezione di contatto o quando era tolta la diversità dei due liquidi, cessava l'effetto termico che il termometro altrimenti indicava.

Compiute le esperienze che avevano lo scopo di ricercare il miglior modo di operare, e di esaminare la grandezza dell'effetto e il grado di precisione, abbiamo cominciato uno studio comparativo delle varie soluzioni. In questo una soluzione di determinata concentrazione di $Cu\,SO_4$ veniva posta a contatto con le altre soluzioni.

Le soluzioni messe successivamente a contatto col $Cu\,SO_4$ vennero composte in modo da contenere in pari volume lo stesso numero di molecole.

Sperimentando con

$Cu\,SO_4$ (densità 1,18)

$Zn\,SO_4$ (densità 1,14)

trovammo $h = 100 \,.\, 10^{-6}$. Il $Cu\,SO_4$ era a potenziale più alto, e ogniqualvolta si trovò il $Cu\,SO_4$ a potenziale più alto del liquido con cui stava in contatto, si prese il valore di h come positivo.

Con

$Cu\,SO_4$ (densità 1,18)

$H_2\,SO_4$ (densità 1,05)

risultò $h = 120 \,.\, 10^{-6}$.

Ponendo a contatto $H_2\,SO_4$ (densità 1,05) con $Zn\,SO_4$ (densità 1,14) dovea risultare positivo il $Zn\,SO_4$ rispetto all'$H_2\,SO_4$ e $h = 20 \,.\, 10^{-6}$. Si trovò in fatto conforme alle previsioni il segno di h, ma $29 \,.\, 10^{-6}$ il suo valore invece di $20 \,.\, 10^{-6}$. La discor-

danza è certamente grande: ma corrisponde allo scarso grado di precisione che si potè raggiungere in queste esperienze.

Nella prima colonna della tabella seguente stanno i nomi delle soluzioni dei vari solfati che furono poste successivamente a contatto della soluzione di SO_4 Cu avente la densità di 1,18; nella seconda colonna sono registrate le densità di quelle soluzioni; nella terza l' effetto Peltier osservato quando le singole soluzioni erano a contatto con quella di SO_4 Cu testè indicata.

$Ni\,SO_4$	1, 13	—49
$Ni\,(NH_4)_2SO_4$	1, 07	12
$Cu\,SO_4$	1, 13	27
$(NH_4)_2SO_4$	1, 06	27
$Na_2\,SO_4$	1, 057	52
$Mn\,SO_4$	1, 11	64
$Mg\,SO_4$	1, 09	74
$K_2\,SO_4$	1, 07	91
$Zn\,SO_4$	1, 137	101
$Fe\,SO_4$	1, 12	106
$H_2\,SO_4$	1, 05	120

Si sperimentò pure con vari cloruri. Una delle due soluzioni poste nell'apparecchio era sempre di Cl Na ed avea la densità 1,10. Il valore di h fu considerato come positivo quando la soluzione ora indicata era a potenziale più alto

$Ni\,Cl_2$	1, 115	—60
H Cl	1, 029	—46
$Mg\,Cl_2$	1, 12	—36
$Zn\,Cl_2$	1, 19	—23
$Cu\,Cl_2$	1, 29	+14
K Cl	1, 08	24
Na Cl	1, 068	27
$Ca\,Cl_2$	1, 15	38
$Mn\,Cl_2$	1, 167	38
$NH_4\,Cl$	1, 026	52

I valori di h ottenuti nelle varie esperienze avrebbero dovuto essere corretti per la diversità del calore specifico delle varie soluzioni, ma ci siamo convinti che la correzione, visto il grado di precisione delle determinazioni, poteva essere trascurata.

Non v' è corrispondenza fra le due serie, e le esperienze non permettono di fare alcuna conclusione generale intorno all' ordine in cui si distribuiscono le soluzioni di sali diversi, considerate rispetto al fenomeno Peltier.

La tabella che segue contiene alcuni valori dell' effetto Peltier ($h\,10^6$) ottenuti ponendo a contatto il solfato d' un dato metallo col cloruro dello stesso metallo

$Cu\,SO_4 - Cu\,Cl_2$	25
$Na_2\,SO_4 - Na\,Cl$	69
$H\,SO_4 - H\,Cl$	65
$K_2\,SO_4 - K\,Cl$	59
$Mg\,SO_4 - Mg\,Cl_2$	— 44

Le soluzioni, ogni qualvolta la solubilità del sale lo permise, furono prese in modo che vi fosse in egual peso di ciascuna un numero di molecole elettrochimiche eguale a quello contenuto in una soluzione di HCl, la cui densità è 1,1. L' effetto Peltier si assunse come positivo quando il cloruro era a potenziale più alto del solfato. L' effetto Peltier ottenuto in queste esperienze è, come si vede, dello stesso ordine di grandezza di quello trovato nelle serie precedenti. Il grado di precisione delle ultime esperienze è minore di quello delle precedenti, perchè le condizioni esterne erano meno favorevoli.

Il fenomeno Peltier si presenta con notevole intensità fra due soluzioni d' una stessa sostanza che abbiano diversa concentrazione. Al crescere della differenza di concentrazione cresce in generale l' intensità del fenomeno, ma non fu possibile stabilire alcuna legge. Per tutte le sostanze seguenti studiate in una prima serie d' esperienze


$Cu\,SO_4$, $Zn\,SO_4$, $Fe\,SO_4$, $(NH_4)_2\,SO_4$, $Na_2\,SO_4$, $K_2\,SO_4$, $Mn\,SO_4$ $Ng\,SO_4$, $Na\,Cl$

la soluzione più concentrata fu trovata a potenziale più alto: il contrario avvenne per


$H_2\,SO_4$ e $H\,Cl$.

Vedendo questo modo speciale di comportarsi degli acidi parve opportuno di esaminare in altri casi se lo stesso fatto si

verificasse. Seguono i risultati di alcune esperienze più recenti su tale argomento, nelle quali una soluzione, di cui è indicata la densità nella tabella, veniva posta a contatto con una soluzione diluitissima della sostanza stessa. Il valore di *h* fu preso come positivo quando la soluzione più concentrata fu trovata a potenziale più alto.

SOSTANZA	Densità	$h.10^6$
Nitrato di rame	1,10	129
» potassio	1,08	29
» sodio	»	61
» calcio	»	96
Acido nitrico	1,10	—121
Acetato di potassio	1,08	44
» sodio	»	62
» calcio	1,07	73
Acido acetico	1,02	—174
Ossalato di potassio	1,08	73
» sodio	1,02	44
» calcio	1,02	121
Acido ossalico	1,03	— 43
Ioduro di potassio	1,08	40
» sodio	1,05	53
» calcio	1,03	39
Acido jodidrico	1,03	— 19
Bromuro di potassio	1,08	32
» sodio	1,08	71
» calcio	1,05	61
Acido bromidrico	1,03	— 21

Quest' esperienze confermano il modo speciale di comportarsi degli acidi sopra notati, anche per l'acido jodico e per il bromico si trovò negativo il valore di *h*.

Per avere almeno una indicazione approssimata intorno il valore assoluto del fenomeno abbiamo proceduto così. Nel solito

apparecchio venne posta dell' acqua tanto sotto quanto sopra il diaframma. Il termometro era al solito posto. Due fili, l'uno di ferro, l'altro di zinco vennero saldati insieme ad un' estremità, e la parte contenente la saldatura venne disposta a modo di semicerchio intorno al termometro nel foro del diaframma. Eccetto quel tratto, la parte immersa dei fili venne isolata. L'effetto termico prodotto nei fili metallici dal passaggio della corrente si trasmetteva al liquido ed al termometro. Da dieci coppie di esperienze si ottenne il valore medio

$$h\,10^6 = 18\,,$$

essendo il Fe positivo rispetto allo zinco. Si vede pertanto che l'ordine di grandezza dell' effetto Peltier ne' liquidi non è minore di quello che si riscontra in generale fra metallo e metallo. Ricordando che la forza elettromotrice Peltier fra zinco e ferro secondo le misure del Bellati è

$$0{,}00\,24$$

di volte, si potrebbe calcolare il valore assoluto dell' effetto Peltier fra i liquidi da noi studiati?



SULLA LEGGE DI RIPARTIZIONE DELL' INTENSITÀ LUMINOSA FRA I RAGGI BIRIFRATTI DA LAMINE CRISTALLINE; PEL PROF. GIUSEPPE BASSO.

I.

Nel capitolo terzo della celebre sua memoria *Sulla teoria della doppia rifrazione* [1]) Malus presentò la nota legge del *coseno quadrato*, la quale può enunciarsi nel modo seguente. Quando un raggio di luce naturale cade normalmente sopra una fac-

1) *Théorie de la double réfraction*, par M. Malus; — *Mémoire couronné dans la séance publique de l'Institut* du 2 Janvier 1810.

cia di un cristallo di calcite e ne esce da una seconda faccia parallela alla prima, i due raggi emergenti, l'ordinario e lo straordinario, hanno la medesima intensità; ma se il raggio incidente è totalmente polarizzato in un piano facente l'angolo θ colla sezione principale dalla lamina cristallina, le intensità dei due raggi uscenti stanno fra di loro nel rapporto di $\cos^2 \theta$ a $\text{sen}^2 \theta$.

Non pare che a questa legge Malus sia stato condotto da considerazioni teoriche: è invece probabile che egli l'abbia accolta per vera, per la ragione che essa interpreta nel modo più semplice i fatti da lui osservati direttamente per il caso in cui θ è nullo, o retto, o semiretto, e soddisfa ad un tempo la condizione che la somma delle intensità dei due raggi birifratti è sempre eguale all'intensità della luce penetrata nel cristallo.

Verso il 1830 F. Arago [1]) intraprese una serie di accurate esperienze per sottoporre alla verificazione sperimentale la legge di Malus. Applicando un procedimento fotometrico indipendente dai fenomeni di polarizzazione, egli incominciò a costruire una tavola delle intensità della luce riflessa sotto varie incidenze da una lamina di vetro; poscia paragonò queste intensità con quelle che, ammessa la legge di Malus, gli erano fornite da luce attraversante un prisma birifrangente di calcite. Da questo confronto Arago credè di poter inferire che la legge in discorso si trova in pieno accordo coll'esperienza. Per ciò che riguarda l'eguaglianza d'intensità dei due raggi birifratti provenienti da luce incidente naturale, Laugier e Petit eseguirono, per incarico dello stesso Arago, altri studi adoperando lamine di cristallo di rocca, e trovarono che il rapporto di quelle intensità differiva dall'unità per meno di un cinquantesimo.

Dopo tutte queste ricerche l'esattezza della legge di Malus non fu più per lungo tempo messa in discussione. Arago l'assunse come principio fondamentale del suo noto fotometro, cui egli stesso ed altri applicarono a varie sorta di investigazioni; p. e. allo studio del potere riflettente dei metalli, alla misura dell'intensità luminosa delle stelle, del sole e delle varie regioni del disco solare, alla graduazione dei polarimetri, ecc. Più re-

1) *Œuvres complètes* de F. Arago (*Mémoires scientifiques*), tom. 1.

centemente la stessa legge fu applicata da A. Beer e da O. Hagen [1]) nei loro lavori sull' assorbimento della luce nei cristalli e da Provostaye e Desains [2]) nella determinazione del potere emissivo dei corpi incandescenti.

Però la questione dell' attendibilità della legge in discorso fu ravvivata dal sig. H. Wild [3]) in un lavoro pubblicato nel 1863 sopra delicate ricerche fotometriche da lui eseguite. Facendo uso del fotometro che porta il suo nome il sig. Wild sperimentò sulla luce completamente polarizzata, cui egli faceva, con incidenza normale, attraversare una lamina di spato calcare a facce parallele e cercò quale era l'angolo θ del piano di polarizzazione del raggio incidente colla sezione principale, quando, all' uscita dalla lamina, i due raggi, ordinario e straordinario, presentavano la stessa intensità. Trovò, come valore medio delle sue osservazioni: $\theta = 44° 36'$ e non 45°, come dovrebbe essere se la legge di Malus fosse esatta. Questa discrepanza di 24' apparisce abbastanza importante, quando si consideri che la delicatezza del procedimento fotometrico adoperato consentiva la determinazione dell'angolo θ con un errore non eccedente il mezzo minuto primo.

Inoltre, ricorrendo a luce incidente naturale, mentre secondo la legge di Malus i due raggi emergenti avrebbero dovuto apparire sempre di eguale intensità, ciò non si verificò esattamente: il dott. Simmler, aiuto del prof. Wild, riconobbe che il raggio straordinario è sempre un po' più intenso dell' ordinario, la qual cosa d' altronde era già stata affermata prima da Haidinger.

Lo stesso sig. Wild ha in seguito dimostrato che i risultati sperimentali da lui ottenuti si accordano meglio colla nota teoria di F.-E. Neumann [4]). Però questa teoria si fonda essenzialmente sopra due ipotesi che non sono dal maggior numero dei fisici ammesse, perchè in contraddizione coi postulati fondamentali dell' ordinaria teoria meccanica della luce; cioè essa suppone che il piano di polarizzazione per un raggio polarizzato rettili-

1) *Annalen der Physik und Chemie;* B. 84 and 106.

2) *Compt. Rendus de l'Acad. de Paris*, t. 38.

3) *Photometrische Untersuchungen — Annalen der Physik und Chemie;* B. 118.

4) *Theoretische Untersuchung der Gesetze nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird; — Abhandungen der Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1835.

neamente passi per la direzione del raggio, e contenga le linee di vibrazione, e che l'etere sia egualmente denso in tutti i mezzi e diversamente elastico secondo la varia natura di questi.

Io mi propongo nelle pagine seguenti di esaminare teoricamente la questione del modo con cui si riparte la intensità luminosa fra i due raggi birifratti che attraversano od escono da una lamina di cristallo uniasse; però intendo di battere un'altra via, partendo dal concetto della intensità luminosa, quale scaturisce dalla teoria elettromagnetica della luce.

II.

Quando si assume per l'interpretazione dei fenomeni ottici, la ordinaria teoria meccanica elaborata specialmente da Fresnel, l'intensità di un dato fascetto luminoso è rappresentata dalla somma delle forze vive animanti, in un istante qualunque, le particelle eteree contenute in una porzione prismatica del fascetto, la quale abbia per altezza la lunghezza d'onda. Invece nella teoria elettromagnetica della luce si considera l'energia potenziale elettrodinamica posseduta dal sistema di correnti elettriche che occupa il volume del detto prisma e si deve calcolare il potenziale elettrodinamico di tale sistema su se stesso, ricorrendo alla sua espressione generale:

$$-\frac{1}{2}\iiint dx\, dy\, dz\, (\mathrm{F}u + \mathrm{G}v + \mathrm{H}w)\ .$$

Quivi dx, dy, dz sono le proiezioni, secondo gli assi coordinati rettangolari, di una corrente elementare qualunque di posizione (x, y, z) per la quale le componenti del flusso elettrico sono u, v, w. (Si sa che il flusso elettrico nella teoria elettromagnetica della luce corrisponde alla velocità vibratoria o *amplitudine* di vibrazione eterea nella teoria fresnelliana). Le F, G, H sono tre note funzioni così designate da Maxwell [1]) dalla cui conoscenza dipende la determinazione delle azioni esercitate dal sistema dei flussi elettrici che costituiscono lo stato periodicamente variabile di polarizzazione in un mezzo coibente.

1) *A treatise on electricity and magnetism*, by J. Clerk Maxwell, vol. 2, chap. XX.

Un raggio luminoso, dopo di aver attraversato un mezzo isotropo com'è l'aria, cada coll'angolo i d'incidenza sopra una faccia di un cristallo birifrangente uniasse e generi così un raggio riflesso e due raggi rifratti, l'ordinario e lo straordinario. Sulla faccia rifrangente prendasi una porzione d'area σ piccolissima e la si consideri come base comune di quattro fascetti luminosi aventi le direzioni dei quattro raggi, incidente, riflesso e due rifratti. Limitando le lunghezze dei fascetti in modo che esse rappresentino le rispettive lunghezze d'onda L, L, L_1, L_2, ne risultano quattro prismi, per ciascuno dei quali si deve esprimere il potenziale elettrodinamico corrispondente. Si indichino questi potenziali con P, P', P_1, P_2. In un mio precedente lavoro [1]) ho dimostrato che designando con T la durata di ogni perturbazione od oscillazione elettrica e ponendo

$$\int_0^1 dz.\mathrm{sen}^2\,(\mathrm{T}z - t) = 2\,\mathrm{Q}\,,$$

le espressioni dei detti potenziali elettrodinamici si possono presentare sotto la forma:

$$\mathrm{P} = \mathrm{Q}\,\frac{\mathrm{T}^2\sigma\cos i}{4\,\pi\mathrm{L}}\,,$$

$$\mathrm{P}' = \mathrm{Q}\,\frac{\mathrm{T}^2\sigma\cos i}{4\,\pi\mathrm{L}}\,\mathrm{V}^2\,,$$

$$\mathrm{P}_1 = \mathrm{Q}\,\frac{\mathrm{T}^2\sigma\cos r}{4\,\pi\mathrm{L}_1}\,u_1^2\,.$$

$$\mathrm{P}_2 = \mathrm{Q}\,\frac{\mathrm{T}^2\sigma\cos\lambda}{4\,\pi\,\mathrm{L}_2\cos\omega}\,u_2^2.$$

V, u_1. u_2 sono i flussi elettrici proprii della luce riflessa e della luce ordinaria e della straordinaria rifratte, assumendo come unità il flusso elettrico del raggio incidente; r è l'angolo di rifrazione ordinaria, ω l'angolo che il raggio rifratto straordinario fa colla normale al suo elemento d'onda, e λ è l'angolo che l'onda elementare straordinaria fa colla faccia rifrangente.

1) *Fenomeni di riflessione cristallina interpretati secondo la teoria elettromagnetica della luce; — Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*, vol. **XX**, 1885.

Il principio della *conservazione dell' energia luminosa* si traduce nella equazione:

(1) $$P = P' + P_1 + P_2$$

la quale dice, in altri termini, che la quantità di luce che costituisce il raggio incidente si suddivide integralmente nel raggio riflesso e nei due rifratti.

Perciò nel caso attuale si ha:

$$\frac{\cos i}{L} = \frac{\cos i}{L} V^2 + \frac{\cos r}{L_1} u_1^2 + \frac{1}{L_2} \frac{\cos \lambda}{\cos \omega} u_2^2 ,$$

od ancora:

(2) $$1 - V^2 = \frac{L}{L_1} \frac{\cos r}{\cos i} u_1^2 + \frac{L}{L_2} \frac{\cos \lambda}{\cos i \cos \omega} u_2^2 .$$

Di guisa che, essendo uguale all' unità l' intensità del raggio incidente, l' intensità del raggio riflesso sarà V^2 e le intensità I_o, I_s dei due raggi birifratti, ordinario e straordinario, saranno:

$$I_o = \frac{L}{L_1} \frac{\cos r}{\cos i} u_1^2 , \qquad I_s = \frac{L}{L_2} \frac{\cos \lambda}{\cos i \cos \omega} u_2^2 .$$

La determinazione delle quantità da cui dipendono i cercati valori di I_o e I_s esige che si tenga ancora conto del così detto *principio di continuità*.

Nel mio lavoro citato precedentemente (pag. 19 e seg.) ho dimostrato che, quando il piano d' incidenza coincide colla sezione principale del cristallo, questo principio conduce alle tre equazioni seguenti:

(3) $$\left\{ \begin{aligned} & \cos i (\operatorname{sen} \theta + V \operatorname{sen} \psi) = u_2 \operatorname{sen} \alpha \\ & \cos \theta (+ V \cos \psi = - u_1 \\ & \cos \theta - V \cos \psi = - u_1 \frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} \end{aligned} \right.$$

dove α è l' angolo che la direzione del flusso elettrico pel raggio rifratto straordinario fa colla normale alla faccia rifrangente e ψ è l' angolo che il piano di polarizzazione del raggio riflesso fa col piano d' incidenza.

III.

Per applicare le nozioni precedenti al problema di cui qui si tratta dobbiamo discendere alle condizioni speciali in cui la legge di Malus venne proposta dal suo autore. Perciò abbiasi un cristallo birifrangente uniasse i cui indici di rifrazione ordinaria e straordinaria siano rispettivamente $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ e si prenda come superficie rifrangente una faccia del cristallo facente l'angolo ε coll'asse ottico. Se un raggio d'intensità *uno* cade normalmente sopra questa faccia, esso penetra nel cristallo dando luogo ad un raggio rifratto ordinario d'intensità I_o pure normale alla faccia stessa e ad un raggio straordinario d'intensità I_s che fa colla normale alla faccia un certo angolo ρ. S'intenda costruita nella sezione principale del cristallo e nell'interno di questo l'ellissi che ha per centro il punto d'incidenza e per semiassi a e b, essendo il primo di questi semiassi diretto secondo l'asse ottico. Condotta parallelamente alla faccia rifrangente la tangente all'ellissi, la retta che congiunge il punto di contatto col punto d'incidenza rappresenta conformemente alla notissima costruzione di Huyghens, il raggio rifratto straordinario. Se ne deduce facilmente la relazione:

$$\operatorname{tang} \rho = \frac{(b^2 - a^2) \operatorname{tang} \varepsilon}{a^2 \operatorname{tang}^2 \varepsilon + b^2}.$$

Inoltre, trattandosi qui d'incidenza normale, sarà:

$$\lambda = 0 , \qquad \omega = \rho ,$$

perchè l'elemento d'onda straordinaria è parallelo alla faccia rifrangente.

Chiaminsi a', b' i due semidiametri coniugati dell'ellissi dei quali il primo giace sulla faccia rifrangente e fa per conseguenza l'angolo ε coll'asse ottico; sia ε' l'angolo che collo stesso asse ottico fa il secondo diametro coniugato. Si ricordino le relazioni note:

$$\operatorname{tang} \varepsilon \operatorname{tang} \varepsilon' = - \frac{b^2}{a^2}$$

$$a'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon}, \qquad b'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon' + b^2 \cos^2 \varepsilon'}.$$

Il rapporto $\frac{L_1}{L}$ è uguale a $\frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} i}$ e vale a per qualunque incidenza; il rapporto $\frac{L_2}{L}$ per qualunque incidenza è uguale a

$$\frac{\operatorname{sen} \lambda}{\operatorname{sen} i};$$

e siccome la costruzione di Huygheus dà:

$$\operatorname{sen} \lambda = \frac{b' \operatorname{sen} i}{\sqrt{1 + (b'^2 - a'^2) \operatorname{sen}^2 i}},$$

si avrà per l'incidenza normale:

$$\frac{L_2}{L} = b'.$$

Sostituendo questi valori nell'equazione (2) essa diventa:

$$(4) \qquad 1 - V^2 = \frac{u_1^2}{a} + \frac{u_2^2}{b' \cos \rho}.$$

La direzione del flusso elettrico pel raggio rifratto straordinario forma l'angolo ρ colla faccia rifrangente; perciò introducendo nella terna di equazioni (3) le condizioni:

$$i = 0, \qquad \alpha = \frac{\pi}{2} - \rho$$

se ne ottiene:

$$\operatorname{sen} \theta + V \operatorname{sen} \psi = u_2 \cos \rho$$

$$\cos \theta + V \cos \psi = - u_1$$

$$\cos \theta - V \cos \psi = - \frac{u_1}{a},$$

ovvero più comodamente:

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} & \operatorname{sen} \theta + V \operatorname{sen} \psi = u_2 \cos \rho \\ & u_1 = - \frac{2 a \cos \theta}{1 + a} \\ & V \cos \psi = - \cos \theta \, \frac{1 - a}{1 + a} \end{aligned} \right.$$

L'equazione (4) e le tre (5) servono ad eliminare la V e la ψ ed a fornirci i valori di u_1 e di u_2. Si ottiene così:

$$u_1 = -\frac{2a}{1+a}\cos\theta$$

$$u_2 = \frac{2b'\cos^2\rho}{1+b'\cos^2\rho}.$$

Ricorrendo ora alle espressioni generali già ottenute per I_o e I_s e ponendo anche in esse:

$$i = r = \lambda = 0, \qquad \omega = \rho,$$

se ne ricava:

$$I_o = \frac{4a}{(1+a)^2}\cos^2\theta$$

$$I_s = \frac{4c}{(1+c)^2}\operatorname{sen}^2\theta$$

dove si è messo per brevità:

$$c = b'\cos^2\rho.$$

La quantità c sarebbe eguale ad a se fosse: $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, cioè se la faccia rifrangente fosse normale all'asse ottico; essa va crescendo col diminuire di ε e diventa eguale a b per $\varepsilon = 0$.

Da ciò che precede vedesi che il rapporto $\frac{I_o}{I_s}$ non è eguale a $\frac{\cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$ e che perciò, per i due raggi birifratti, considerati nell'interno del mezzo indefinito, la legge di Malus non è dalla teoria esattamente verificata. Lo sarebbe soltanto nel caso in cui a motivo del debole potere birifrangente del mezzo, si potesse assumere c come sensibilmente eguale ad a.

Vedesi inoltre che l'eguaglianza d'intensità pei due raggi rifratti non ha luogo per $\theta = 45°$, bensì si ha quando l'angolo θ_1 del piano di polarizzazione della luce incidente colla sezione principale è tale da verificare la condizione:

$$\operatorname{tang}\theta_1 = \frac{1+c}{1+a}\sqrt{\frac{a}{c}}.$$

Scendendo ad un esempio numerico, prendasi come mezzo birifrangente la calcite, per la quale le migliori determinazioni sperimentali dànno:

$$a = 0{,}6045\,, \qquad b = 0{,}6742\,.$$

La superficie rifrangente sia una delle facce naturali della forma romboedrica fondamentale, per cui si ha:

$$\varepsilon = 45^\circ\, 23'\, 20''\,.$$

Dalle formole precedenti si ottiene:

$$\rho = 6^\circ\, 12', \qquad b' = 0{,}6436\,,$$

e quindi

$$\frac{4a}{(1+a)^2} = 0{,}9392\,,$$

$$\frac{4a}{(1+c)^2} = 0{,}9492\,.$$

Si scorge che, per $\theta = 45^\circ$, l'intensità del raggio straordinario supera di circa un centesimo del suo valore quella del raggio ordinario. Per avere l'eguaglianza rigorosa d'intensità fra i due raggi bisogna che l'azimut θ_1 di polarizzazione del raggio incidente sia:

$$\theta_1 = 44^\circ\, 50'\, 55''\,.$$

IV.

Affinchè i risultati teorici siano meglio suscettibili di confronti sperimentali, conviene studiare ancora il fenomeno dell' uscita dei due raggi birifratti da una seconda faccia del cristallo parallela a quella d'entrata su cui ha luogo l'incidenza normale.

I raggi emergenti sono entrambi normali alle facce del cristallo; però, mentre il raggio ordinario trovasi sul prolungamento del raggio incidente, lo straordinario se ne scosta della quantità s tang ρ, essendo s lo spessore della lamina cristallina.

Il raggio ordinario interno, pel quale si trovò il flusso elet-

trico u_1 espresso da: $-\frac{2a}{1+a}\cos\theta$, genera alla faccia d'uscita un raggio riflesso di flusso v_1 ed un solo raggio rifratto (l'emergente ordinario) di flusso U_1. Le direzioni dei tre flussi essendo normali alla sezione principale, il principio di continuità dà luogo all'unica condizione:

$$u_1 + v_1 = U_1 \tag{6}$$

Per altra parte il potenziale elettrodinamico P_1, che rappresenta l'intensità del raggio ordinario interno, si è trovato essere eguale a

$$Q\,\frac{T^2 \sigma \cos i}{4\pi L_1}\,u_1^2$$

e trovasi, in modo analogo, che i potenziali elettrodinamici R e E per il raggio riflesso ed il raggio emergente sono rispettivamente:

$$R = Q\,\frac{T^2 \sigma \cos i}{4\pi L_1}\,v_1^2,$$

$$E = Q\,\frac{T^2 \sigma \cos r}{4\pi L}\,U_1^2.$$

Essendo nel nostro caso:

$$i = r = 0, \qquad \frac{L_1}{L} = a.$$

l'equazione che esprime la conservazione dell'energia, cioè:

$$P_1 = R + E$$

qui diventa:

$$u_1^2 - v_1^2 = a\,U_1^2. \tag{7}$$

Combinando la (6) e la (7) e ricordando l'espressione di u_1 si ottiene:

$$v_1 = \frac{1-a}{1+a}\,u_1 = -\frac{2a(1-a)}{(1+a)^2}\cos\theta$$

$$U_1 = -\frac{4a\cos\theta}{(1+a)^2}.$$

Essendo sempre *uno* l'intensità del primo raggio incidente, indichiamo con R_0, E_0 rispettivamente le intensità del raggio riflesso interno di flusso v_1 e del raggio ordinario emergente di flusso U_1. Si avrà immediatamente:

$$R_0 = \frac{R}{P} = \frac{L}{L_1} v_1^2 = \frac{v_1^2}{a} = \left(\frac{1-a}{1+a}\right)^2 I_0 = \frac{4a(1-a)^2}{(1+a)^4}\cos^2\theta$$

$$E_0 = \frac{E}{P} = U_1^2 = \frac{4a}{(1+a)^2} I_0 = \frac{16a}{(1+a)^4}\cos^2\theta \,.$$

Vedesi che, nello attraversare normalmente una faccia cristallina, tanto nel caso di entrata, come in quello di uscita, un raggio polarizzato nella sezione principale diminuisce d'intensità in modo che il rapporto fra la sua intensità dopo l'attraversamento e l'intensità che prima aveva trovasi espresso da

$$\frac{4a}{(1+a)^2} \,.$$

Risulta pure che, in ogni riflessione interna di un raggio polarizzato nella sezione principale, l'intensità del raggio riflesso sta a quella del raggio incidente nel rapporto di $\left(\frac{1-a}{1+a}\right)^2$ ad uno.

Il raggio straordinario interno I_s giungendo alla faccia di uscita genera un raggio riflesso sotto l'angolo ρ d'incidenza e di riflessione ed un raggio rifratto emergente normale alla faccia. I flussi elettrici, che chiamo u_2, v_2, U_2 rispettivamente per il raggio incidente, il riflesso e l'emergente, hanno direzioni giacenti nella sezione principale e si è già trovato:

$$u_2 = \frac{2b'\cos^2\rho}{1+b'\cos^2\rho}\,\text{sen}\,\theta \,.$$

Le proiezioni dei tre flussi sulla faccia di emergenza essendo

$$u_2\cos\rho, \qquad v_2\cos\rho, \qquad U_2,$$

il principio di continuità si esprime colla semplice relazione:

$$\cos\rho\,(u_2 + v_2) = U_2 \,. \tag{8}$$

Chiamando rispettivamente P_2, R', E' i potenziali elettrodina-

mici relativi ai tre raggi, ricordiamo che si è già ottenuto:

$$P_2 = Q \frac{T^2 \sigma}{4\pi L_2} \frac{1}{\cos\rho} u_2^2 ;$$

otteniamo egualmente:

$$R' = Q \frac{T^2 \sigma}{4\pi L_2} \frac{1}{\cos\rho} v_2^2$$

$$E' = Q \frac{T^2 \sigma}{4\pi L} U_2^2$$

Quindi il principio della conservazione dell' energia che qui dice:

$$P_2 = R' + E'$$

dà luogo alla relazione:

$$(9) \qquad \frac{1}{\cos\rho}(u_2^2 - v_2^2) = b' \, U_2^2 .$$

Risolvendo le due equazioni (8) e (9) rispetto a v_2 e u_2 e ricordando il valore già trovato di u_2 si ottiene:

$$v_2 = \frac{2\, b' \cos^2\rho\, (1 - b' \cos^2\rho)}{(1 + b' \cos^2\rho)^2} \operatorname{sen}\theta$$

$$U_2 = \frac{4\, b' \cos^2\rho}{(1 + b' \cos^2\rho)^2} \operatorname{sen}\theta .$$

Infine, essendo sempre assunta come unità l' intensità del primitivo raggio incidente e ricordando che:

$$I_3 = \frac{4c}{(1+c)^2} \operatorname{sen}^2\theta , \qquad c = b' \cos^2\rho ,$$

si ha per le intensità R_3, E_3 del raggio straordinario riflesso internamente alla faccia d' uscita e del raggio straordinario emergente:

$$R_3 = \frac{R'}{P} = \frac{v_2^2}{b' \cos\rho} = \left(\frac{1-c}{1+c}\right)^2 I_3 = \frac{4c\,(1-c)^2}{(1+c)^4} \operatorname{sen}^2\theta$$

$$E_3 = \frac{E'}{P} = U_2^2 = \frac{4c}{(1+c)^2} I_3 = \frac{16 c^2}{(1+c)^4} \operatorname{sen}^2\theta .$$

Da queste espressioni si scorge che:

1° Un raggio polarizzato normalmente alla sezione principale si indebolisce nello uscire dalla seconda faccia della lamina cristallina di tanto come si è indebolito nello entrare attraversando la prima faccia: cioè, nello attraversare tanto l'una faccia come l'altra, la nuova intensità che assume sta all'intensità che prima aveva, come $\frac{4c}{(1+c)^2}$ sta ad *uno*;

2° Un raggio polarizzato normalmente alla sezione principale nel riflettersi internamente sopra una delle facce della lamina genera un raggio riflesso, la cui intensità sta a quella del rispettivo raggio incidente come $\left(\frac{1-c}{1+c}\right)^2$ sta ad *uno*.

Se la lamina cristallina è di calcite ed ha le facce parallele a quelle della forma principale romboedrica, nelle espressioni ora trovate:

$$E_0 = \frac{16\,a^2}{(1+a)^4} \cos^2\theta\,, \quad E_s = \frac{16\,c^2}{(1+c)^4} \operatorname{sen}^2\theta\,,$$

basterà sostituire i dati numerici già indicati. Si ottiene a questo modo l'intensità 0,8822 $\cos^2\theta$ per il raggio ordinario emergente e l'intensità 0,9010 e $\operatorname{sen}^2\theta$ per l'emergente raggio straordinario. L'angolo θ_2 che il piano di polarizzazione del primo raggio incidente deve fare colla sezione principale affinchè i due raggi emergenti abbiano la stessa intensità, è

$$\theta_2 = 44^\circ\,41'\,49''.$$

V.

L'esame delle intensità dei raggi emergenti da una lamina a facce parallele si può compiere in modo più esatto tenendo conto dell'influenza esercitata su di esse dai fenomeni di riflessione interna. Ed invero, ciascuno dei due raggi emergenti non contiene soltanto la quantità di luce ora calcolata; si deve anche tener conto della luce che, dopo di aver attraversata la lamina, viene internamente riflessa alla faccia d' uscita, poi attraversa la lamina una seconda volta, si riflette alla faccia d' entrata, attraversa di nuovo la lamina e finalmente, escendo da questa, si aggiunge al raggio emergente. Si ha così un raggio parziale o se-

condario che ha subito due riflessioni interne. Allo stesso modo si aggiungono ancora a ciascun raggio emergente altri raggi parziali che hanno subìte nell'interno della lamina 4, 6, ... riflessioni. Per ciò, ponendo per brevità:

$$m = \left(\frac{1-a}{1+a}\right)^2,$$

per avere la quantità totale $\mathbf{E}_0$ di luce che costituisce il raggio emergente ordinario, bisognerà scrivere:

$$\mathbf{E}_0 = E_0 (1 + m^2 + m^4 + \ldots\ldots) = \frac{16\,a^2}{(1+a)^4}\,\frac{\cos^2\theta}{1-m^2} = \frac{2\,a}{1+a^2}\cos^2\theta.$$

Ragionando analogamente per il raggio straordinario e ponendo:

$$n = \left(\frac{1-c}{1+c}\right)^2$$

si ha per tutta la quantità $\mathbf{E}_s$ di luce del raggio emergente straordinario:

$$\mathbf{E}_s = E_s (1 + n^2 + n^4 + \ldots\ldots) = \frac{2\,c}{1+c^2}\,\mathrm{sen}^2\,\theta.$$

Per la calcite stata finora presa ad esempio si ha:

$$\frac{2\,a}{1+a^2} = 0{,}8955\,,$$

$$\frac{2\,c}{1+c^2} = 0{,}9035\,.$$

L'angolo θ_s del piano di polarizzazione del raggio incidente colla sezione principale del cristallo, quando i due raggi emergenti sono egualmente intensi, è

$$\theta_s = 44^\circ\,42'\,38''.$$

Qui non è inutile avvertire che il problema ora risolto, ove venisse trattato colla guida della teoria di Neumann, darebbe luogo ai seguenti risultati. L'intensità della luce emergente ordinaria sarebbe ancora:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{2\,a}{1+a^2}\cos^2\theta\,.$$

Ma l'intensità della luce straordinaria avrebbe invece per espressione:

$$\frac{2\,c'}{1+c'^2}\,\mathrm{sen}^2\,\theta$$

essendo:

$$c' = \sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon}.$$

Questa quantità c' rappresenta la velocità con cui si trasmette l'onda straordinaria quando la propagazione si fa in direzione normale alla superficie formante l'angolo ε coll'asse ottico. Per la calcite si avrebbe:

$$c' = 0{,}6326$$

e quindi:

$$\frac{2c'}{1 + c'^2} = 0{,}8976.$$

Per conseguenza la teoria di Neumann darebbe come angolo θ_4 dell'azimut di polarizzazione della luce incidente che corrisponde ad intensità eguali dei due raggi emergenti:

$$\theta_4 = 44^\circ\, 48'\, 19''.$$

Il procedimento seguìto in questo lavoro ha condotto al valore θ_3 che, essendo un po' minore di θ_4, si allontana alquanto più di questo dalla legge di Malus: però questo θ_3 si avvicina più del θ_4 al valore che risulta dalle determinazioni fotometriche di Wild.

Per ultimo si consideri il caso in cui la luce cadente sulla lamina cristallina non è affatto polarizzata. Se la legge di malus fosse esatta, i due raggi emergenti dovrebbero contenere sempre eguali quantità di luce; ma questo rigorosamente non è. Per studiare razionalmente ciò che qui avviene, si può, come generalmente si usa, sostituire al raggio incidente naturale un sistema di due raggi eguali polarizzati ad angolo retto. Lo stesso raggio incidente si può pur considerare come costituito da infiniti raggi uguali, riuniti fra loro, d'intensità infinitesima e polarizzati in tutti i piani distribuiti uniformemente intorno alla linea che rappresenta la sua direzione.

Conformemente a quest'ultimo concetto sia sempre *uno* l'intensità del raggio incidente naturale; l'angolo θ per uno qualunque dei raggi elementari che lo costituiscono, d'intensità dx, può essere espresso da $2\pi x$, dovendo x assumere poi tutti i valori compresi fra zero ed uno; si indichino con de_0, de_1 le intensità

dei due raggi elementari emergenti che derivano dal raggio elementare incidente dx. Si avrà:

$$de_0 = \frac{2a}{1+a^2} dx \cos^2 2\pi x$$

$$de_s = \frac{2c}{1+c^2} dx \,\text{sen}^2 2\pi x.$$

Quindi, essendo e_0, e_s le intensità dei due raggi emergenti, si ottiene

$$e_0 = \frac{2a}{1+a^2} \int_0^1 dx \cos^2 2\pi x = \frac{a}{1+a^2}$$

$$e_s = \frac{2c}{1+c^2} \int_0^1 dx \,\text{sen}^2 2\pi x = \frac{c}{1+c^2}.$$

Applicando questi risultati alla lamina di calcite già più volte scelta ad esempio, si trova che, dei due raggi escenti dalla medesima, l'ordinario ha un'intensità, riferita a quella della luce incidente, espressa dal numero 0,4427, mentre l'intensità del raggio straordinario vale 0,4518, cioè supera quella del primo di circa un cinquantesimo del loro valore. La differenza fra la loro somma e l'intensità del raggio incidente vale 0,1055; questa differenza rappresenta la quantità di luce riflessa alla faccia d'entrata, sommata con tutte quelle che escono dalla stessa faccia dopo di aver subìte riflessioni interne.



SE L'ELETTRICITÀ DEL SUOLO SIA INDUCENTE O INDOTTA; NOTA DI L. PALMIERI.

Le indagini di Peltier, dopo le sperienze di Saussurre e di Erman, avrebbero potuto esser sufficienti a dimostrare che la elettricità che noi possiamo osservare sopra i conduttori bene esposti all'aria libera è indotta e non comunicata dall'aria circostante; ciò non pertanto io non vedendo tutti di ciò persuasi,

esposi in parecchie memorie le prove sperimentali da me aggiunte a quelle che per lo innanzi si erano avute. Non saprei che dire a coloro che pur avendo un merito eminente ma non studi perseveranti di meteorologia elettrica, propongono sperienze inconcludenti per avere la misura del potenziale dell'aria in un dato luogo, ponendo l'osservatore in un fosso per vedere la elettricità che gli giunga da un conduttore in cima del quale ci sia un moccolo acceso. La poca serietà di queste indagini era chiara anche prima delle mie sperienze sulla elettricità che si svolge nella combustione. *Quandoquidem bonus dormitat Homerus.*

Se dunque la elettricità che si appalesa sopra i conduttori isolati e bene esposti deriva da induzioni, si può domandare dove la inducente si trovi. Peltier suppose la terra essere un globo dotato di elettricità propria negativa, circondato da un invoglio coibente, ch'è l'atmosfera, e gli spazi planetari li suppose dotati di elettricità positiva. Or questa ipotesi che fu la meno fortunata di tutte, dopo circa mezzo secolo è stata, in parte, evocata dall'oblio e sostenuta da Pellat [1]). Quest'abile fisico crede che l'assunto di Peltier resta dimostrato dal vedere che col tempo bello il potenziale delle falde d'aria cresce con le altezze partendo dal suolo. Rispondo al Pellat che disgraziatamente le osservazioni contemporanee e comparabili fatte alla Specola della nostra Università, all'Osservatorio di Capodimonte ed all'Osservatorio Vesuviano non meno di quattro volte al giorno per lunga serie di anni, e quelle fatte all'osservatorio di Moncalieri ed al Piccolo S. Bernardo, smentiscono cotesta affermazione più volte ripetuta. Supposto intanto che la cosa procedesse così, il sig. Pellat soggiunge: *Or quand le potentiel du milieu isolant augment en s' eloignant de la surface d' un conducteur, celle-ci est chargé d'éléctricité negative.* Ma domando io, non avverrebbe lo stesso se stando quel conduttore ad un potenziale nullo vi fosse alla parte opposta un'elettricità inducente positiva? [2]) Ricordo

1) *Journal de Physique* fondé par d'Almeida. Janvier 1885.

2) La proposizione del Pellat è troppo assoluta e però non può sempre ritenersi vera, come appunto interviene nel caso presente in cui allontanandoci dal suolo ci avviciniamo alle falde inducenti dell'atmosfera.

In quanto poi all'aumento del potenziale con le altezze mi rimetto a' fatti esposti altrove. Solo voglio qui ricordare che facendosi da molti anni osservazioni simultanee

che Peltier per mostrare la giustezza della sua ipotesi poneva nella stessa verticale due conduttori elettrizzati di elettricità opposte distanti tra loro per circa tre metri, stando di sopra il positivo e di sotto il negativo, e con apposito elettroscopio collocato tra essi, elevandolo ed abbassandolo, riproduceva i fenomeni che si verificano nell'aria libera. Ma ci fu chi giustamente fece notare che que' fenomeni si avveravano egualmente e nello stesso modo o col solo conduttore di sopra positivo o col solo conduttore di sotto negativo. Ecco forse la ragione per la quale il Pellat stima di non tener conto nè della elettricità dello spazio, nè di quella dell'atmosfera.

Mancando la verità del fatto fondamentale dal quale muove il Pellat, e non essendo neppur legittima la prima conseguenza che deduce, credo potermi astenere dal seguire l'Autore quando afferma altri fatti che osservazioni ripetute per lunghi anni e con istrumenti e metodi precisi non confermano, e quando con computi matematici rigorosi e giusti, giunge a conclusioni formalmente vere, ma materialmente false come direbbero i logici.

Io credeva veramente di aver dimostrato che la elettricità inducente risiedesse nell'atmosfera e l'indotta nel suolo, ma poichè molti fisici spesso eminenti, senza aver fatto studii speciali di meteorologia elettrica con apparecchi opportuni, ignari de' miei lunghi studii, si credono in diritto di sentenziare, così voglio addurre altre prove che spero valgano a rimuover ogni dubbio in proposito.

Si sa che quando un conduttore isolato sta sotto l'influsso di un corpo elettrizzato ed abbia punte rivolte verso l'inducente, questo conduttore indotto si caricherà della stessa elettricità dell'inducente ed a spese di questa come se l'indotto fosse messo

non meno di quattro volte al giorno alla Specola universitaria (m. 57 sul mare), alla Specola di Capodimonte (m. 149) ed all'Osservatorio vesuviano (m. 637), risulta:

1° Che ordinariamente le tensioni o i potenziali scemano di basso in alto.

2° Col dominio de' venti boreali suole aversi all'Osservatorio vesuviano più che alla Specola universitaria, ove per altro si ha più che a Capodimonte, avverandosi la tensione minima ad un'altezza intermedia.

Quest'ultimo fatto fa necessariamente supporre almeno due falde o strati atmosferici induttori, uno molto basso che si fa sentire di più alla Specola universitaria ed uno a grande altezza che si fa avvertire meglio all'Osservatorio vesuviano. Non vorrei che si dimenticasse che i massimi ed i minimi del periodo diurno non si hanno alle stesse ore ad altezze diverse.

in una certa comunicazione con l' inducente. Se le punte si trovassero nell' estremo opposto dell' indotto, questo si caricherebbe di elettricità contraria come se comunicasse in certo modo col suolo. Ciò posto esponiamo all' aria libera un conduttore verticale isolato, con punte nell' estremo superiore, e ne' tempi ordinarii avremo elettricità positiva. Supponendo ora che la inducente fosse quella del suolo negativa, rivolgendo il conduttore con le punte in basso dovremmo vedere in esso elettricità negativa, e pure dalle mie esperienze risulta che o non si ha nulla o debole elettricità positiva.

Ancora, se questo conduttore verticale con punte nella parte inferiore soggiacesse all' influsso della elettricità negativa del suolo, dovrebbe non solo caricarsi di questa, ma renderla più cospicua allorchè fosse prontamente elevato, e pure l' esperienza dimostra che quel conduttore in tempi ordinarii rivela elettricità positiva.

In oltre se l' elettricità inducente fosse nel suolo, allorchè un conduttore abbassandosi mostra elettricità negativa, questa dovrebbe apparire massima al contatto del suolo stesso nel quale si vuol supporre esser posta la inducente, e pure essa allora sparisce.

Nell' articolo del Pellat quello che ci ha di preciso sono le formole matematiche, ma disgraziatamente esse sono prive di contenuto pe' numerosi errori di fatto da' quali il detto autore prende le mosse. Egli per esempio afferma che *par les temps couverts . . . . le sol est tantot électrisé négativement, tantot positivement.* Ciò non è vero affatto, senza la caduta di pioggia grandine o neve, specialmente ad una certa distanza dal luogo delle osservazioni, secondo la legge da me trovata fin dal 1854, confermata da Adolfo Quetelet e da altri, e poi spesso ricordata. Prima di scrivere sopra un dato argomento bisognerebbe saper quello che erasi fatto per lo innanzi. Noi altri italiani spesso trascuriamo di sapere le cose nostre, ma poniamo grande premura nel conoscere quello che si fa presso le altre nazioni. Se il sig. Pellat avesse avuto notizia della legge anzidetta si sarebbe espresso in modo da dire che con la caduta delle piogge si hanno zone fortemente positive ed altre fortemente negative a distanze talvolta molto brevi e tal' altra di parecchi chilometri. E sicco-

me il suolo che non è punto isolante per la elettricità cinetica o dinamica che dir si voglia, molto meno potrebbe esserlo per la elettricità statica, così quando con osservazioni simultanee trovo, non dico tra la specola dell'Università e l'Osservatorio vesuviano, ma tra la detta Specola e l'Osservatorio di Capodimonte, forti ed opposte elettricità, non posso supporre che due porzioni di suolo così vicine abbiano elettricità opposte senza che siano eccitate per induzione dalle zone atmosferiche soprastanti.

Ma dopo di avere dimostrato con osservazioni ed esperienze la vera origine della elettricità meteorica, stimo superfluo aggiungere altre prove per conchiudere che la elettricità inducente è nell'atmosfera e la indotta nel suolo.

Il Pellat dichiarando sicura (*certaine*) la presenza di uno strato di elettricità negativa alla superficie del nostro Pianeta, domanda: Ma donde deriva questo strato di elettricità negativa? Egli risponde che ci è stato sempre, cioè che la terra lo ebbe fin dai remotissimi tempi della sua formazione, e non può perderlo, essendo perfettamente isolata nello spazio.

Quello che posso dire al sig. Pellat è che l'unica prova sperimentale della elettricità de' corpi sporgenti alla superficie della terra si ha da' fenomeni da me scoperti e studiati fin dal 1850 e riassunti ultimamente nel Vol. VI delle *Memorie della Società Italiana delle Scienze.* Risulta dunque da quelle indagini, che tanto a ciel sereno quanto a ciel nuvoloso, ma senza pioggia, grandine o neve ad una certa distanza, con orizzonte perfettamente libero, avvicinando due corpi conduttori in direzione perfettamente orizzontale si ha manifestazione di elettricità negativa la quale sparisce se uno de' due che era isolato si faccia per un momento comunicare col suolo, e poi con l'allontanamento sempre in direzione orizzontale, si avrà elettricità positiva. In tali congiunture l'elettricità atmosferica in qualunque modo esplorata si troverà sempre positiva, ma quando in qualsivoglia modo esplorata essa si mostra negativa, il che accade solo allorchè piove ad una certa distanza, ancorchè il cielo sia sereno nel luogo delle osservazioni, allora si ha con l'avvicinamento elettricità positiva e negativa con l'allontanamento. Le tensioni che si osservano con l'avvicinamento o con l'allontana-

mento sono per intensità varie come quelle che si hanno con gli apparecchi ordinati alle osservazioni di meteorologia elettrica, e quantunque di minore intensità, pure ne seguono perfettamente le fasi non solo per la intensità ma eziandio per la natura, mostrando cioè elettricità negativa nel suolo quando quella dell'atmosfera è positiva, e l'inverso in caso di elettricità negativa dell'atmosfera, che non si ha senza la caduta di pioggia grandine o neve ad una certa distanza dal luogo delle osservazioni.

Se dunque la elettricità del suolo per intensità corrisponde a quella dell'aria, per modo che cresce o scema con essa, ma è sempre di opposta natura, è chiaro anche per questo che sia da reputarsi elettricità indotta.



SULLA CONFERENZA INTERNAZIONALE DI VIENNA PER L'ADOZIONE DI UN CORISTA UNIFORME; NOTE DEL PROF. P. BLASERNA.

Dietro invito del Governo austriaco, il giorno 16 novembre 1885 si è riunita a Vienna una conferenza internazionale, per stabilire un corista uniforme per tutto il mondo musicale. Come uno dei delegati, che vi ebbero l'onore di rappresentare il Governo italiano, io credo che non riescirà discaro di sapere quali sono state le idee che vi si sono agitate e quali le deliberazioni prese.

La grande opportunità, direi quasi la necessità, di un corista unico per tutto il mondo musicale non ha bisogno di essere lungamente dimostrata. Sarà un grande vantaggio per tutti, e specialmente per l'Italia, se gli strumenti costruiti in varî luoghi andranno d'accordo fra di loro, se le bande militari e civili e le orchestre potranno a volontà riunirsi insieme e se i nostri cantanti, che girano il mondo, troveranno da per tutto il medesimo corista appropriato alle loro voci. Dico di più: la costruzione degli istrumenti a fiato, imperfetti ancora non ostante i molti perfezionamenti introdotti, si è trovata impacciata dalla presenza di molti coristi, ai quali si dovevano adattare i diversi tipi; l'introduzione di un corista unico darà senza dubbio un

nuovo slancio all'ulteriore perfezionamento di tutti questi istrumenti.

L'importante questione dell'altezza, che si deve assegnare al corista, è questione anzitutto musicale. Spetta ai musicisti di tener conto delle esigenze dei cantanti, per eseguire sia la musica antica, sia la moderna, di tener presente il carattere delle composizioni, il timbro o la sonorità degli istrumenti a corda e a fiato e di far valere tante altre considerazioni ancora, per stabilire se a queste esigenze diverse e in parte contraddittorie si sodisfi meglio con un corista alto o con uno basso. In Italia, ove il bisogno di un corista unico è vivamente sentito ed è stato ardentemente discusso, non può mettersi in dubbio, che il desiderio di un corista basso era stato espresso dalla grande maggioranza dei nostri compositori e musicisti, e questo desiderio era condiviso da una non meno grande maggioranza di compositori e di musicisti stranieri.

Già prima che la conferenza si adunasse, si poteva prevedere che si sarebbero trovati in presenza tre coristi diversi, i quali tutti sodisfano in misura più o meno pronunziata alla condizione di essere bassi:

1) il corista detto tedesco, che corrisponde a 440 vibrazioni intere al minuto secondo;

2) il corista francese con 435 vibrazioni al secondo;

3) il corista, introdotto ultimamente nelle nostre bande militari, con 432 vibrazioni nel medesimo tempo.

Il corista tedesco ha esistito ed esiste più di nome che di fatto in Germania. Si può dire in suo favore, che esso ha il carattere di essere un po' meno basso degli altri e di presentare il vantaggio didattico, che i suoni della scala naturale maggiore vi sono rappresentati da numeri interi. Difatti si ha la seguente scala

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
264	287	330	352	396	440	495	528

il che non ha una grande importanza, ma può far comodo nell'insegnamento teorico della scala musicale.

Il corista francese, di 435 vibrazioni intere, è stato introdotto in Francia nel 1859, in seguito al parere di una Commis-

sione composta di celebri musicisti, fra cui il nostro Rossini, e di distinti scienziati. Esso è convenzionale e risponde soltanto al concetto musicale, per ciò che riguarda l'altezza; durante un quarto di secolo esso si mantenne costante, non ostante la tendenza verificatasi in tante orchestre, di alzare il corista poco a poco.

Finalmente il corista di 432 vibrazioni, introdotto ultimamente nelle bande del nostro esercito, è il più basso di tutti, quantunque esso differisca dal francese di una quantità appena apprezzabile musicalmente. Questo corista fu proposto la prima volta nel 1873 dal Meerens, belga, il quale criticando l'opera della Commissione francese, fece vedere che esso presenta alcuni caratteri d'indole scientifica, per cui sarebbe preferibile a quello francese. Il ragionamento del Meerens fu riprodotto in quest'anno, e sotto forma più scientifica, dal distinto sig. Soret di Ginevra. Se si pone il $la^3 = 432$ vibrazioni, scendendo per tre quinte pure, nel rapporto di 2:3, come è richiesto dall'accordatura degli istrumenti ad arco — gli strumenti più perfetti che abbiamo —, si arriva al do^2 della viola $= 128$ e un'ottava più bassa al *do* $= 64$ del violoncello. Questo *do* è una potenza di 2, per cui scendendo per ottave basse, nel rapporto di 1:2 si arriva ad un *do* bassissimo e puramente ideale di una vibrazione di secondo, il quale non è altro che il pendolo a secondi e sarebbe così il vero suono fondamentale e la base del nostro sistema musicale. In vece di un corista convenzionale, se ne avrebbe così uno a base più naturale. Aggiungasi a ciò, che nei laboratori di Fisica i diversi *do* che si adoperano, hanno, fin dal principio del secolo e per ragioni di semplicità, questa base naturale, per cui adottando il $la^3 = 864$, si metterebbe d'accordo la musica pratica colla pratica dei nostri laboratorî, vantaggio di una certa entità, quando si considerino i continui e incessanti rapporti che passano fra la musica e l'acustica.

Non vi è alcun dubbio, che, qualora la questione del corista fosse stata impregiudicata, queste considerazioni sarebbero state sufficienti, per far adottare da tutti il corista di 432 piuttosto che quello di 435. Difatti i due coristi sono, musicalmente parlando, quasi identici; ma il primo offre alcuni vantaggi d'indole scientifica in più, che al secondo mancano. Non vi sarebbe

stata quindi alcuna ragione per non dare la preferenza al primo. Ma così come stavano le cose si poteva prevedere, che la grande maggioranza non avrebbe considerate queste ragioni come sufficienti per chiedere alla Francia, ed ai paesi che ne hanno seguito l'esempio, il sacrifizio di una istituzione, che aveva dato eccellenti risultati, abbandonando il corista che essa aveva avuto il merito di aver introdotto e mantenuto per 25 anni, ed intorno al quale si erano aggruppati molti istrumenti, che si considerano tra i migliori.

Nella conferenza di Vienna, i delegati della Germania non sostennero punto il loro corista di 440 vibrazioni, e si mostrarono favorevoli al corista francese, intorno al quale si raccoglievano le più vive e le più generali simpatie. I delegati italiani fecero valere le ragioni che militavano in favore del corista semi-italiano. Si riconobbe da molte parti, in via teorica, che esso presentava incontestabilmente alcuni vantaggi e che a caso nuovo esso potrebbe anche preferirsi agli altri; ma per considerazioni pratiche tutti stavano per il corista francese. D'altra parte il Governo italiano, apprezzando al suo giusto valore il vantaggio che ne verrà al mondo musicale, ed all'Italia in particolare, dall'adozione di un corista unico internazionale, con un sentimento di larghezza altamente commendevole, aveva incaricato i delegati italiani di dichiarare che esso avrebbe accettato, anche all'infuori del corista di 432, quell'altro corista, su cui la grande maggioranza o l'unanimità dei voti si fosse potuta raccogliere. Ed è così, che dopo una interessante discussione, la conferenza nella seduta del 17 novembre ha proclamato all'*unanimità* il corista francese di 435 vibrazioni intere (= 870 vibrazioni semplici) a corista internazionale.

Coll'adozione di un corista unico, il quale si presta bene alle esigenze musicali, si è fatto un gran passo nella via dell'unificazione. Tutti i paesi ne ricaveranno un grande vantaggio e l'Italia in modo anche più speciale, se essa saprà tener alta la bandiera della sua produzione e dell'esecuzione musicale. È questa una di quelle misure benefiche, nelle quali tutti ci guadagnano e nessuno ci perde. Ed io mi compiaccio di avervi contribuito, colle mie deboli forze, specialmente a mantenere alla importante questione il suo vero e proprio carattere di questione

musicale. Perchè non posso e non devo nascondere, che vi sono stati in Italia distinti musicisti e non meno valorosi dilettanti, i quali hanno creduto e credono di buona fede, che il corista di 432 vibrazioni non doveva in alcuna guisa abbandonarsi, perchè il solo che abbia un fondamento scientifico. Se la cosa stesse così, posso affermare che la condotta dei delegati italiani sarebbe stata diversa. Essi avrebbero tenuto fermo fino all' ultimo, anche a costo di recare uno screzio nel seno della conferenza, sicuri che un giorno o l' altro la scienza avrebbe dato loro ragione.

Qui non si tratta più delle considerazioni di opportunità scientifica già esposte. Il corista di Meerens ha avuto la disgrazia, che intorno a lui si sono affastellate delle pretese teorie, una più strana dell' altra. Dal punto di vista scientifico la scelta del primo suono, come punto di partenza, è completamente arbitraria. Si può scegliere un suono con molte o con poche vibrazioni, a numero intero, frazionario ed anche irrazionale, purchè tutti gli altri suoni che l' accompagnano o gli succedono, siano col primo nei rapporti semplici voluti dalla teoria. La scala maggiore

$$a\,,\ \frac{9}{8}\,a\,,\ \frac{5}{4}\,a\,,\ \frac{4}{3}\,a\,,\ \frac{3}{2}\,a\,,\ \frac{5}{3}\,a\,,\ \frac{15}{8}\,a\,,\ 2a$$

è sempre esatta, qualunque sia il valore iniziale di a.

Nella musica pratica la scelta di un primo suono è più limitata, perchè bisogna tener conto della possibilità e della facilità dell' esecuzione. Ma entro i limiti posti da considerazioni prettamente musicali, la scelta è perfettamente libera. Che si scelgano per il *la*^{3} 432, 435, 433$\frac{1}{2}$ vibrazioni, è per la teoria completamente indifferente. Può far comodo l' avere numeri interi per semplificare certi calcoli e facilitare l' insegnamento teorico-musicale: ma altro è la comodità, altro un principio scientifico. Il violinista che suona solo nella sua stanza, si sceglie il *la*^{3} come crede, ma egli sa benissimo che, una volta scelto il *la*^{3}, le altre tre corde e tutti i suoni che gli produce devono accordarsi su quello. Questa è la grande legge degli intervalli musicali, che è la chiave di volta della teoria musicale.

Ma per dare al corista di 432 vibrazioni un *fondamento scientifico* si è fraintesa e capovolta questa prima e fondamen-

tale legge dell' acustica. Si è detto che il corista deve essere scelto in modo, che tutti i suoni della scala siano rappresentati da numeri interi, perchè la natura non conosce frazioni di vibrazioni, queste essendo i più piccoli movimenti delle molecole. Tuttociò è completamente erroneo. Le vibrazioni sonore sono tutt' altro che piccole; la lunghezza dell' onda sonora prodotta p. e. da una canna d' organo è uguale alla lunghezza della canna stessa e importa talvolta parecchi metri. In fisica e in musica occorrono sempre le frazioni; perchè se p. e. una canna o una tromba dànno in un dato momento 432 vibrazioni, basta che la temperatura si modifichi anche di poco, per farci cadere nelle frazioni, visto che questi istrumenti sentono fortemente, e in misura disuguale, l' influenza della temperatura. E poi, i numeri che attribuiamo alle vibrazioni, dipendono dall' unità di tempo adottata, la quale è data dagli astronomi all' infuori di ogni considerazione musicale. Modificando l' unità di tempo, sostituendo p. e. al secondo sessagesimale quello centesimale, si trasformerebbe con quella strana idea la buona musica in cattiva e viceversa.

Partendo da così falsi principî, le conseguenze diventano disastrose. Basti dire che uno degli autori, per il bisogno dei numeri interi, giunse perfino a costruire una nuova scala cromatica, in modo sorprendentemente arbitrario. Mentre la scienza stabilisce che il numero assoluto delle vibrazioni è arbitrario e gli intervalli devono essere esatti, lì si procede al rovescio. Si mette innanzi un principio falso sui numeri interi e si manomettono gli intervalli musicali, che sono la base della musica corretta. Basta citare questi fatti, per vedere il valore che hanno quelle pretese teorie.

Il concetto di cercare un *corista scientifico,* fondandosi sopra un preteso principio dei numeri interi e applicandolo alla scala musicale, ha trovato per qualche tempo molti aderenti fra i nostri musicisti. Questo principio può esprimersi nel seguente modo:

Bisogna che il corista sia scelto in guisa, che tutti i suoni della scala maggiore siano rappresentati da numeri interi. A tale condizione sodisfa il $la^3 = 432$ vibrazioni.

Nella mia Nota precedente ho dimostrato quanto esso sia

scientificamente erroneo. Voglio ora esaminare, dal punto di vista musicale, a quali conseguenze esso condurrebbe, qualora si volesse, per un momento, adottarlo come base della musica. Ponendo il $la^3 = 432$, si ha per il do^3 $432 \times \frac{3}{5} = 259,2$, da cui la seguente scala in *do maggiore*

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
259,2	291,6	324	345,6	388,8	432	486	518,4

quasi tutti numeri frazionari. Questa scala sarebbe dunque falsa. Per togliere questa prima incongruenza, bisogna considerare, che l'intervallo fra *do* e *re* è di un tono intero maggiore, $\frac{9}{8}$, mentre quello fra *la* e *sol* è il minore $\frac{10}{9}$. Considerando il *la* come seconda del *sol* e prendendo questo come suono fondamentale, si ha la scala in *sol maggiore*

sol	la	si	do	re	mi	fa	sol
384	432	480	512	576	640	720	768

tutti numeri interi; alla condizione però, che il sistema musicale sia trasportato di una quinta, dal *do* al *sol*.

Questa condizione non è semplice. Essa obbligherebbe a modificare gli istrumenti fissi, come il pianoforte e l'organo e a rifare in conseguenza i trattati di musica e di armonia. Non so quanto una simile modificazione sarebbe gradita e opportuna, ma voglio ammettere che venga accettata, in omaggio alla pretesa nuova teoria.

Si avrebbe così la scala in *sol maggiore* tutta espressa in numeri interi, anche per le ottave basse. Ma l'altezza dei suoni dipende dalla temperatura, la quale esercita, specialmente sugli istrumenti ad aria, un'influenza notevole. Per chiarire meglio il concetto, prendiamo un istrumento a suoni fissi, come l'organo. Quando non si tenga conto della dilatazione lineare della canna, trascurabile per la sua piccolezza, e si trascurino il riscaldamento e il successivo raffreddamento dell'aria per la sua compressione nel mantice e la sua espansione nella canna, si sa che il numero delle vibrazioni è proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta. Chiamando T_0 e T due tem-

perature assolute, n_0 e n i numeri delle vibrazioni corrispondenti per la medesima canna. si ha

$$n = n_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

ed è chiaro che se anche n_0 è un numero intero, n diviene irrazionale.

Un organo dunque, accordato in modo da dare, per esempio. alla temperatura ordinaria di 15° la scala tipica in *sol maggiore* sopra riportata, darebbe alla temperatura di 14° e di 10° per la medesima scala i seguenti valori:

sol	la	si	do	re	mi	fa	sol
383,325	431,24	479,16	511,10	574,99	638,89	718,83	766,65
380,65	428,23	475,82	507,54	570,98	634,43	713,72	761,30.

Ed anche gli istrumenti a fiato, propriamente detti, sentono, e in misura diversa, l'influenza della temperatura. Altro che numeri interi!

Bisogna concludere che prima di fermarsi in una chiesa, o di star a sentire, in piazza, una banda militare, conviene consultare il termometro, perchè, la musica *a fondamento scientifico* è possibile ad una sola temperatura!

Ma facciamolo anche questo sagrifizio. Vuol dire che la buona musica la sentiremo di rado; ma prendendo le debite precauzioni, vorrei essere sicuro. almeno in questi pochi casi, di trovare quel che si cerca. È strano che i nuovi teorici abbiano dimenticato, che oltre alla scala in *sol maggiore* vi sono tante altre, *maggiori* e *minori*. Ora se i numeri interi sono necessarî, bisogna trovarli anche per le altre tonalità, perchè la forza il vigore, il fascino della musica sono riposti nelle diverse tonalità e nei passaggi dall' una all' altra.

Vediamo ora, se il corista di 432 vibrazioni sodisfi a questa necessaria condizione. Abbiamo già trovato che la scala in *do maggiore*, considerando il *do* come sesta bassa del *la*, non potrebbe essere ammessa. Ma anche se si vuole considerare il *do*, quale risulta dalla scala in *sol*, = 256 vibrazioni, la quarta $= 341 \frac{1}{3}$ e la sesta $426 \frac{2}{3}$ si mostrano ribelli. La scala in *do*

maggiore deve assolutamente essere abbandonata. Lo stesso dicasi di molte altre scale maggiori.

Proviamo ora le minori. La scala minore differisce dalla maggiore in ciò, che la terza minore, la sesta e settima minore sono rappresentate relativamente dai rapporti $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{9}{5}$. Ne segue che la scala minore non è possibile, a numeri interi, per quasi nessuna tonalità, ed anche per il *si minore* ed il *fa diesis minore,* in cui si trovano numeri interi, soltanto in casi molto limitati. La conseguenza ne è, che per mantenere il principio dei numeri interi, bisognerebbe rinunziare a quasi tutte le tonalità minori, ed a grandissima parte delle maggiori. La musica si ridurrebbe a poco più delle condizioni di un pianoforte coi soli tasti bianchi!

Questa conclusione è talmente contraria a tutto il grande, immenso sviluppo, che la musica ha preso negli ultimi tre secoli, che basta accennarla per dimostrarne tutta l' assurdità. Non vi è corista al mondo, nè quello di 432, nè qualunque altro, che sodisfi con numeri interi alle esigenze complicatissime delle modulazioni. È puerile il cercare, con piccole furberie aritmetiche, numeri interi per una o per poche scale, quando tutte le altre vi abbandonano; e tutto ciò in base ad una pretesa regola, che è contraria ai veri e sani principî della scienza. Spogliato così del suo carattere scientifico, il corista di 432 vibrazioni rimane convenzionale, come tutti gli altri. E dovendo scegliere fra convenzione e convenzione, i musicisti preferiscon o il francese, perchè fra breve sarà accettato da tutti e perchè sodisfa bene alle esigenze musicali, anzi che uno, il cui merito scientifico esiste soltanto nella fantasia di alcuni dilettanti.

La musica moderna è fondata, scientificamente, sulle due scale maggiore e minore. Nella prima i suoni sono espressi da

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{15}{8} \quad 2$$

i quali sodisfano alla legge dei rapporti semplici. In questa scala l'accordo perfetto maggiore fra suono fondamentale, terza maggiore e quinta è espresso da

$$1 \quad \frac{5}{4} \quad \frac{3}{2}$$

od anche dalle cifre intere

$$4 : 5 : 6$$

ed i suoni di combinazione rientrano interamente nell'armonia dell'accordo. Questo accordo si riproduce altre due volte: fra quarta, sesta ed ottava

$$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{3} \quad 2$$

e fra quinta, settima e nona

$$\frac{3}{2} \quad \frac{15}{8} \quad \frac{9}{4}$$

che rispondono ambedue evidentemente al medesimo rapporto

$$4 : 5 : 6.$$

Nella scala minore i suoni sono i seguenti:

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{9}{5} \quad 2$$

ove la terza, la sesta e la settima sono minori. L'accordo perfetto tra suono fondamentale, terza minore e quinta è dato dai suoni

$$1 \quad \frac{6}{5} \quad \frac{3}{2}$$

che corrispondono ai rapporti più complicati di

$$10 : 12 : 15.$$

Anche questo accordo si riproduce altre due volte: fra quarta, sesta minore e ottava

$$\frac{4}{3} \quad \frac{8}{5} \quad 2$$

e fra quinta, settima minore e nona

$$\frac{3}{2} \quad \frac{9}{5} \quad \frac{9}{4}.$$

Prendiamo la scala maggiore. Alla vera definizione dei diesis e delle tonalità rispettive si arriva salendo per quinte successive.

Scriviamo la scala maggiore, indicando i singoli suoni coi segni usati in musica

$$\begin{array}{cccccccc} \text{do} & \text{re} & \text{mi} & \text{fa} & \text{sol} & \text{la} & \text{si} & \text{do} \\ 1 & \frac{9}{8} & \frac{5}{4} & \frac{4}{3} & \frac{3}{2} & \frac{5}{3} & \frac{15}{8} & 2 \end{array}$$

Prendendo come punto di partenza il *sol*, e trasportando quindi la scala alla tonalità del *sol maggiore*, bisogna considerare che gli intervalli musicali devono rimanere quelli prescritti dai rapporti teorici, perchè in caso contrario l' armonia si dissesta. Ciò significa, prendere come punto di partenza il suono $\frac{3}{2}$ e multiplicare successivamente i rapporti su indicati col valore $\frac{3}{2}$. Si ottiene così la scala seguente

$$\begin{array}{cccccccc} \text{sol} & \text{la} & \text{si} & \text{do} & \text{re} & \text{mi} & \text{fa}^d & \text{sol} \\ \frac{3}{2} & \frac{27}{16} & \frac{15}{8} & 2 & \frac{9}{4} & \frac{5}{2} & \frac{45}{16} & 3\,. \end{array}$$

e se per maggiore semplicità di confronto trasportiamo di un' ottava bassa i suoni *re, mi, fa*^{d}, ***sol*** e li collochiamo al loro posto conveniente, si hanno per la scala in ***sol maggiore*** i suoni seguenti

$$\begin{array}{cccccccc} \text{do} & \text{re} & \text{mi} & \text{fa}^d & \text{sol} & \text{la} & \text{si} & \text{do} \\ 1 & \frac{9}{8} & \frac{5}{4} & \frac{45}{32} & \frac{3}{2} & \frac{27}{16} & \frac{15}{8} & 2\,. \end{array}$$

Confrontando questa scala con quella più sopra, in *do maggiore*, si vede che due suoni si trovano più o meno gravemente alterati: il *fa* $= \frac{4}{3}$ è divenuto *fa*$^d = \frac{45}{32}$ e il *la* $= \frac{5}{3}$ si è modificato in $\frac{27}{16}$. Questa seconda modificazione è di minor rilievo. Essendo $\frac{27}{16} = \frac{5}{3} \cdot \frac{81}{80}$, si vede che il *la* è stato innalzato di un *comma pitagorico.* Esso è ancora sempre un *la* e passa soltanto a un registro più alto. Quanto al *fa*, la sua modificazione è assai

più notevole. Considerando che $\frac{45}{32} = \frac{4}{3} \cdot \frac{135}{128}$, ne segue che il *fa* $= \frac{4}{3}$ è stato innalzato nel rapporto $\frac{135}{128}$.

Questo intervallo $\frac{135}{128}$, che ricorrerà esclusivamente nei ragionamenti, che seguono, deve considerarsi come il vero intervallo del diesis. Portare una nota al diesis, significa multiplicarla per $\frac{135}{128}$, come ribassarla al bemolle significa multiplicarla per $\frac{128}{135}$. Esso ha un valore intermedio fra il semitono maggiore $\frac{16}{15}$ e il minore $\frac{25}{24}$. Esso è maggiore di quest' ultimo di un comma, perchè $\frac{25}{24} \cdot \frac{81}{80} = \frac{135}{128}$ e come i due semitoni maggiore è minore dànno il tono intero minore, essendo

$$\frac{25}{24} \cdot \frac{16}{15} = \frac{10}{9}$$

così il nostro intervallo, unito, al semitono maggiore, dà il tono intero maggiore, perc hè

$$\frac{135}{128} \cdot \frac{16}{15} = \frac{9}{8}$$

Noi arriviamo così alla definizione esatta del diesis e questa definizione si mantiene rigorosa per tutte le tonalità, che si ottengono progredendo per quinte successive. Così, per es., dalla scala del *sol maggiore*, prendendo la quinta *re* $= \frac{9}{8}$, s'ottiene col medesimo processo del caso precedente, riducendo i suoni fra il *do* e la sua ottava, la scala seguente per il *re maggiore*:

do^d	re	mi	fa^d	sol	la	si	do^d
$\frac{135}{128}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4} \cdot \frac{81}{80}$	$\frac{4}{3} \cdot \frac{135}{128}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3} \cdot \frac{81}{80}$	$\frac{15}{8}$	$2 \cdot \frac{135}{128}$

Si osserverà che in questa scala abbiamo due diesis: il *fa*^{d} $= \frac{4}{3} \cdot \frac{135}{128}$ e il do^d $= \frac{135}{128}$ e che in ambedue l' intervallo del

diesis è il medesimo. Oltre a ciò due suoni passano ad un registro superiore, essendo rialzati di un comma: il *la* che già lo era nella scala precedente ed il *mi* che è divenuto $\frac{5}{4} \cdot \frac{81}{80}$. Man mano che, per quinte successive, si passa a tonalità più elevate, aumenta il numero dei diesis, e aumenta in pari misura la necessità di elevare il registro di alcuni suoni di un comma pitagorico. Ciò diviene evidente, quando col medesimo processo finora usato si passa alle tonalità già complicate del *la, mi, si, fa*[d] maggiori; il che risulta dalla prima delle due seguenti tabelle:

Tonalità maggiore	Diesis	do	do^d	re	re^d	mi	mi^d	fa	fa^d	sol	sol^d	la	la^d	si	si^d	do
do	—	1	—	$\frac{9}{8}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
sol	1	1	—	$\frac{9}{8}$	—	$\frac{5}{4}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
re	2	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{9}{8}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}$	—	—
la	3	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{9}{8}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
mi	4	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
si	5	—	$1\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
fa^d	6	—	$1\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
do^d	7	—	$1\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—

Tonalità maggiore	Bemolli	do	re^b	re	mi^b	mi	fa^b	fa	sol^b	sol	la^b	la	si^b	si	do^b	do
do	—	1	—	$\frac{9}{8}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
fa	1	1	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	2
si^b	2	1	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	2
mi^b	3	$1\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
la^b	4	$1\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
re^b	5	$1\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
sol^b	6	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$2\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—
do^b	7	—	$\frac{9}{8}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$2\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—

La serie non finisce qui, perchè continuando per quinte successive si arriva ai doppi diesis. Ma basta confrontare la scala del *do*[d] con quella in *do*, per vedere come la serie si svolge. Basta m ultiplicare le scale in *do, sol, re* ecc., col valore $\frac{135}{128} \cdot \frac{81}{80}$ per formare le scale susseguenti di *do*[d], *sol*[d], *re*[d] ecc. Esse differiscono da quelle più semplici di un diesis e di un comma. Rigorosamente parlando, la serie delle scale è infinita, perchè i processi per quinte non formano un ciclo chiuso, ma si continuano indefinitamente. Nessun numero di quinte porta ad una ottava, per incominciare un nuovo ciclo, e quindi il primo seguita senza fine.

Sarebbe inutile seguitare in questi sviluppi. Quanto dissi, basta per dimostrare, che le tonalità maggiori e con diesis sono formate dalla scala originaria in *do* mercè due soli intervalli, il diesis $= \frac{135}{128}$ ed il comma $\frac{81}{80}$. Combinando opportunamente questi due intervalli, si sodisfa a tutte queste tonalità, per quanto complicate siano.

Passiamo ora ai bemolli della scala maggiore. Come i diesis si ricavano con processi per quinte ascendenti, i bemolli si ottengono da quinte discendenti. Così per es., la quinta bassa del *do* essendo il *fa*, si ha per la tonalità del *fa maggiore* la seguente scala, riportata all' intervallo tra il *do* e la sua ottava:

do	re		mi	fa	sol	la	si♭		do
1	$\frac{9}{8}$	$\cdot \frac{80}{81}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\cdot \frac{128}{135}$	2

da cui si vede, che questa scala differisce da quella in *do maggiore* in due suoni: nel *re*, che è diminuito di un comma $\frac{80}{81}$ e nel *si* che è abbassato di un bemolle $\frac{128}{135}$. Sono i medesimi intervalli, come i precedenti, soltanto rovesciati; per cui tutte le osservazioni, fatte prima per i diesis, valgono anche per i processi di bemolli, con questa sola avvertenza, che qui gli intervalli sono rovesciati.

Scendendo per quinte successive, si ottengono le tonalità maggiori con bemolli e si ha la seconda tabella della pagina 244.

Anche questa serie non finisce qui, e va all'infinito. Continuando nel medesimo processo si arriva ai doppi bemolli. Il modo di continuare è semplice; basta multiplicare i valori della serie per $\frac{80}{81} \cdot \frac{128}{135}$, ossia, in altri termini, basta abbassarli del mezzo tono caratteristico $\frac{128}{135}$ e inoltre di un comma. Anche qui abbiamo dunque due intervalli soli, i quali debitamente combinati ai suoni della scala primitiva, dànno le tonalità maggiori coi bemolli.

Dalle due tabelle sopra riportate si possono dedurre alcuni corollari importanti. Innanzi tutto si vede, che il valore musicale di un singolo suono non è sempre lo stesso, ma dipende dalla tonalità in cui lo si contempli. Prendiamo un suono qualunque, per es., il *do*. Nelle tonalità di *do, sol, fa. si*^{b} maggiore esso è uguale ad 1, in quelle di *mi*^{b}, *la*^{b}, *re*^{b} esso è diminuito di un comma. Un istrumento a suoni fissi, come l'organo, che dovesse permettere tutte le modulazioni esatte per quinte, dovrebbe avere due tasti per il *do*, differenti l'uno dall'altro di un comma, ossia due registri. Esaminiamo il *la*, che è uno dei suoni sensibili e caratteristici della scala. Nelle tonalità di *do*, *fa* e *si*^{b} maggiore esso è $= \frac{5}{3}$, nelle tonalità di *sol, re, la, mi* maggiore esso aumenta di un comma e diviene $\frac{5}{3} \cdot \frac{81}{80}$. Ne segue che quando si fissa il valore di un corista, converrebbe stabilire la tonalità, alla quale quel valore si riferisce. La tonalità tipica, di partenza, è quella del *do*; ed è evidentemente a questo, che il valore del *la* normale si riferisce. Questa considerazione vale per la teoria, ed avrebbe un valore pratico soltanto, quando la musica fosse eseguita colla scala esatta. Ma l'osservazione ha sempre un certo peso, perchè le definizioni devono essere rigorose, e quindi indipendenti dai temperamenti, di natura loro mutabili, che la pratica può adottare per il solo bisogno di semplificare più o meno l'esecuzione musicale.

Più delicata è la questione dei coristi secondari, che conviene fissare in base ad un corista normale. Nelle bande militari riesce più opportuno l'accordarsi sul *si*^{b}, anzi che sul *la*,

mentre gli istrumenti più importanti, quelli ad arco, non possono accordarsi altro che sopra una corda vuota, che è precisamente il *la* prescelto. Ora il *si*^{b} non appartiene alla tonalità del *do*, a cui il *la* normale si riferisce; per cui non esiste una corrispondenza diretta fra questi due suoni. Nelle altre tonalità, a giudicare soltanto dalle maggiori, il *si*^{b} assume valori diversi. Esso è uguale a $\frac{15}{8} \cdot \frac{128}{135} = \frac{16}{9}$ nelle tonalità del *fa*, *si*^{b}, *mi*^{b} maggiori; esso diminuisce di un comma nelle tonalità del *la*^{b}, *re*^{b}, *sol*^{b} ecc. maggiori. Sarebbe quindi un grande errore il credere, che un corista secondario, come il *si*^{b}, possa fissarsi rigorosamente in base alla teoria. Esso non ha altro valore che quello, che la pratica del momento gli assegna, e deve quindi fissarsi colle sole norme, che la pratica ha in questo momento adottato. Ora la musica pratica, fin dalla metà del secolo scorso, ha introdotto, per pura semplificazione, la scala equabilmente temperata, la quale divide l'intervallo tra il *do* e la sua ottava in dodici intervalli semitonati ed uguali, che procedono quindi per la ragione geometrica di $\sqrt[12]{2}$. Con questa scala pratica, si ha $si^{b} = la \,.\, \sqrt[12]{2}$. Sono ripieghi, nei quali la teoria non c'entra, e che potrebbero mutare da un giorno all'altro, qualora la musica pratica credesse di sostituire alla scala equabilmente temperata un'altra più o meno esatta e diversa da quella.

Un' altra questione importante trova nelle tabelle precedenti una facile soluzione. Che il diesis di una nota non equivalga al bemolle della nota susseguente, è cosa nota da un pezzo. Ma si è disputato molto, per sapere se quel diesis è più alto o più basso del bemolle. Ora come ha rilevato con molta chiarezza il prof. Engel in una Memoria interessantissima [1]), ciò dipende dal modo di formazione di questi suoni, e quindi dalla tonalità a cui essi in un dato caso appartengono. Prendiamo l'esempio del *do diesis* e del *re bemolle*.

1) *Das mathematische Harmonium*, von G. Engel Berlino, C. Habel, 1881.

Nelle tonalità maggiori *re, la, mi* il *do diesis*	$= \frac{135}{128}$	$= 1{,}0547$
Id. *si, fa*[d], ecc. »	$= \frac{135}{128} \cdot \frac{81}{80}$	$= 1{,}0678$
Id. *la*[b], *re*[b], *sol*[b], *do*[b], il *re bemolle*	$= \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{128}{135}$	$= 1{,}0535$
mentre il *re bemolle* semplice	$= \frac{9}{8} \cdot \frac{128}{135}$	$= 1{,}0667$

da cui si vede, che il *do diesis* è ora maggiore, ora minore del *re bemolle*.

Osservazioni consimili si possono fare per gli altri suoni, ed esse acquistano anche maggior valore, quando si contemplino non solo le tonalità maggiori, ma anche le minori il che farò nella seguente Nota.

Nella nota precedente sono arrivato, studiando la scala maggiore, ad alcune conclusioni, che valgono anche per la scala minore. Essa è rappresentata dai suoni

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{9}{5} \quad 2$$

e si deduce facilmente dalla scala maggiore, qualora si mantengano inalterati i suoni di questa e si prenda come punto di partenza il *la*, abbassando soltanto il $\frac{9}{8}$ di un comma $\left(\frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81} = \frac{10}{9}\right)$.
I suoni, riferiti all'intervallo fra il *do* e la sua ottava, sono quindi i seguenti per la tonalità del *fa minore*:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
1	$\frac{10}{9}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

Alla definizione dei diesis e dei bemolli si arriva, procedendo dal *la* per quinte successive, sia in sù, sia in giù. Riportando i singoli suoni nel medesimo intervallo tra il *do* e la sua ottava, si ottengono le due tabelle seguenti:

Tonalità minori	Diesis	do	do^d	re	re^d	mi	mi^d	fa	fa^d	sol	sol^d	la	la^d	si	si^d	do
la	—	1	—	$\frac{10}{9}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
mi	1	1	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{4}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
si	2	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{4}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}$	—	—
fa^d	3	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}$	—	—
do^d	4	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
sol^d	5	—	$1\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
re^d	6	—	$1\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}$	—	—
la^d	7	—	$1\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{135}{128}\cdot\frac{81}{80}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{81}{80}\cdot\frac{135}{128}$	—

Tonalità minori	Bemolli	do	re^b	re	mi^b	mi	fa^b	fa	sol^b	sol	la^b	la	si^b	si	do^b	do
la	—	1	—	$\frac{10}{9}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}$	—	$\frac{5}{3}$	—	$\frac{15}{8}$	—	2
re	1	1	—	$\frac{10}{9}$	—	$\frac{5}{4}$	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	2
sol	2	$1\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{10}{9}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
do	3	$1\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{10}{9}$	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
fa	4	$1\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{10}{9}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
si$_b$	5	$1\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{10}{9}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$2\cdot\frac{80}{81}$
mi$_b$	6	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}$	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$2\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—
la$_b$	7	—	$\frac{10}{9}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{5}{4}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{4}{3}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{3}{2}\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—	$\frac{5}{3}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$\frac{15}{8}\cdot\frac{128}{135}\cdot\frac{80}{81}$	—	$2\cdot\frac{80}{81}\cdot\frac{128}{135}$	—

Anche queste tabelle potrebbero continuarsi, per arrivare ai doppi diesis e ai doppi bemolli. La loro legge di formazione è tanto semplice, che non vale la pena di continuare. Ciò che mi importa di dimostrare, è che anche qui i medesimi intervalli $\frac{135}{128}$ e $\frac{81}{80}$ o i reciproci provvedono a tutto. Ne segue, che tutte le considerazioni fatte precedentemente, si trovano verificate e rinforzate dalle nuove tabelle.

Ma con questi processi per quinte ascendenti e discendenti, applicate alla scala maggiore e minore, siamo ben lungi dall'avere esaurito tutte le combinazioni di suoni, che occorrono in musica. Oltre ai processi per quinte, bisogna considerare almeno anche quelli di terze pure. L'aver introdotto nelle nostre scale questo concetto, è stato il passo più decisivo e più caratteristico, che differenzia le nostre dalle scale greche. La terza pitagorica è il risultato di 4 quinte successive e risulta uguale $\frac{81}{64}$, mentre la terza pura, o come si dovrebbe chiamarla, la terza armonica è $= \frac{5}{4}$ e differisce da quella di un comma, essendo $\frac{5}{4} = \frac{80}{64}$ e quindi $\frac{81}{64} = \frac{5}{4} \cdot \frac{81}{80}$. Ne segue, che le terze armoniche sono di un comma più basse delle terze dedotte da quinte successive.

Hauptmann [1]), v. Helmholtz [2]), Engel [3]), hanno fatto rilevare tutta l'importanza che ha per la teoria musicale la considerazione delle terze pure; quando si tratti di stabilire, colle leggi dell'armonia, se un suono si è formato per processi o di quinte o di terze. È evidente, che le quinte ascendenti portano a terze e a seste di un comma più alte delle armoniche, quelle discendenti a terze e seste più basse, e che per completare i suoni delle tabelle precedenti bisogna ancora aggiungerne altri, abbassando di un comma i suoni compresi nelle tabelle dei diesis, e elevando invece di un comma quelli delle tabelle coi bemolli; e ciò per tener conto dei bisogni dell'armonia, nella quale le ter-

1) *Die Natur der Harmonik und Metrik.* Leipzig 1873.
2) *Die Lehre von den Tonempfindugen.* Braunschweig 1870.
3) *Das mathematische Harmonium.* Berlin 1881.

ze e le seste pure hanno un' importanza grandissima e anzi decisiva. L' armonia, senza le terze e le seste pure, non avrebbe mai potuto svilupparsi.

Si può, in riassunto, facilmente determinare, quanti suoni occorrerebbero per ottava onde tener conto di tutti gli sviluppi precedenti. Per maggiore semplicità d i scrittura, vogliamo segnare i suoni naturali della scala coi loro nomi comuni, e mettere una linea sopra o sotto, quando il suono è elevato o abbassato di un comma pitagorico. Così p. e. indicheremo con *do* il suono della scala naturale, con $\overline{do}$ il sono $do \cdot \frac{81}{80}$ e con $\underline{do}$ quello $do \cdot \frac{80}{81}$.

Di più, siccome le tabelle precedenti non contengono i doppi diesis ed i doppi bemolli, supponiamo che ciascuna tabella sia continuata di tre scale e ciò per ottenere tre doppi diesis e tre doppi bemolli. Si ottiene così la seguente serie di suoni

$\underline{do}$	do	$\overline{do}$			
$\underline{do}^{d}$	do^{d}	$\overline{do}^{d}$,	$\underline{\underline{re}}^{b}$	$\underline{re}^{b}$	re^{b}
do^{dd}	$\overline{do}^{dd}$				
$\underline{\underline{re}}$	$\underline{re}$	re	$\overline{re}$,	$\underline{mi}^{bb}$	mi^{bb}
$\underline{re}^{d}$	re^{d}	$\overline{re}^{d}$,	$\underline{mi}^{b}$	mi^{b}	$\overline{mi}^{b}$
$\underline{mi}$	mi	$\overline{mi}$			
$\underline{mi}^{d}$	mi^{d}	$\overline{mi}^{d}$,	$\underline{fa}^{b}$	fa^{b}	
$\underline{fa}$	fa	$\overline{fa}$			
$\underline{fa}^{d}$	fa^{d}	$\overline{fu}^{d}$,	$\underline{\underline{sol}}^{b}$	$\underline{sol}^{b}$	sol^{b}
fa^{dd}	$\overline{fa}^{dd}$				
$\underline{sol}$	sol	$\overline{sol}$,	$\underline{la}^{bb}$	la^{bb}	
$\underline{sol}^{d}$	sol^{d}	$\overline{sol}^{d}$,	$\underline{la}^{b}$	la^{b}	$\overline{la}^{b}$
$\underline{sol}^{dd}$	$\overline{sol}^{dd}$				
$\underline{la}$	la	$\overline{la}$,	$\underline{si}^{bb}$	si^{bb}	
la^{d}	$\overline{la}^{d}$	$\overline{\overline{la}}^{d}$	$\underline{si}^{b}$	si^{b}	$\overline{si}^{b}$
$\underline{si}$	si	$\overline{si}$			
$\underline{si}^{d}$	si^{d}	$\overline{si}^{d}$,	$\underline{\underline{do}}^{b}$	$\underline{do}^{b}$	do^{b}

Sono 75 suoni, diversi fra di loro, ed i più indispensabili per sodisfare alle esigenze musicali. Ma essi sarebbero ben lungi dal sodisfare a tutte le esigenze. Analizzando pezzi musicali anche poco ricchi di modulazioni, si trova che i suoni della tabella qui sopra riportata non basterebbero a fornire i suoni necessari. I singoli suoni, *do*, *re*, ecc. si trovano alzati e abbassati di un comma; sarebbe necessario di poterli mutare anche di 2 e forse di 3 commi, con che il numero totale dei suoni aumenterebbe a dismisura. E tutti questi suoni sarebbero diversi l'uno dall'altro. La ragione della loro diversità sta in ciò, che gli intervalli musicali più importanti come $\frac{81}{80}$, $\frac{135}{128}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{9}{8}$ non stanno in relazione geometrica semplice fra di loro. Difatti, se si avesse

$$\left(\frac{81}{80}\right)^m = \frac{135}{128}, \quad \left(\frac{81}{80}\right)^n = \frac{10}{9}, \quad \left(\frac{81}{80}\right)^p = \frac{9}{8}$$

in cui m, n, p fossero numeri interi, il sistema si semplificherebbe di molto e si arriverebbe ad un sistema musicale chiuso in se stesso. Ma calcolando quei valori, si ha

$$m = 4,281 \qquad n = 8,472 \qquad p = 9,472$$

cioè tutti valori frazionari. Un sistema musicale, che formi un ciclo chiuso, e che sodisfi agli intervalli esatti, è quindi impossibile, Per la musica pratica converrà sempre ricorrere a scale temperate. Quella ora in uso, la scala equabilmente temperata, ha risoluto il suo problema in modo estremamente semplice; ma essa è grossolana, perchè trascura il comma, considera un solo tono intero e un solo semitono e divide quindi l'intervallo tra suono fondamentale e ottava in dodici semitoni tutti uguali. Con ciò essa si scosta dai suoni esatti di quantità notevolmente superiori ai limiti della percezione del nostro orecchio.

Un sistema molto più sodisfacente si ottiene dalle equazioni qui sopra riportate. Basta cercare, invece del comma pitagorico, un valore poco dissimile, per il quale i valori di m, n, p risultino numeri interi. Si trova che sostituendo al comma $\frac{81}{80}$, uno

un poco maggiore e quasi uguale a $\frac{77}{76}$, si può avere sensibilmente e con grande approssimazione

$$m = 4 \qquad n = 8 \qquad p = 9$$

Si arriva così al sistema musicale già varie volte proposto, da Poole, Bosanquet, White, Engel ed altri, ed ora parzialmente introdotto in Inghilterra, sistema che divide il tono intero maggiore in 9, il minore in 8, il semitono vero $\frac{135}{128}$ in 4, il semitono maggiore in 5 intervalli uguali, e ciò con un grado di esattezza molto conveniente. Sono così 53 suoni per ottava, che si ottengono, ed ai quali si può dare una disposizione molto più semplice e più pratica, di quel che generalmente non s' immagini.

Il valore esatto di questo nuovo comma è facile a determinarsi considerando che con esso si divide l' intervallo compreso fra suono fondamentale e ottava in 53 parti tutte eguali. Siccome l' ottava deve essere esatta, si ha chiamando il nuovo comma γ, la semplice relazione

$$\gamma = \sqrt[53]{2} = 1{,}01316 \quad \text{mentre} \quad \frac{81}{80} = 1{,}01250 \quad \text{e} \quad \frac{77}{76} = 1{,}01316 \; .$$

Voglio chiamare γ il comma temperato. Esso differisce dal vero di una quantità impercettibile anche all' orecchio il più fine ed il più attento. Anche gli altri intervalli musicali veri sono quasi identici con quelli calcolati col comma temperato. Difatti abbiamo

	$\gamma^4 = 1{,}0537$	$\gamma^5 = 1{,}0676$	$\gamma^8 = 1{,}1103$	$\gamma^9 = 1{,}1249$
mentre	$\frac{135}{128} = 1{,}0546$	$\frac{16}{15} = 1{,}0667$	$\frac{10}{9} = 1{,}1111$	$\frac{9}{8} = 1{,}1250$
differenze	$-0{,}0009$	$+0{,}0009$	$-0{,}0008$	$-0{,}0001$

le quali cadono entro il millesimo e sono quindi impercettibili all' orecchio. Nelle scale musicali occorrono 2 volte l' intervallo $\frac{16}{15}$, 2 volte il $\frac{10}{9}$, 3 volte il $\frac{9}{8}$; e siccome nel primo la differenza è positiva, negli altri due è negativa, i piccoli errori si compensano in gran parte, e non diventano mai considerevoli. Così p. e., si hanno i seguenti intervalli:

	$\gamma^{17} = 1{,}2490$	$\gamma^{22} = 1{,}3334$	$\gamma^{31} = 1{,}4999$	$\gamma^{39} = 1{,}6654$
mentre	$\frac{5}{4} = 1{,}2500$	$\frac{4}{3} = 1{,}3333$	$\frac{3}{2} = 1{,}5000$	$\frac{5}{3} = 1{,}6667$
differenze	$-0{,}0010$	$+0{,}0001$	$-0{,}0001$	$-0{,}0013$

le quali cadono pure entro il millesimo del valore totale, essendo anche la più grande, quella per la sesta $\frac{5}{3}$ espressa da $\frac{13}{16667}$ e quindi minore di $\frac{1}{1000}$. Anche per gli intervalli minori si hanno condizioni ugualmente sodisfacenti, ad eccezione soltanto dell' intervallo $\frac{25}{24}$, il quale è un poco più falso, ma sempre però di una quantità poco importante. Difatti si ha

	$\gamma^{3} = 1{,}0400$	$\gamma^{14} = 1{,}2009$	$\gamma^{36} = 1{,}6013$	$\gamma^{45} = 1{,}8014$
mentre	$\frac{25}{24} = 1{,}0417$	$\frac{6}{5} = 1{,}2000$	$\frac{8}{5} = 1{,}6000$	$\frac{9}{5} = 1{,}8000$
differenze	$-0{,}0017$	$+0{,}0009$	$+0{,}0013$	$+0{,}0014.$

Ne segue, che sostituendo il comma temperato al vero, si ottengono, entro i limiti della percezione del nostro orecchio, tutti i vantaggi della scala esatta, colle sue finezze, cogli accordi e coi suoni di combinazione pienamente sodisfacenti, ed in più il grande, indispensabile vantaggio, di aver un sistema chiuso in sè, nel quale con 53 suoni per ottava si sodisfa ai bisogni anche i più arditi e i più complicati della modulazione, non solo per il passato, ma anche per il più lontano avvenire.

Per spiegare meglio questo concetto, prendiamo i suoni naturali della scala in *do maggiore*. Adoperando il comma temperato, si hanno fra i singoli suoni i seguenti intervalli espressi in commi:

do		re		mi		fa		sol		la		si		do
	9		8		5		9		8		9		5	

che formano in tutto 53 intervalli. Il diesis ne rappresenta 4, il doppio diesis 8 in sù, il bemolle ed il doppio bemolle rispettivamente 4 e 8 in giù; per cui ciascuno dei diversi suoni viene ad avere, a seconda dei casi, significati diversi. Così, per esem-

pio, si passa dal *do* al *re* per 9 gradi equidistanti. Essendo γ il comma temperato, si ha quindi la serie seguente:

$$do \quad do.\gamma \quad do.\gamma^2 \quad do.\gamma^3 \quad do.\gamma^4 \quad do.\gamma^5 \quad do.\gamma^6 \quad do.\gamma^7 \quad do.\gamma^8 \quad re.$$

Ma questi suoni possono anche avere un' interpretazione diversa. Come dal *do* si sale al *re* per 9 gradi, così dal *re* si discende al *do* per i medesimi 9 gradi; il quarto comma del *do* è il *do*^{d}, il quale alla sua volta può essere abbassato o innalzato di uno o più commi, e lo stesso dicasi del *re* abbassato di uno o due bemolli e di qualche comma. Riunendo insieme tutti questi suoni, si trova la seguente tabella:

.	(do)	$(do)^1$	$(do)^2$	$(do)^3$	$(do)^4$	$(do)^5$	$(do)^6$	$(do)^7$	$(do)^8$	re	. .
.	do	$(re)_8$	$(re)_7$	$(re)_6$	$(re)_5$	$(re)_4$	$(re)_3$	$(re)_2$	$(re)_1$	re	. .
.	$(do^d)_4$	$(do^d)_3$	$(do^d)_2$	$(do^d)_1$	do^d	$(do^d)^1$	$(do^d)^2$	$(do^d)^3$	$(do^d)^4$	$(do^d)^5$	. .
.	$(re^b)_5$	$(re^b)_4$	$(re^b)_3$	$(re^b)_2$	$(re^b)_1$	re^b	$(re^b)^1$	$(re^b)^2$	$(re^d)^3$	$(re^b)^4$	. .
.	$(si^d)^1$	$(si^d)^2$	$(si^d)^3$	$(si^d)^4$	$(si^d)^5$	$(si^d)^6$	$(si^d)^7$	$(si^d)^8$	$(si^d)^9$	$(si^d)^{10}$	. .
.	$(do^{dd})_8$	$(do^{dd})_7$	$(do^{dd})_6$	$(do^{dd})_5$	$(do^{dd})_4$	$(do^{dd})_3$	$(do^{dd})_2$	$(do^{dd})_1$	do^{dd}	$(do^{dd})^1$	. .
.	$(re^{bb})_1$	re^{bb}	$(re^{bb})^1$	$(re^{bb})^2$	$(re^{bb})^3$	$(re^{bb})^4$	$(re^{bb})^5$	$(re^{bb})^6$	$(re^{bb})^7$	$(re^{bb})^8$	. .
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	. .

I suoni posti sulla medesima verticale sono identici, grazie al ciclo chiuso ottenuto colla introduzione del comma temperato. Così, per esempio, il *do* può essere interpretato come *do naturale*, come *re* abbassato di 9 commi, come *do diesis* abbassato di 4 o come *re bemolle* abbassato di 5 commi, come *si diesis* innalzato di un comma, come *do doppio diesis* abbassato di 8 commi, come *re doppio bemolle* abbassato di un comma; e così di seguito. Tutte le modulazioni le più ardite ed i processi i più prolungati ed i più sistematici sono ugualmente possibili. Si può ricorrere, volendo, ai tripli e quadrupli diesis e bemolli, si possono immaginare processi alternanti di quinte e di terze successive, colle quali il registro venga ad alzarsi o ad abbassarsi di 4, 8, . . . infiniti commi; in altri termini, tutti i capricci i più arditi ed anche i più strambi possono ugualmente essere sodisfatti, e ciò non solo in vista del passato e del presente, ma anche di un lontano avvenire musicale.

Il prof. Engel, nella interessante sua Memoria già citata, ha dimostrato con una serie di esempi scelti fra i migliori pezzi classici, che i passaggi di registro non vi sono molto frequenti. È molto, se in seguito a ricche modulazioni il registro si elevi

in qualche punto di 2, al più di 3 commi. E sempre il compositore, per un sentimento finissimo di udito e di apprezzamento, quasi direi di intuizione, ritorna al punto di partenza.

Nella grande musica classica, ogni composizione è divisa in parti, che formano, ciascuna, un insieme separato. Si osserva e si conserva una grande misura nella disposizione del pezzo e nelle modulazioni; per cui si comprende che grandi deviazioni dal registro primitivo non possano avvenire. Ma nella musica di Wagner, specialmente in quella dell' ultima sua maniera, la quale rappresenta la più alta e la più esatta espressione del suo proprio concetto musicale, la divisione in numeri è abbandonata; le modulazioni sono di una svariatezza e di una abbondanza tale, che spesse volte non si sa, in quale tonalità uno si trovi; la tonica e l' accordo perfetto sono quasi del tutto abbandonati. Come disse un egregio scrittore, quella musica è come un articolo, in cui mancano i punti. Ora in una musica, ove il pensiero melodico passa per modulazioni infinite, si comprende facilmente, che per eseguirla sopra un istrumento a suoni fissi, come l' harmonium, occorra la possibilità di passare per molti registri e di modificare quindi i singoli suoni di molti commi. Chi può dire a che punto si arrivi in questo riguardo nel corso di un atto del Siegfried o della Götterdämmerung? Ma basta gettare uno sguardo sul saggio contenuto nella tabella precedente, per convincersi, che non solo queste, ma anche modulazioni dieci volte più ardite e più continuate vi troverebbero i loro suoni preparati. È questo il grande vantaggio dei sistemi chiusi, di cui la scala equabilmente temperata, ora in uso, ci offre il primo e più semplice esempio, la scala a 53 suoni un esempio più grandioso e incomparabilmente più esatto.



RIVISTA

SUNTI di ANNIBALE STEFANINI.

Philosophical Mag. Vol. XX, 1885.

123. — L. HENRY. *La polimerizzazione degli ossidi metallici.* — I cloruri e gli ossidi sono generalmente rappresentati da formule che li fanno supporre come composti molecolarmente comparabili, ed è ben noto che le differenze essenziali fra i vari elementi si ripetono più o meno fedelmente nei loro composti corrispondenti. Ora il contegno degli ossidi metallici è ben diverso da quello dei cloruri degli stessi elementi, e mentre la differenza fra la volatilità dell' ossigeno e quella del cloro è enorme, talchè sarebbe da aspettarsi che gli ossidi dovessero essere più volatili dei corrispondenti cloruri, l' esperienza mostra generalmente tutto il contrario.

Questa osservazione porta l' A. a domandarsi se l' analogia fra gli ossidi e i cloruri sia reale o se sia invece dipendente soltanto dalle formule che si adoprano nella chimica, le quali rappresentano le relazioni fra i pesi degli elementi costituenti, ma non dicon nulla sulla quantità assoluta dei componenti. Il potere additivo degli ossidi, i fenomeni speciali presentati da quelli che il Chevreul chiamò « oxydes cuits », i diversi metodi coi quali si producono gli ossidi, le densità relative, che l' A. esamina ed espone minutamente, lo fanno concludere che per la massima parte gli ossidi non possono paragonarsi coi cloruri e che i veri ossidi comparabili coi cloruri sono sconosciuti, e che noi possediamo soltanto dei loro polimeri $(R\,O_x)_n$.

Il coefficiente n di polimerizzazione, diverso per ciascun ossido, generalmente è grandissimo, come lo mostra il confronto fra i pesi molecolari e la volatilità dell'ossido d'etilene C_2H_4O e dell' aldeide C_2H_4O coi pesi e colla volatilità dei loro polimeri da una parte, e fra la volatilità teorica dell' ossido $S_i\,O_2$ e la grande stabilità della silice (polimero di $S_i\,O_2$) dall' altra.

La differenza così stabilita fra gli ossidi e i cloruri devesi ascrivere alla diversa valenza del cloro e dell' ossigeno: essendo l' ossigeno bivalente, esso può formare delle catene molecolari complicate, che il cloro non può formare. L' A. termina il suo lavoro esaminando il calore di formazione degli ossidi, ed esponendo una loro classificazione basata sui concetti suaccennati.

J. BUCHANAN. *Sulla posizione termoelettrica del carbone.* — La f. e. m. della coppia termoelettrica carbone-platino fu deter-

minata col metodo Poggendorff. La direzione della corrente in quella coppia è dal platino al carbone attraverso la saldatura scaldata, e il potere termoelettrico è dato da $e_{pt,c} = 566 + 3,94\,t$ in unità C. G. S. Il potere termoelettrico del carbone è $e_c = -390 - 1,87\,t$ C. G. S; il punto neutro del carbone col piombo è quindi $-209^\circ c$.

L' effetto Thomson nel carbone è dello stesso segno e di valore doppio di quello che è nel rame. Il calore dovuto all' effetto Peltier, che è circa 0,0027 del valore totale generato in una lampada a incandescenza di 100 volta, non può servire a spiegare la rottura del filamento di carbone nelle lampade a incandescenza, come si sarebbe potuto ritenere che avvenisse, in seguito alla indicata proprietà termoelettrica del carbone. Dalle esperienze eseguite, l' A. crede di poter concludere che le proprietà termoelettriche del carbone siano alterate dalla temperatura.

La posizione termoelettrica del carbone è fra lo Zn e l' Ag.

La disgregazione che precede la distruzione totale del filamento nelle lampade deve attribuirsi ai cambiamenti molecolari prodotti nel carbone dall' alta temperatura a cui è mantenuto, poichè l' A. ha costatato che tenendo il carbone per molto tempo a una temperatura moderata, le sue proprietà molecolari sono cambiate, come lo mostra il cambiamento nel suo potere termoelettrico.

J. A. Fleming. *Sull' uso della pila* Daniell *come campione di forza elettromotrice.* — Nelle esperienze eseguite dall' A. la pila Daniell fu sempre adoprata a circuito aperto, con un potenziometro Clark leggermente modificato. Questo consisteva essenzialmente in due fili di argentana, lunghi 5 piedi, tesi parallelamente fra loro su un tavolo di legno alla distanza di $^1/_4$ di pollice e riuniti ad un' estremità con un pezzo di rame. Le altre due estremità A, A' son poste in comunicazione con una pila Daniell B di 6 elementi, chiusa su se stessa per mezzo di una lampada ad incandescenza della resistenza di 240 ohm a freddo. In questo modo le due estremità A, A' son mantenute a una differenza costante di potenziale, il cui valore in volta è dato da

$$v = \frac{ne\,R}{nr + R}$$

ove n è il numero degli elementi della pila di cui e ed r sono la f. e. m. e la resistenza interna, ed R è la resistenza della lampada e dei due fili del potenziometro.

Fra questi due fili si muovono due corsoi S, S', muniti di due pezzi trasversali di argentana coi quali si può stabilire un momentaneo contatto coi fili stessi; a ciascun corsoio fan capo i poli omonimi delle due pile c, c' le cui forze elettromotrici devono esser

confrontate; gli altri due poli sono uniti ad uno stesso pezzo metallico, e questo, mediante una resistenza di 50000 ohm e un galvanometro a specchio di 5000 ohm di resistenza, è unito all' estremità A' (o A) cui fa capo il polo omonimo della pila B. La f. e. m. delle pile c c' hanno così fra loro lo stesso rapporto delle distanze dei corsoi respettivi dall' estremità A' del potenziometro quando son disposti in modo che al galvanometro non si abbia corrente.

La pila campione Daniell consiste in un largo tubo ad U di vetro con 4 tubi laterali. I due superiori comunicano con due recipienti A, B, nei quali si pongono le soluzioni di solfato di rame e di solfato di zinco respettivamente; il terzo D è verticale e comunica colla porzione più bassa del tubo ad U; il 4° tubo C è orizzontale e di poco inferiore alla superficie di contatto fra le due soluzioni. Tutti questi tubi son muniti di chiavette. Gli elettrodi della pila consistono in due cilindri, uno di rame e l' altro di zinco, che si pongono nei lati verticali del tubo ad U facendoli attraversare i tappi di caucciù che li chiudono. Si capisce come, avendo montata la pila, mediante opportune manovre delle chiavette si possa rinnovare a volontà la superficie di contatto ogni volta che, per la diffusione reciproca dei due liquidi, essa non sia più ben decisa, e così gli elettrodi si trovano sempre immersi in soluzioni di composizione fissa. Questa pila si presta anche ad esperienze sull' influenza della temperatura, ciò che non è con la forma adottata dal Raoult.

I resultati ottenuti dall' A. concordano con quelli ottenuti dal Wright (*N. Cim.* XIX, pag. 81). Con zinco puro amalgamato e soluzioni della stessa densità 1, 2 a 15° il rame raschiato dette la f. e. m. 1, 111, il rame elettrolitico 1, 105, amalgamato di recente 1, 104. Con soluzioni di solfato di zinco della densità 1, 4 e di solfato di rame della densità 1, 1 le forze elettromotrici furono:

con rame	puro	1,072
»	debolmente ossidato	1,076
»	più »	1,082
»	fortemente »	1,089
»	ricoperto nuovamente di rame elettrolitico	1,072

L' ossidazione dello zinco e il deposito del rame su di esso diminuiscono la f. e. m. fino del 2 o 3 $^0/_0$.

Le variazioni della f. e. m. colla temperatura sono $^1/_{50}$ circa di quelle dell' elemento Clark.

Quanto all' influenza della densità delle soluzioni, l' A. trova che se la densità del solfato di zinco cresce, la f. e. m. diminui-

sce, mentre questa cresce al crescere della densità del solfato di rame.

J. A. Fleming. *Sulle ombre molecolari nelle lampade a incandescenza.* — Sull' interno del globo di vetro che racchiude il filamento di carbone non è raro che si formi un deposito di particelle metalliche, derivanti dalle sbarrette di rame o di platino alle quali il filamento di carbone è unito. Il deposito è più denso in basso che in alto, e non si forma sulla porzione del globo che è nel piano del filamento; ciò che mostra come quel deposito sia dovuto non a volatilizzazione, ma a una proiezione vera e propria di molecole: la parte scoperta rappresenta l' ombra del filamento sul globo.

Quest' ombra non si presenta che di rado quando il deposito è costituito da carbone; ma si ottiene inalzando a un tratto la differenza di potenziale ai serrafili, cioè facendo funzionare per un istante a 100 volta una lampada di 50 volta.

I depositi metallici così ottenuti son trasparenti, talchè potrebbero presentarsi interessanti fenomeni magnetoottici quando si giungesse a ottenere in questo modo un deposito di ferro.

J. H. Gladstone. *Sulla refrazione e dispersione specifica della luce negli allumi.* — Sono studiati i sali $R_2\,Al_2\,(SO_4)_4$, $24H_2O$, in cui Al può essere sostituito da In, Ga, Cr, e Fe. I resultati ottenuti dalle misure di Soret, Topsoe e Christiansen mostrano che quei sali hanno la stessa refrazione specifica tanto allo stato solido che nelle soluzioni, e che la refrazione molecolare di un composto è uguale alla somma della refrazione molecolare dei componenti. Da questo si può dedurre la refrazione molecolare di un elemento quando si conosca quello di alcuni suoi sali; ma non in modo assolutamente esatto a motivo dell' impurità dei sali o della mancanza di omogeneità nei cristalli adoperati. Per l' In, e il Ga l' A. dà i seguenti valori:

	Peso atomico P	*Refraz. specif.* A	*Refraz. molec.* A. P.
Indio	113,6	0,1532	17,4
Gallio	69,8	0,2120	14,8

La dispersione specifica, cioè la differenza fra le refrazioni specifiche relative alle linee A e G di Frauenhofer, per i diversi allumi è la seguente:

	Al	Cr	Fe	In	Ga
Sali di Ammonio e	8,40	9,91	12,1		
» Sodio	7,65				
» Metilamina	8,47				
» Potassio	7,92	9,73	11,31		
» Rubidio	8,36	9,87	11,86	8,98	8,73
» Cesio	8,44	10,15	12,28		
» Tallio	10,98	12,13	14,45		

Le cognizioni attuali non sono tuttavia sufficienti per dedurne la dispersione specifica dei singoli elementi.

C. TOMLINSON. *Sull' imbiancamento dell' ioduro d' amido per mezzo del calore.* — Secondo l' A., che discute le ipotesi più svariate fatte su questo soggetto, il color bleu dell' ioduro d' amido sparisce in conseguenza della dissociazione dell' iodo e dell' amido sotto l' azione di una temperatura elevata; e quando il liquido apparentemente imbiancato in modo permanente è colorato di nuovo dal cloro, si presenta una piccola quantità di iodo sotto la forma di H J.

W. DE W. ABNEY. *Metodo di proiettare su uno schermaglio o luce monocromatica o un miscuglio di colori.* — La luce solare, o la luce elettrica, si raccoglie per mezzo di una lente e si fa penetrare nel collimatore di uno spettroscopio a 2 prismi; il fascio emergente dal secondo prisma si raccoglie colla lente di una camera fotografica su un diaframma obliquo ai raggi luminosi: se una o più fenditure praticate su questo diaframma si dispongono nei voluti colori dello spettro così ottenuto, la luce che passa da esse può esser raccolta con una lente di grande distanza focale posta essa pure obliquamente sul tragitto del fascio luminoso, e così si può illuminare una regione abbastanza estesa di un diaframma o con luce monocromatica o con un dato miscuglio di colori.

W. SUTHERLAND. *Integrazione meccanica del prodotto di due funzioni.* — L' A. mostra come si possa trovare il valore di

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \phi(\theta)\, \psi(\theta)\, d\theta$$

col costruire [le due curve $r = \phi(\theta)$, $r = \psi(\theta)$ fra i due limiti $\theta = \alpha_1$ e $\theta = \alpha_2$, usando per ambedue lo stesso polo e lo stesso asse polare.

Se S_1 e S_2 sono i punti corrispondenti sulle due curve a uno stesso valore di θ, e O è il polo, si ha:

$$\psi(\theta)\,\phi(\theta) = OS_1,\ OS_2;$$

se si descrive un cerchio di raggio R che passi per i punti S_1 e S_2 e se OT è la tangente al cerchio condotta da O, si ha:

$$OT^2 = OS_1,\ OS_2,$$

e se sulla retta OS_1S_2 si prende $OS = OT$ sarà:

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \phi(\theta)\,\psi(\theta)\,d\theta = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} OS^2\,d\theta,$$

cioè quell' integrale sarà uguale al doppio dell' area della figura compresa fra il luogo dei punti S e le linee $\theta = \alpha_1$ e $\theta = \alpha_2$.

L' A. descrive un semplice apparecchio per tracciare la curva S.

S. BIDWELL. *Sulla sensibilità del selenio alla luce, e su una proprietà simile dello solfo.* — Le proprietà elettriche del selenio sono state molto studiate da diversi fisici; e dagli esperimenti di Adams e Day resulterebbe che il selenio conduce la corrente elettroliticamente, poichè la sua resistenza diminuisce al crescere della f. e. m. della pila impiegata e dipende dalla direzione della corrente, e poichè dopo il passaggio della corrente il selenio si trova polarizzato.

La sensibilità ottenuta dal Fritts per le lamine di selenio (*N. Cim.* XIX), richiamò su questo soggetto l' attenzione dell' A. il quale, notando che onde il selenio sia sensibile alla luce è necessario che esso sia a contatto con un metallo sul quale abbia azione chimica, ritiene che i fenomeni presentati dal selenio sieno dovuti alla presenza dei seleniuri metallici che così vengono a formarsi, e che il selenio perfettamente puro sia un isolante perfetto tanto allo stato vitreo che in quello cristallino.

Infatti il Bidwell trovò che se allo solfo fuso si mescola della grafite in polvere anche in piccolissima quantità, il miscuglio, raffreddato che sia, è buon conduttore della elettricità; mentre se si mescola anche molta grafite alla ceralacca, il miscuglio è isolante come la ceralacca pura. Ciò si spiega ammettendo che nel 1° caso si abbia un aggregato di piccoli cristalli di solfo riuniti fra loro per mezzo del carbone, analogamente alla calcina che si trova fra mattone e mattone di un muro a coltello; e così le particelle di grafite formerebbero una catena conduttrice da una estremità all' altra della massa. Nel 2° caso la ceralacca amorfa ricopre completamente le particelle di grafite, e la massa è sempre isolante. Nello stesso modo il selenio vetroso riveste completamente

le particelle dei seleniuri che può contenere; mentre il selenio cristallizzato si dispone in modo che i seleniuri formino nell' interno della massa una catena conduttrice. L' A. ha trovato infatti che una lamina di selenio, che nella sua preparazione non sia stata mai a contatto con metalli, ha una resistenza specifica 3000 volte maggiore delle lastre preparate al modo del Fritts.

Coll' ipotesí della formazione dei seleniuri, sia per il modo della formazione della lamina, sia per le impurità (Fe, Pb, As) che sempre contiene il selenio commerciale, si spiegano facilmente tutte le singolarità osservate nel contegno delle pile a selenio.

Se quell' ipotesi è vera, lo solfo mescolato con dei solfuri metallici deve presentare le stesse proprietà del selenio. Ora il Bidwell, mescolando dell'argento, precipitato chimicamente, allo solfo fuso, e scaldando per qualche tempo il miscuglio, ha formato con quel miscuglio delle lamine che godono di tutte le proprietà del selenio, anche rispetto all' azione della luce.

Siccome queste lamine, come quelle di selenio, hanno la resistenza elettrica variabile col calore e colla luce, e siccome la luce è sempre accompagnata dal calore, l' A. ha cercato di separare l' influenza delle due azioni, ed ha trovato che realmente la radiazione luminosa ha influenza propria, indipendentemente dall' effetto termico. Infatti un giorno nebbioso una di quelle lamine fu posta davanti ad una finestra, fu coperta con una vaschetta contenente una soluzione di allume, e fu inclusa nel circuito di una pila e di un galvanometro; e l' aprire e il chiudere delle imposte produceva una deviazione tale dell' ago del galvanometro, che non poteva certamente essere attribuita all' azione termica della luce, che in quel caso era affatto trascurabile.

Tutte le lamine di solfo così preparate presentano la polarizzazione dopo che sono state percorse da una corrente.

Restando sempre nell' ipotesi precedente, il Bidwell spiega l' azione della luce supponendo che essa favorisca la formazione dei solfuri o dei seleniuri. A conferma di ciò egli ha costatato dapprima che una lamina di solfo contenuta fra due lastre, una di argento e l' altra di ferro, presenta resistenza minore quando è l' argento che fa da anodo, perchè infatti allora lo solfo che vi si deposita attacca facilmente l' argento, mentre attaccherebbe meno il ferro; e poi ha osservato che l' argento è attaccato dallo solfo assai più vivamente sotto l' azione della luce che all' oscurità. Quest' azione chimica della luce si può far sentire anche nell' interno della massa, facilitando la ricombinazione degli elementi separati dalla corrente.

A. G. Webster. *Nuovo metodo per determinare l' equivalente meccanico del calore.* — Un sottil nastro d' acciaio s' includa in

un ponte Wheatstone, e poi si faccia percorrere dalla corrente fornita da un' energica pila Bunsen: se si misura la resistenza R_0 del nastro prima che sia percorso da corrente, e quella R_1 che ha il nastro subito dopo che la corrente è cessata, l' aumento di temperatura del nastro è dato da

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{R_1 - R_0}{a\,\beta},$$

ove a e β sono i coefficienti della nota formula

$$R_t = a\,(1 + \beta\, t).$$

Se w è il peso del nastro, s il suo calorico specifico, la quantità di calore dovuta al passaggio della corrente è

$$h = w\, s\,(\theta_1 - \theta_0) = \frac{w\, s\,(R_1 - R_0)}{a\,\beta}.$$

Se Q è la quantità di elettricità trasmessa, E la differenza di potenziale agli estremi del nastro, J l' equivalente meccanico del calore, si ha

$$J\, h = Q\, E.$$

La quantità Q si misura con un galvanometro, la E con un elettrometro a quadranti. Un' esperienza preliminare ha mostrato all' A. che questo metodo può condurre a resultati esatti, avendo trovato $J = 4,14 \times 10^7$ ergs per grado c. e per grammo. Ma egli intende ripetere le misure molto più accuratamente.

124. — J. A. Fleming. *Problemi sulla distribuzione delle correnti elettriche in una rete di conduttori, trattati col metodo di* Maxwell. — Ai due sistemi di equazioni che, applicando i teoremi di Kirchhoff, si hanno per la soluzione dei problemi sulla distribuzione delle correnti in una rete di conduttori, il Maxwell sostituì un solo sistema di equazioni, usando l'artifizio di considerare le correnti effettive in ciascuna maglia come la differenza fra correnti ideali che si suppone circolino nella stessa direzione nelle diverse maglie della rete. Il Fleming sviluppa estesamente questo metodo, e l' applica a molti casi particolari facendone vedere l' utilità.

Tenendo poi conto dell' induzione mutua dei conduttori della rete, considera il caso ordinario di un galvanometro con un coefficiente L di induzione su sè stesso e con una resistenza G, posto in un circuito derivato, essendo S la resistenza della derivazione (Shunt); questa resistenza non deve avere induzione sul galvanometro. Se la pila ha la f. e. m. E e se la resistenza della pila e del circuito fino ai termini della derivazione è B, la corrente j che

passa pel galvanometro al tempo t dopo la chiusura della pila si trova essere:

$$j = \frac{ES}{BG + GS + BS}\left(1 - e^{-Nt}\right)$$

ove

$$N = (BG + GS + BS) / (B + S) L.$$

Si vede così che in questo caso la j non prende il valore $ES / (BG + GS + BS)$ (che può scriversi sotto la forma data ordinariamente

$$\frac{S}{G+S} \frac{E}{B + \frac{SG}{G+S}}),$$

altro che dopo un tempo infinito.

La resistenza del fascio formato dal galvanometro e dalla derivazione è data poi da

$$R = \frac{SG}{G + S\left(1 - e^{-\frac{G}{L}t}\right)};$$

dunque è come se il galvanometro avesse da principio una resistenza maggiore di G.

Se la corrente è dovuta alla scarica di un condensatore, si trova che l'induzione del galvanometro è trascurabile, e che quindi la quantità di elettricità messa in moto è divisa fra il galvanometro e la derivazione in ragione inversa delle loro resistenze, purchè non si compia un lavoro che assorba energia nell'uno o nell'altro dei due circuiti. Nel caso di un galvanometro balistico di notevole momento d'inerzia, si può quindi trascurare la induzione propria delle sue spire. La corrente che passa pel galvanometro è data in questo caso da

$$j = \frac{Q}{\beta C L_1} e^{-\alpha t} . \operatorname{sen} \beta t,$$

ove Q è la carica e C è la capacità del condensatore, e α e β sono costanti.

L'A. termina indicando come si possano paragonare fra loro i coefficienti d'induzione di due rocchetti, e come si possa misurare la capacità di un condensatore col ponte di Wheatstone.

T. Carnelley. *La legge periodica illustrata da alcune proprietà fisiche dei composti organici.* Parte I. — Questa prima parte tratta dei composti del metile, dell'etile, del propile, del butile

e del fenile coi metalloidi e coi metalli, e ne confronta i punti di ebollizione colle densità e col peso atomico degli elementi. L' A. trova così che quei composti presentano gli stessi rapporti che si notano nei corrispondenti composti alogenati, deducendone che la funzione dei radicali CH_3, C_2H_5 ecc., è la stessa degli alogeni Cl, Br, ecc., (cfr. *N. Cim.* XVII, pag. 77).

J. HOPKINSON. *Su un pericolo non avvertito che si presenta nell' uso di alcuni apparati per la distribuzione dell' elettricità.* — Il pericolo cui accenna l' A. consiste nella carica elettrostatica che possono prendere i generatori secondari di grande capacità adoperati in circuiti ad alto potenziale. Una persona che stabilisca la comunicazione di uno di questi apparecchi col suolo può essere attraversata da una corrente di 0,3 ampère, che certamente deve ritenersi letale; perciò bisogna aver cura di costruire i generatori in modo che abbiano piccola capacità, e impedire le comunicazioni di essi con le persone addette alla loro sorveglianza.

W. W. J. NICOL. *Soprasaturazione delle soluzioni saline.* — L' A. espone degli esperimenti che appoggiano la sua ipotesi che le soluzioni cosidette sopra sature non differiscono dalle soluzioni ordinarie. Agli argomenti portati a sostegno di questa ipotesi nelle precedenti Memorie dell' A. poteva farsi l' obiezione che una soluzione di $Na_2 SO_4$ dopo essere stata scaldata e poi raffreddata potesse avere una costituzione differente da quella di una soluzione non scaldata; e a tal cambiamento di costituzione fu ascritta la possibilità dell' esistenza delle soluzioni soprasature; ma ora che dalle esperienzo fatte dall' A. resulta che le soluzioni soprasature posson prepararsi anche con acqua fredda e con $Na_2 SO_4$ disidratato a freddo e che esse possiedono le stesse proprietà delle soluzioni preparate á caldo, quell' obiezione non ha più valore.

125. — R. H. M. BOSANQUET. *Elettromagneti. IV. Ferro-fuso, ghisa, e ferro fuso malleabile.* — L' A. comunica i resultati delle misure fatte su quelle varietà di ferro, relativamente alla permeabilità magnetica. Il ferro fuso ordinario fu così trovato disadatto per le dinamo; il ferro fuso malleabile si presta discretamente, ma sempre molto meno del ferro lavorato. La variazione della tempera nel ferro fuso malleabile non ha influenza sulle sue proprietà meccaniche o magnetiche.

J. J. HOOD. *Influenza del calore sulla velocità delle trasformazioni chimiche.* — Enumerati i precedenti lavori su questo soggetto, l' A. mostra che dalle sue ricerche sull' ossidazione del solfato ferroso col clorato di potassio resulta che la velocità $\frac{dy}{dt}$ della reazione è assai bene rappresentata dalla formula $dy/dt = a\, x^{\theta}\, y^2$, ove a e x sono costanti, e θ è la temperatura.

S. Bidwell. *Sulla produzione di correnti elettriche con elementi allo solfo.* — Su una lamina di mica furono avvolti due fili, uno di rame e l' altro d' argento, paralleli fra loro e distanti 1 mm., e su una faccia della lamina fu gettato dello solfo fuso, contenente dei solfuri di argento e di rame. Dopo raffreddato, questo elemento fu unito ad un galvanometro, e fu osservata una deviazione di 20 divisioni, dovuta ad una corrente diretta dall' argento al rame attraverso lo solfo, e la cui intensità diminuiva coll' esposizione alla luce e aumentava al crescere della temperatura. Congiungendo le estremità libere del rame e dell' argento e scaldando il contatto la corrente termoelettrica era diretta dal rame all' argento attraverso il contatto; l' aumento dell' intensità della corrente anzidetta per effetto del riscaldamento non è perciò dovuto ad azioni termoelettriche, che produrrebbero effetti opposti.

Un elemento con resistenza interna molto minore può farsi fondendo un miscuglio di 5 parti di solfo per 1 parte di solfuro di rame sopra una lastra di rame, e ricoprendolo poi con una lamina d' argento previamente scaldata. La f. e. m. di questo elemento fu trovata 0,0712 volta, e la resistenza interna 6537 ohm. Adoprando parti uguali di solfo e di solfuro di rame, la resistenza interna diminuisce grandemente (fu trovata 13 ohm), ma la f. e. m. fu trovata 0,0071 volta. Adoperando solfuro di rame soltanto non si ha più nessuna f. e. m., talchè sembra necessaria la presenza di solfo libero.

Un elemento formato con solo solfuro d' argento genera una corrente in direzione opposta a quella che si ha quando il solfuro è mescolato collo solfo.

Il rame usato in unione col ferro e coll' oro non dà f. e. m.

Non è stato riscontrato se l' effetto anzidetto della luce e del calore su questi elementi sia dovuto a variazione della f. e. m. o della resistenza interna, o a variazione di ambedue.

Se la corrente di una batteria voltaica passa per breve tempo attraverso l' elemento sopra descritto a lamine di rame e argento con solfo e solfuro di rame, si trova che l' elemento stesso, quando è tolto dal circuito, dà luogo a una brevissima corrente opposta a quella della batteria, seguìta da una corrente, che dura parecchie ore, diretta come quella della batteria. Una volta fu anche osservata una seconda inversione dopo 4 ore.

Una pila più energica fu costruita distendendo uno strato di solfuro di rame su una lastra di rame; poi ponendo su questo strato ben compresso uno strato di solfuro di argento e coprendo poi con una lastra di argento. Sembra così probabile che scegliendo opportunamente le coppie di metalli queste pile possano acquistare anche un valore pratico e commerciale.

J. Hopkinson. *Nota sulla sede della f. e. m. nella pila voltaica.* — A proposito del lavoro del Lodge (*N. Cim.* XIX, p. 255) l' A. fa notare che la controversia fra coloro che ritengono che la differenza di potenziale fra Zn e Cu a contatto sia quella che si deduce dalle misure elettrostatiche, e coloro che ritengono che tal differenza si debba misurare coll' effetto Peltier, dipende da certe ipotesi e definizioni che si adoprano nel rappresentare alcuni fatti fuori di discussione.

R. T. Glazebrook. *Confronto del campione di resistenza dell' Associazione britannica, coi campioni a mercurio costruiti da* M. Benoit *a Parigi e da* Strecker *a Würzburg.* — Esposti i dettagli delle esperienze da esso eseguite, e che non possono riferirsi brevemente, l' A. comunica il resultato del confronto fatto del campione originale della Associazione britannica col campione di ohm legale costruito recentemente da Elliott Btrs., prendendo per base il valore della resistenza del mercurio in termini della unità B.A. adottata dal Comitato dell' Associazione britannica, e secondo cui si ha

$$1 \text{ ohm legale} = 1{,}0112 \text{ B. A.}$$

La differenza fra i valori trovati da Benoit e quelli ottenuti dal Glazebrook per tre campioni diversi è in media 0,0005 di ohm leg. I resultati dell' A. sono basati sul valore anzidetto del rapporto fra l' unità B. A. e 1m. di mercurio a 0°, fissato dal Comitato inglese in 0,9540, dal quale resulterebbe $1 \text{B.A} = 1{,}04820 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \text{Hg a } 0^\circ$. Il Benoit non paragonò i suoi tubi direttamente con l' unità B. A; ma la media di quel confronto fatto dall' A. dette

$$1 \text{ B. A.} = 1{,}04878 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \text{ Hg a } 0^\circ.$$

Invece le misure fatte da Strecker (cfr. *N. Cim.* XIX, p. 170) condussero al resultato

$$1 \text{ B. A.} = 1{,}04894 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \text{ Hg.}$$

Lo Strecker confrontò un suo campione di resistenza con una unità B. A. speditagli dal Glazebrook, al quale poi spedì quel campione, col resultato delle sue misure. Così il Glazebrook potè confrontare l' unità B. A. con i valori trovati da Strecker. I resultati dànno per valor medio dell' unità B. A. il valore $1{,}04808 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2}$ Hg, che coincide con quelli di Lord Rayleigh e di Lorenz, ma differiscono

assai da quelli di Strecker. L' A. non può spiegare questa differenza, che lo Strecker attribuisce a una variazione della resistenza del campione spedito da lui al Glazebrook; e questi d' altro canto spera di poter confrontare altri rocchetti di Strecker con l' unità B. A. per poter decidere la cosa.

Lord RAYLEIGH. *Aplanetismo necessario per una nettezza sensibilmente perfetta delle immagini.* — Il cambiamento δf della distanza focale di una lente, dovuto a un cambiamento $\delta\mu$ dell'indice di refrazione è dato approssimativamente da

$$t\,\delta\mu = -\frac{1}{2}\frac{y^2}{f^2}\,\delta f,$$

ove t è lo spessore della lente, y è il raggio di una sezione principale, f è la distanza focale. Se è $\delta f < \frac{f^2}{y^2}\lambda$, lo spostamento del fuoco non turba la nettezza delle immagini, e ne resulta che l'aplanetismo necessario è lo stesso per ogni apertura dell' obiettivo, purchè il rapporto fra l' apertura e la distanza focale resti costante.

Id. *Su un apparecchio perfezionato per l' esperienza di* Christiansen. — L' esperienza cui accenna il Rayleigh è quella relativa alle proprietà ottiche dei corpi finamente divisi (*N. Cim.* XVII, pag. 166). Il perfezionamento consiste nell' uso di un recipiente di vetro a facce piane, con le superficie esterne bene lavorate otticamente; le disuguaglianze delle superficie interne non hanno influenza se si ha cura di usare la polvere del vetro stesso che forma le pareti del recipiente. È anche utile che il vetro sia pestato in un mortaio di ferro, perchè così non vi si mescolano altre polveri, potendo separarne quella di ferro con una calamita.

Id. *Confronto ottico dei mezzi usati per osservare piccole rotazioni.* — Nel metodo dello specchio mobile il limite ottico dipende dalla larghezza dello specchio; se tutta la larghezza di questo è adoperata, si può costatare uno spostamento corrispondente a $^1/_4$ della lunghezza d' onda della luce adoperata. Un limite uguale è raggiunto facilmente anche con l' osservazione diretta dello spostamento di un punto, fatta con un microscopio. Quindi l' uso di un metodo piuttosto che di un altro dipende dalle circostanze in cui si deve compiere l' esperienza.

Id. *Sull' efficacia termodinamica della pila termoelettrica.* — Scopo di questa ricerca è stato di vedere quanto sia attendibile la supposta possibilità di sostituire le pile termoelettriche alle macchine dinamoelettriche per la produzione delle correnti. Resulta dall' esame di una pila termoelettrica che la sua efficacia è indipendente dalle dimensioni assolute delle sbarre che la formano, ed anche dalla differenza di temperatura alle saldature; e appli-

cando le formule trovate ad una coppia ferro argentana, il Rayleigh ne deduce che le dinamo restano sempre superiori alle pile termoelettriche.

J. KERR. *Azione elettroottica di un quadro di* Flanklin. — Dalle esperienze di Quincke, Gordon, ecc., il Wiedemann aveva dedotto che un quadro di Flanklin caricato uniformemente non presenta doppia refrazione della luce, che si ottiene quando sul quadro la carica è distribuita non uniformemente, o quando le armature hanno dimensioni diverse.

L' A. fa notare che egli ha ottenuto la doppia refrazione anche con un quadro di Franklin caricato uniformemente, che questa azione elettroottica nel vetro è indipendente dalla forma del campo e dalla distribuzione delle forze elettriche, e che il vetro caricato elettrostaticamente agisce nel polariscopio come se fosse stirato nella direzione delle linee di forza elettrica, sia il campo uniforme, o no.

Eseguendo delle esperienze col comprimere meccanicamente il vetro, trovò poi che la parte dell' azione elettrostatica, che è dovuta alla compressione del vetro quando il quadro di Franklin è caricato, è piccolissima, se non trascurabile affatto.

O. LODGE. *Seguito alla memoria sulla sede della forza elettromotrice nelle pile voltaiche.* — L' A. espone la teoria del Wiedemann e quella di Helmholtz su tale soggetto, e che aveva omesso nel suo primo lavoro, e ne esamina la connessione con le altre teorie.

T. C. MENDENHALL. *Termometro a resistenza elettrica differenziale.* — Un termometro ordinario a mercurio, con grosso bulbo e con un tubo del diametro interno di 1mm, porta nel tubo un filo di platino di circa mm. 0,08 di spessore, il quale fa contatto con grossi fili saldati alle estremità superiore e inferiore del termometro. La resistenza fra quei due contatti dipende dalla altezza della colonna di mercurio nel tubo, ed è data dalla relazione:

$$R_t = R_0 - bt - ct^2,$$

ove R_0, b, c si determinano sperimentalmente. Così dal valore di R_t si può poi dedurre facilmente t. Questo termometro può servire per usi meteorologici e per leggere la temperatura a distanza, in modo migliore degli ordinari termometri basati sulla variazione della resistenza dei fili metallici con la temperatura.

126. — DE VOLSON WOOD. *L' etere luminifero.* — L' A. considera l' etere come se fosse un gas perfetto, nel senso che questa parola ha nella teoria cinetica dei gas, e ne determina alcune proprietà partendo dal fatto che l' etere è capace di trasmettere un moto ondulatorio con la velocità di 186300 miglia al 1" e di

trasmettere 133 piedi-libbre di energia al 1" per piede quadrato, come resulta dalle misure sull' energia solare.

Mediante considerazioni matematiche assai semplici l' A. trova che un piede cubico di etere peserebbe in quelle ipotesi $2/10^{24}$ di libbra, e che quindi un volume d' etere uguale a quello della terra peserebbe circa $^1/_{20}$ di libbra. La pressione esercitata dall' etere su un piede quadro è $4/10^9$ di libbra, cioè 3×10^{10} volte minore della pressione atmosferica, e la densità dell' aria che rimane nei tubi nei quali si è fatto il vuoto più perfetto, è 200 milioni di milioni di volte maggiore di quella dell' etere. L' A. stabilisce poi la relazione fra la densità dell' etere alla superficie di un corpo attraente secondo la legge newtoniana e quella in un punto qualunque dello spazio, e trova che la densità dell' etere sul Sole è data da

$$\delta = \delta_0 \, e^{\frac{1}{1000\,000}},$$

ove δ_0 è la densità alla superficie della terra; quindi praticamente la densità è costante ovunque purchè la sua temperatura sia pure uniforme.

Discutendo l' ipotesi sulla temperatura degli spazi interplanetarii, egli trova poi che il calorico specifico dell'etere è 46×10^{11} volte quello dell' acqua.

J. Larmor. *Sulla teoria molecolare della polarizzazione galvanica.* — Lo studio della polarizzazione è fatto comunemente ammettendo che una pila voltaica equivalga a un condensatore di grandissima capacità.

Se Q e — Q sono le due cariche costanti della superficie di separazione fra due fluidi, oltre la solita tensione superficiale esisterà su quella superficie un' energia addizionale elettrica il cui valore sarà dato da

$$E = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{CS},$$

ove S è l' area della superficie e C la capacità dell' unità d' area. Essendo il sistema conservativo, l' effetto di questa energia sarà di dar luogo ad una tensione

$$T' = \frac{dE}{dS} = - \frac{E}{S},$$

che diminuirà la tensione di capillarità. Ma quando la polarizzazione è mantenuta da una pila voltaica, ciò che rimane costante non è più la carica, ma la differenza di potenziale fra le due fac-

cie, e poichè il sistema non è più conservativo, sarà allora $E = \frac{1}{2} C S V^2$, da cui

$$\frac{dE}{dS} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{E}{S},$$

e quindi

$$d = - T\, d S,$$

talchè ora T' accresce la tensione di capillarità.

Dietro questi principii l' A. studia il caso di uno strato spessore costante; ma i resultati trovati possono estendersi a condensatori flessibili con strato dielettrico di spessore variabile, purchè lo spessore sia piccolo di fronte al raggio di curvatura nel punto considerato.

Lo studio sperimentale delle tensioni elettriche superficiali è fatto coll' elettrometro Lippmann. L' A. riporta in una tavola i resultati di alcune misure fatte dal Lippmann, dalle quali si può calcolare lo spessore del dielettrico, nell' ipotesi che la sua capacità specifica induttiva sia uguale all' unità, e trova che tale spessore è uguale a $0{,}313 \times 10^{-10}$ di metro. Questo valore dà un' idea delle distanze molecolari, che coincidono con quelle trovate dal Thomson per altre vie; e questa concordanza serve d' appoggio alle nozioni generali su cui si fonda la teoria molecolare della polarizzazione galvanica.

Continuando a studiare la polarizzazione l' A. ritiene che in questo fenomeno sotto l' azione della f. e. m. vi sia verso l' elettrodo un trasporto di particelle cariche, le quali prendono poi una posizione d' equilibrio ad una distanza dall' elettrodo il cui ordine di grandezza è quello su accennato. Queste particelle cariche ugualmente respingendosi fra loro tenderanno a disporsi a distanze uguali parallelamente all' elettrodo; quindi invece di due strati elettrizzati, analoghi a un condensatore ordinario, si hanno realmente due strati: uno composto di particelle elettrizzate equidistanti fra loro, e l' altro di particelle cariche oppostamente per induzione sull' elettrodo. Le forze chimiche impediscono che le due cariche opposte si neutralizzino. Tenuto conto del fatto che la distanza fra due particelle contigue di ciascuno strato è maggiore di quella fra lo strato polarizzante e l' elettrodo, ne resulta poi che quest' ultima distanza non è influenzata, quando la polarizzazione è debole, dalle azioni scambievoli fra le molecole dei due strati; e ciò appunto è confermato dall' esperienza, che mostra come la capacità di polarizzazione sia costante per tutti i valori della f. e. m. adoperata, purchè non eccedano un moderato valore.

Nel caso che la differenza di potenziale fra i due strati sia di 1 volta, dalla formola

$$d^{-2} = \frac{V}{4\pi t},$$

ove t è lo spessore dello strato, d la distanza fra due atomi, e $V = 1$ volta, l'A. trova $t = \frac{4}{15} 10^{-8}$ c. m., che è dell'ordine stesso della distanza trovata con altre considerazioni.

L'A. fa poi notare che il massimo della tensione superficiale fra mercurio e acqua acidulata con H_2SO_4 si ha per una f. e. m. uguale a 0,905 di una Daniell, valore che corrisponde ad ogni assenza di polarizzazione sulla superficie dell'elettrodo. Ma una discontinuità nel potenziale può esistere soltanto in seguito ad un doppio strato, il quale peraltro diminuirebbe la tensione superficiale; dunque la f. e. m. 0,905 D è la differenza di potenziale che, applicata dall'esterno, neutralizza precisamente il doppio strato elettrico naturalmente esistente alla superficie del menisco. Ne segue che la f. e. m. naturale di contatto fra Hg e acqua acidulata è 0,905 D, e che si è così ottenuto una misura assoluta di una f. e. m. di contatto.

J. W. CLARK. *Sull' influenza della pressione su certi casi di conduzione e di scomposizione elettrica.* — L'A. ha studiato l'influenza su accennata sull'acido solforico diluito, su una soluzione di $CuSO_4$ e sul mercurio, per risolvere la questione se la legge di Faraday sia o no indipendente dalla pressione e se l'azione elettrolitica possa essere impedita da una pressione conveniente. Il metodo adoperato consiste nel chiudere ermeticamente in un tubo l'acido solforico diluito, e nel farvi passar la corrente elettrica per mezzo di elettrodi di platino saldati a vetro nel tubo stesso. La pressione è dovuta allora al gas che si svolge per l'elettrolisi. Se il tubo è tenuto verticale col catodo al di sopra e l'anodo in basso, la resistenza cresce gradatamente finchè per una f. e. m. di 30 volta un galvanometro incluso nel circuito non dà più deviazione. Ciò è forse dovuto alla formazione di acido solforico molto denso in prossimità dell'anodo nel fondo del tubo mentre l'acqua forma al di sopra di esso uno strato eccessivamente resistente al passaggio della corrente elettrica. Invertendo i poli, l'acido solforico si mescola coll'acqua del tubo. Questi tubi si ruppero a 290 o 300 atmosfere di pressione prima che cessasse lo sviluppo del gas; e quindi una pressione di 300 atm. è insufficiente ad arrestare la elettrolisi.

J. J. HOOD. *Sul ritardo nelle trasformazioni chimiche.* — È qui studiata l'azione che l'aggiunta di alcuni sali esercita sul

l'ossidazione dei sali ferrosi; e i resultati sembrano confermare la legge già indicata alcuni anni fa dall'A., cioè che il ritardo nelle trasformazioni chimiche sia proporzionale alla quantità del sale aggiunto.

C. M. Smith. *Elettricità atmosferica.* — L'A. comunica alcune osservazioni sull'elettricità atmosferica fatte con un elettrometro a Madras nel mese di Settembre del 1883 e nei mesi di Agosto e Settembre del 1884, e dalle quali resulta che l'elettrizzazione negativa dell'aria non è necessariamente accompagnata da tempo cattivo o burrascoso. Nei giorni di elettrizzazione negativa furono notati dei nuvoli di polvere, la cui influenza non è stata spiegata; ma certe osservazioni tendono a mostrare che vi è un'intima connessione fra la presenza della polvere e l'elettrizzazione negativa dell'aria. Fu invariabilmente trovato che la carica negativa dell'aria cresceva sempre quando si presentavano nuvoli di polvere; nè questo si deve ascrivere allo strofinìo della polvere contro l'ombrello dell'elettrometro, perchè la deviazione cresceva prima che la polvere giungesse al di sopra dello strumento.

127. — O. Reynolds. *Sulla dilatazione dei mezzi composti di particelle rigide a contatto.* — L'A. studia in questa memoria una proprietà che presentano i mezzi a struttura granulare, che non è posseduta dai solidi e dai liquidi realmente esistenti, e che consiste in un cambiamento definito di densità in seguito a variazioni della forma, o in seguito a forze di torsione. In tali mezzi una perturbazione qualunque produce un cambiamento di volume, e in generale una dilatazione.

G. Gladstone. *Sulla refrazione del fluoro.* — Dalle esperienze fatte da diversi Fisici sulla refrazione dei fluoruri, l'A. deduce l'equivalente di refrazione del fluoro. Egli trova che mentre la refrazione specifica è pel cloro, pel bromo e per l'iodo respettivamente 0,279, 0,191 e 0,193, quella del fluoro è compresa fra 0,015 e 0,044.

T. Gray. *Sulle misure dell'intensità della componente orizzontale del magnetismo terrestre fatte nel Laboratorio di Fisica dell'Università di Glasgow.* — Il metodo adoperato è in sostanza quello di Gauss, modificato per ottenere le dimensioni del magnete *deflettore* dalle sue deviazioni osservate in condizioni opportune.

Dai dettagli dell'esperienze e dalle osservazioni che l'A. comunica, resulta che è della massima importanza, in queste determinazioni, che la lunghezza dei magneti sia almeno 40 volte il loro diametro, e che debbano esser temperati meglio che è possibile.

Le maggiori perturbazioni nella determinazione dell' intensità del campo magnetico terrestre derivano dalle variazioni del campo stesso: variazioni di declinazione che fanno muovere lo zero, e variazioni d' intensità che fanno apparire errate le misure che dànno resultati diversi. Per eliminarle l' A. fece uso di un vibratore magnetico permanente, il cui periodo di vibrazione serviva di termine di confronto per l' intensità del campo. La media delle osservazioni fatte, ha dato per l' intensità orizzontale il valore 0,1524 in unità C. G. S.

T. Carnelley. *La legge periodica illustrata da alcune proprietà fisiche dei composti organici.* II. *I punti di ebullizione e di fusione dei composti alkylici dei radicali degli idrocarburi.* — Continuando le ricerche già pubblicate, (*N. Cim.* XVII, pag. 77 e XX, pag. 265), in questa memoria l' A. con molti esempi mostra che i radicali degli idrocarburi sono analoghi alle sostanze elementari, e hanno la stessa funzione di esse nei loro composti.

W. Ramsay e S. Joung. *Alcune relazioni termodinamiche.* — Le relazioni che sono illustrate con numerosi esempi sono 1° che la quantità di calore necessaria a produrre un accrescimento di volume uguale all' unità nel passaggio dallo stato liquido allo stato gasoso, alla temperatura di ebollizione e alla pressione normale, è approssimativamente costante per tutti i corpi; e 2° che se tali quantità di calore si confrontano a pressioni diverse per due corpi qualunque, il rapporto fra il valore che ha tal quantità al punto di ebollizione alla pressione p_1 e il valore che ha ad un' altra pressione p_2 è approssimativamente costante per tutti i liquidi.

Gli A. dànno poi, in molte tavole, i valori di $\frac{dp}{dt}\,t$ (t temperatura assoluta) per molte sostanze stabili a pressioni definite, e per molte che si dissociano più o meno completamente nel passare allo stato gasoso; e ne resulta che il rapporto delle temperature assolute di certi corpi di costituzione simile, corrispondenti a uguali pressioni di vapore, è costante a tutte le pressioni.

Altre ricerche, pubblicate nel volume XXI del *Philos. Mag.* mostrarono che quantunque ciò sia vero soltanto nel caso di sostanze simili, come pel clorobenzene e il bromobenzene, esiste tuttavia una relazione fra i rapporti delle temperature assolute di tutti i corpi, solidi o liquidi, stabili o no, che per due corpi qualunque può essere rappresentata dall' equazione:

$$\mathrm{R} \; = \mathrm{R} + c\,(t \; - t),$$

ove R è il rapporto delle temperature assolute dei due corpi, corrispondenti a una pressione qualunque del vapore, comune a ambedue; R è il rapporto analogo per un' altra pressione; c è una

costante; e t e t' sono le temperature di uno dei corpi, corrispondenti alle due pressioni del vapore.

H. Wilde. *Sulla velocità con la quale l'aria si precipita nel vuoto, e su alcuni fenomeni relativi all'espansione di un gas a grande densità in un gas a densità minore.* — L'A. ha misurato sperimentalmente la velocità con la quale l'aria si precipita nel vuoto uscendo, per un piccolo foro praticato in una lastra metallica sottile, da un recipiente in cui era condensata a pressioni diverse. Egli ha così trovato che tale velocità è notevolmente minore di quella assegnata dalla teoria, e che non è costante per tutte le pressioni. La velocità teorica di 1332 piedi al 1" sarebbe raggiunta per una pressione di 40 atmosfere. Trovò anche che quando nell'atmosfera effluisce dell'aria da recipienti in cui sia compressa, l'atmosfera agisce come il vuoto, non offre cioè nessuna resistenza alla scarica dell'aria per qualunque pressione superiore a 2 atm. assolute. Per generalizzare queste ricerche l'A. determinò entro quali limiti di densità relativa l'aria di un recipiente funziona come il vuoto per l'aria che vi si precipita da un altro recipiente, per pressioni maggiori e minori di 1 atm.; e trovò che quando la differenza fra le pressioni dei due recipienti è maggiore di 2 atm., il recipiente nel quale si scarica l'aria funziona come se fosse vuoto, qualunque sia la pressione effettiva che vi si esercita.

Comptes Rendus, Tomo CIII, 1886.

2° Semestre.

1. — J. Chappuis e C. Riviere. *Sopra la refrazione dell'acido carbonico e del cianogene.* — Per l'acido carbonico i resultati delle osservazioni sono espressi dalle formule seguenti, a 21° e fino a 19 atm.

$$n - 1 = 0{,}000540 \,.\, p\,(1 + 0{,}0076 \,.\, p + 0{,}0000050 \,.\, p^2).$$

p è la pressione in metri di mercurio, ed n è l'indice per la stria D.

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = 0{,}000360 \,.\, p\,(1 + 0{,}0075 \,.\, p + 0{,}0000049\, p^2).$$

questa seconda funzione di n si ritrova nella teoria del Lorentz.

Come indice a 0° ed alla pressione 0,76, si ha 1,000448, valore notevolmente più piccolo di 1,000454 ottenuto dal Mascart, e prossimo ad 1,000449 dato dal Dulong. Con la formula del Clausius, e coi coefficienti ammessi dal Sarrau (*Compt. rend.* t. XCIV,

furon calcolati i pesi specifici, e nei limiti anzidetti si ebbe la formula

$$d = Ap\,(1 + 0{,}0074\,.\,p + 0{,}0000055\,p^2).$$

Le formule

$$\frac{n-1}{d} = \text{cost.} \quad , \quad \text{ed} \ \frac{n^2-1}{(n^2+2)d} = \text{cost.},$$

rappresentano egualmente il fenomeno, a 21° e fino a 19 atm.

Pel cianogene a diverse temperature, da zero a 35°, e fra le pressioni di uno a 3 metri di mercurio, i resultati sono espressi da

$$n - 1 = \alpha\,p\,(1 + b\,p).$$

Gli Autori danno una serie di valori di a e di b. Per 0° ed alla pressione 0,76 si avrebbe 1,000525. Il cianogene non conteneva che l' uno per cento d' azoto.

E. Bouty. *Sulla conducibilità elettrica dei miscugli di sali neutri.* — Poco è noto di tal conducibilità, ed era interessante lo scoprire se la difficoltà della questione proveniva dalla natura di quella conducibilità, o dalla variabilità degl' equilibrii chimici possibili entro le soluzioni, come infatti lo crede l' Autore.

Si può considerare un miscuglio salino ad un conduttor metallico eterogeneo, calcolando così la resistenza specifica R del miscuglio con la formula

$$(1) \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \text{ecc.}$$

che esprime la somma delle conducibilità? E in caso affermativo, in quali limiti è in pratica tal cosa permessa?

La (1) non è applicabile quando varia la diluizione; perchè allora dovremmo ammettere costante la conducibilità molecolare, mentre questa aumenta per tutti i sali aumentando la quantità d' acqua. L' A. non ha dunque confrontate fra loro che le soluzioni che contenevano, nel volume di un litro, lo stesso numero di molecole saline, la qual cosa esclude le soluzioni troppo concentrate; ed ha in seguito studiati i sali di un medesimo acido o della stessa base, senza azion chimica nota, ed ha trovato che « la conducibilità del miscuglio è sensibilmente uguale alla somma delle conducibilità individuali de' suoi elementi ».

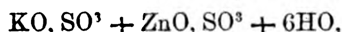
L' A. presenta delle tavole, ove è indicato il numero m totale degl' equivalenti in grammi per litro della soluzione, è il rapporto R_0 della resistenza specifica a zero, del sale o dei miscugli di sali, alla resistenza specifica del cloruro di potassio della stessa concentrazione atomica (vedi *Compt. rendus* tomo CII).

Ecco la prima di quelle tavole, per $m = 0,1$. La 1ª colonna dà il valore di R_0 osservato, la seconda il calcolato, e la terza la differenza.

PbO, AzO^5	1,462	ammesso	—
KO, AzO^5	1,133	ammesso	—
$\frac{1}{2}(PbO,AzO^5+KO,AzO^5)$	1,269	1,276	+0,007
$\frac{1}{4}(3PbO,AzO^5+KO,AzO^5)$	1,367	1,363	—0,004
$\frac{1}{3}(PbO,AzO^5+2KO,AzO^5)$	1,229	1,225	—0,004
$\frac{1}{5}(PbO,AzO^5+4KOAzO^5)$	1,193	1,187	—0,006

I miscugli di diversi sali di potassa, i miscugli di solfato di ferro e di solfato di zinco, si comportano nello stesso modo. Pei sali suscettibili di reagir fra loro, l' alterazione sarà avvertita dalla misura della conducibilità.

Il solfato di zinco ed il solfato di potassa dànno origine al sale



$$KO, SO^3 + ZnO, SO^3 + 6HO,$$

che può cristallizzare, ma che non esiste in soluzioni molto diluite. Quando una molecola di un sale doppio rimpiazza in un liquido due molecole di sale semplice, la resistenza è aumentata. Altre due tavole, che la mancanza di spazio ci impedisce di riportare, mostrano che la quantità di sale doppio è sempre molto piccola, ma che ne esiste sempre una traccia in liquidi molto diluiti.

Un caso di statica chimica interessante è quello del miscuglio di due sali diversi di acido e di base. È noto che i quattro sali formati dall' unione di ogni acido e di ogni base coesistono nel liquido, ma, in molti casi, il termometro nulla indica, e solo eccezionalmente si sa calcolare le proporzioni nelle quali si fanno le combinazioni, ma l' elettrometro permetterà sovente di far tal calcolo. Sia p. es il miscuglio ad equivalenti uguali di solfato di zinco e di nitrato di potassa.

Per $m = 0,5$ e per i quattro sali possibili, la esperienza diretta dà per R_0 i valori seguenti,

$Zn\,O, SO^3$	3,335
$Zn\,O, Az\,O^5$	1,579
$K\,O, SO^3$	1,285
$K\,O, Az\,O^5$	1,190

dai quali si deduce, per i miscugli ad equivalenti uguali dei due gruppi di sali di acidi differenti,

$$\frac{1}{2}(Zn\,O, SO^3 + KO, Az\,O^5) \quad 1,754\,,$$

$$\frac{1}{2}(Zn\,O, Az\,O^5 + KO, SO^3) \quad 1,416\,,$$

La esperienza fatta direttamente sopra questi due miscugli diede i numeri 1,643 ed 1,648, intermediarii ai precedenti e quasi identici fra loro. Dunque i quattro sali consistono in miscugli binarii, e ciò indipendentemente dal modo col quale gli acidi e le basi erano primitivamente associati.

Sia x la proporzione del gruppo $Zn\,O, Az\,O^5 + KO, SO^3$; x è determinata dalla formula

$$\frac{x}{1,416} + \frac{1-x}{1,754} = \frac{1}{1,6445}, \quad \text{che dà} \quad x = 0,276 .$$

Le stesse esperienze per $m = 0,1$, dànno un valore $x = 0,263$ circa come il primo.

Un eccesso di solfato di potassa o di nitrato di zinco non modifica sensibilmente x.

G. Foussereau. *Sulla decomposizione del percloruro di ferro per l'acqua.* — L'A. si è già servito della misura della resistenza elettrica, per riconoscere la natura e la proporzione delle materie estranee contenute nell'acqua e nell'alcool, e per riconoscere quando quei liquidi sono più vicini alla purezza. Lo stesso metodo è applicabile allo studio delle alterazioni progressive dei liquidi, ed in particolare delle soluzioni saline per effetto del dissolvente. Ora l'A. ha studiato il percloruro di ferro che, come è noto, si decompone nell'acqua. Appena preparato il liquido se ne misurava la resistenza, e poi si divideva in più parti, una delle quali era lasciata alla temperatura ordinaria, un'altra era messa a 100°, e le altre a diverse temperature intermediarie. Di queste ultime se ne prendevan poi alcune porzioni, che venivano rapidamente condotte alla temperatura ordinaria; e finalmente, col calcolo, si riducevano tutte le misure per la stessa temperatura.

La narrazione dei resultati ottenuti consiste in molti dettagli dei quali non sarebbe possibile un semplice sunto; ma siccome l'A. comunicherà ben presto all'Accademia i resultati delle ricerche ch'egli sta ancora facendo, dovremo ritornare su questo argomento.

P. Sabatier. *Spettri di assorbimento dei cromati alcalini e dell'acido cromico.* — Fu adoperato lo spettrofotometro del Crova. Il liquido colorato stava in un cilindro verticale di vetro, chiuso in fondo con una lamina di vetro orizzontale. Un secondo cilindro, pur chiuso nel fondo da una lamina di vetro orizzontale, ha lo stesso asse del primo, ma è più sottile e vi entra dentro. Essendo, per mezzo di una cremagliera, mobile lungo quell'asse verticale, si può mettere la sua lamina di vetro orizzontale ad una data distanza da quella del primo cilindro. Nel cilindro esterno si pone la soluzione colorata del sale, e nell'interno il liquido dissolvente

soltanto. Un apparecchio a riflessione manda un raggio verticale che attraversa normalmente la lamina liquida, che sta fra le due lamine basi dei due cilindri, e poi il liquido della soluzione, e arriva allo spettroscopio. Così la lamina liquida può variare facilmente di grossezze misurabili esattamente.

La legge generalmente ammessa per la trasmissione è espressa da $I' = I\alpha^e$. α è il coefficiente di trasmissione, ed e la grossezza della lamina. I valori di α dedotti per diverse lunghezze d'onda, λ, e con grossezze variabili furono sensibilmente gli stessi, verificando così *la legge delle grossezze.* E qui l'A. presenta una tavola dei valori di α corrispondenti a diverse lunghezze d'onda. Il resultato generale fu che *l'assorbimento esercitato dal bicromato di potassa, sia sciolto o sia solido, è identico a quello prodotto dall'acido cromico da esso contenuto.*

L'A. presenta un'altra tavola simile alla precedente, ma relativa al *cromato neutro di potassa*; e in questo caso l'assorbimento per le soluzioni diluite, è un poco maggiore; la qual cosa accusa una debole dissociazione avvenuta, pel fatto della diluizione, in potassa ed in bicromato, il quale esercita sulle radiazioni una intensa estinzione.

M. Parenty. *Sulle esperienze dell'* Hirn *sull'eflusso dei gas attraverso gli orifici.* — Questa Nota dimostra che la nota formula di Zeuner e di Weisbach, e la teoria cinetica dei gas non sono punto in contraddizione coi resultati esperimentali ottenuti dall'Hirn, recentemente (vedi *Ann. de Chim. ecc.* marzo 1886).

2. 3. — H. Becquerel. *Sopra le variazioni degli spettri di assorbimento nei mezzi non isotropi.* — L'A. studia il policroismo dei cristalli sotto un nuovo punto di vista, ben diversa da quello dei fisici che fino ad ora fecero lo stesso studio. L'A. scoprì già (*Compt. rend.* tomo CII) che nei cristalli *uniassi*, per un raggio inclinato all'asse, gli spettri sono formati dalla sovrapposizione di due serie di striscie, l'una dovuta alle vibrazioni paralelle e l'altra alle vibrazioni normali all'asse. Separando i due raggi, ordinario e straordinario, l'ordinario presenta il solo spettro ordinario, e lo straordinario presenta la sovrapposizione dei due spettri, l'ordinario e lo straordinario, il quale appare lui solo quando le vibrazioni straordinarie si propagano normalmente all'asse; e l'A. rammenta come si possono ottenere tali resultati. In una ventura Memoria si troveranno i disegni degli spettri ottenuti con diversi cristalli.

Non si osserva alcun spostamento delle striscie (*bandes*) quando varia la direzione delle vibrazioni incidenti, ma le striscie appariscono o spariscono in posizioni fisse, ed hanno i massimi ed i minimi di intensità negli spettri principali, ordinario e straordi-

nario. Poichè in un mezzo isotropo, quelle striscie di assorbimento di una stessa sostanza varian di lunghezza d'onda, insieme all'indice di refrazione del mezzo, l'A. conclude che nei cristalli uniassi tutto procede come se ogni vibrazione incidente si decomponesse realmente, nell'interno del cristallo, in due vibrazioni, l'una paralella e l'altra normale all'asse, per ricomporsi nuovamente in una sola fuori del cristallo; così quei due movimenti vibratorii sarebbero i soli a propagarsi nell'interno. Secondo questa interpretazione la intensità di una vibrazione di data lunghezza d'onda, presa in un raggio straordinario che ha attraversato una data grossezza del cristallo, in una direzione inclinata all'asse dell'angolo ϕ, sarebbe data da

$$I = (a \operatorname{sen}^2 \phi + b \cos^2 \phi)^2,$$

a^2 e b^2 indicando le intensità corrispondenti negli spettri, ordinario e straordinario. Quella formula è d'accordo coi resultati fotometrici, per delle lamine di pennina tagliate in diverse direzioni.

L'A. seguita poi la sua Nota parlando dei cristalli *biassi*, ma con dettagli il di cui insieme non è suscettibile di un sunto. Diremo solo che in generale si può ammettere che per ogni striscia di assorbimento vi abbia un sistema unico, di tre direzioni principali e rettangolari, tali che l'intensità di una vibrazione, che esce dal cristallo paralella alla direzione della vibrazione incidente, sia espressa da

$$I = (a \cos^2 \alpha + b \cos^2 \beta + c \cos^2 \gamma)^2,$$

α, β e γ essendo gli angoli che la direzione della vibrazione fa con le direzioni principali, ed a^2, b^2, c^2, le intensità principali della radiazione considerata. E questo sarebbe d'accordo coi resultati ottenuti con lamine di epidote.

4. M. Hugoniot. *Sulla pressione che esiste nella sezione contratta della vena gassosa.* — Nei *Compt. rend.* di giugno 1886, l'A. mostrò che le esperienze dell'Hirn sull'eflusso dei gas, erano d'accordo con la nota formula di Weisbach, ma l'Hirn fece una critica a quella conclusione dell'A. (*Compt. rend.* luglio 1886). Ora l'A. risponde riaffermando quella conclusione, con maggiori dettagli.

M. Gouy. *Sulla velocità della luce nel solfuro di carbonio.* — Secondo una sua teoria (*Compt. rend.* 1885, *N. Cim.* t. 18, p. 265) le misure fatte con lo specchio rotante del Foucault, non danno la velocità W delle onde, come eguale al rapporto di λ al periodo vibratorio θ, ma bensì quella velocità come uguale alla derivata di $\frac{1}{\theta}$ relativamente ad $\frac{1}{\lambda}$. Le esperienze con lo specchio

furon fatte dall' A. col solfuro di carbonio contenuto in un tubo di 4 metri, chiuso da lamine piane e parallele agli estremi, e immersa in acqua che è mossa rapidamente da un agitatore, ed a temperatura costante. Il raggio riflesso non ritorna esattamente sulla direzione primitiva, ma un poco al disopra, ed è mandato all' oculare da uno specchio metallico. Le esperienze diedero una deviazione maggiore per l' azzurro che per il rosso; la differenza fu di 5", e corrisponde ad $\frac{1}{20}$ della deviazione del rosso. Ciò è d' accordo con la teoria dell' A. che darebbe 0,053 invece di un ventesimo; mentre la solita teoria darebbe 0,015.

E. Bichat ed R. Blondlot. *Costruzione di un elettrometro assoluto, per potenziali molto grandi.* Gli Autori hanno già fatto costruire uno di questi apparecchi, per potenziali che corrispondono a 5 millimetri di distanza esplosiva al più; ma ora ne hanno fatto un altro per potenziali corrispondenti anche a 2, 5 centimetri di distanza esplosiva. La forma generale dell' apparecchio è come quella del primo (*Compt. rend.* marzo 1886. - *N. Cim.* t. 20 p. 47) e ci limitiamo ad aggiungere che si costruisce a Nancy, dal fabbricante M. D. Gaiffe.

G. Foussereau. *Sulla lenta decomposizione dei cloruri nelle soluzioni diluite.* — Abbiamo già detto più sopra lo scopo dell' A. in questo genere di ricerche, e il suo metodo esperimentale. Nelle soluzioni molto diluite il cloruro si trasforma in acido ed in ossido idrato; ma il coefficiente di alterazione tende verso un limite determinato, ma variabile da caso a caso. Le esperienze dell' A. portano a concludere che tal sdoppiamento è proprio di una numerosa classe di cloruri, e furono eseguite per i cloruri d' alluminio, di magnesio, per il cloruro doppio di rodio e di sodio, pel bicloruro di platino, e pel sesquicloruro d' oro. L' azion della luce non ha effetto su quella alterazion chimica, che pei due ultimi cloruri, ma non fa che accelerare quella trasformazione.

FINE DEL VOLUME XX. SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA
